

修士論文

ILCにおけるリトルヒッグス・モデルの検証に関する
シミュレーション研究

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

佐々木 励

平成 20 年

概要

本研究は、リトルヒッグス模型のパラメータについて、International Linear Collider (ILC) 実験による精密測定の可能性を検証するものである。リトルヒッグス模型は、新しいゲージボソン A_H, Z_H, W_H^\pm の存在を予言しており、また、 A_H は暗黒物質の候補となる。これらの新しいゲージボソンの質量は、模型におけるグローバル対称性の破れの真空期待値に依存している。モンテカルロ・シミュレーションにより、2つの反応過程 $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ と $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ について、典型的な模型のパラメータで模擬実験をおこなった。その結果、新しいゲージボソンの質量が、ILC 実験によって高い精度で測定されることをしめす。さらに、模型のパラメータを決定し、暗黒物質の残存量について天文観測との比較などもおこなう。

目次

第 1 章	はじめに	1
第 2 章	リトルヒッグス模型	3
2.1	模型の説明	3
2.1.1	ゲージ	4
2.1.2	レプトン	6
2.1.3	ヒッグス	7
2.2	模型のパラメータ	8
第 3 章	ILC 実験	11
3.1	概要	11
3.2	加速器	11
3.3	測定器	15
3.3.1	飛跡検出器	18
3.3.2	カロリメータ	19
3.3.3	その他	20
第 4 章	シミュレーション	21
4.1	概要	21
4.2	物理事象の生成	22
4.2.1	基本粒子の生成	22
4.2.2	基本粒子の時間発展	26
4.3	測定器シミュレーション	30
4.3.1	飛跡検出器	32
4.3.2	カロリメータ	35
4.4	物理事象の再構成	36
4.4.1	飛跡検出器	37
4.4.2	カロリメータ	38
第 5 章	解析と結果	42
5.1	概要	42
5.1.1	解析の流れ	42
5.1.2	観測する物理量	46
5.2	$\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での物理	50

5.2.1	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$ の解析	50
5.2.2	A_H, Z_H の質量	56
5.3	$\sqrt{s}=1\text{TeV}$ での物理	56
5.3.1	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$ の解析	56
5.3.2	A_H, W_H^\pm の質量	62
5.3.3	W_H^\pm のスピン	62
5.3.4	W^\pm の偏極	64
5.3.5	W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷	66
第 6 章	模型パラメータの決定精度	68
6.1	模型のパラメータ f	68
6.2	模型のパラメータ κ_l	68
6.3	暗黒物質の残存密度	69
6.4	他の模型との比較	71
第 7 章	まとめ	72
付録 A	エネルギー分布のエッジからの質量導出	73
A.1	$e^+e^- \rightarrow aa' (a \rightarrow bc)$	73
A.2	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$	74
A.3	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$	76
付録 B	暗黒物質の残存密度の計算	78
	謝辞	80

目次

1.1	標準模型粒子とリトルヒッグス・パートナー	2
2.1	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ と $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ のファインマン・ダイアグラム	10
3.1	ILC の加速器	12
3.2	ILC の電子源	12
3.3	ILC の陽電子源	13
3.4	ILC の主線形加速器における RF-ユニット	14
3.5	ILC の主線形加速器における 9 個のセルを持つ加速空洞	14
3.6	測定器における粒子の反応の違い	16
3.7	GLD 測定器の概観 1	16
3.8	GLD 測定器の概観 2	16
3.9	GLD 測定器の VTX	18
3.10	GLD 測定器の TPC	19
3.11	GLD 測定器の ECAL と HCAL	20
4.1	シミュレーションの流れ	21
4.2	ビーム衝突時における補正	25
4.3	ハドロン化におけるメソン生成の模式図	29
4.4	JSFQuickSim の測定器の概観 1	31
4.5	JSFQuickSim の測定器の概観 2	31
4.6	らせんの飛跡パラメータ・ベクトルについての説明	33
4.7	カロリメータにおける粒子のエネルギーデポジットの分布	36
4.8	ECAL でのクラスタリング	39
4.9	HCAL でのクラスタリングとマッチング	40
5.1	バックグラウンド事象の除去	45
5.2	2 つのエッジを持つエネルギー分布の要素	47
5.3	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ における W_H^\pm , $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ における $q(\bar{q})$ の生成角度	48
5.4	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ のファインマン・ダイアグラム	52
5.5	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ に対するバックグラウンド事象のファインマン・ダイアグラム	52
5.6	測定器シミュレータにおける $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の典型的なシグナル事象	53
5.7	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ における物理事象の選択	55

5.8	h のエネルギー分布	55
5.9	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ のファインマン・ダイアグラム	58
5.10	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ に対するバックグラウンド事象のファインマン・ダイアグラム	58
5.11	測定器シミュレータにおける $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の典型的なシグナル事象	59
5.12	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$ における W^\pm の質量	60
5.13	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ における物理事象の選択	61
5.14	W^\pm のエネルギー分布	61
5.15	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ における W_H^{or} の生成角度の分布	63
5.16	$e^+e^- \rightarrow X_1 X_2$ の模式図	63
5.17	$W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ における q^{or} の生成角度の分布	65
5.18	$W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ の模式図	65
5.19	e^- ビームの偏極による $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の反応断面積の変化	67
5.20	$e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow X_1 X_2$ のファインマン・ダイアグラム	67
6.1	重いゲージボソンの質量の測定精度を表す等高線	70
6.2	模型のパラメータ κ_l と反応断面積の関係	70
6.3	暗黒物質の残存密度	70
6.4	各模型に共通な $e^+e^- \rightarrow X^+ X^- (X^\pm \rightarrow X^0 W^\pm)$ のファインマン・ダイアグラム	71
B.1	暗黒物質 A_H の対消滅のファインマン・ダイアグラム	78

表 目 次

2.1	模型におけるパラメータの典型的な値	9
2.2	リトルヒッグス・パートナーの質量の典型的な値	9
2.3	重いゲージボソン対生成の反応断面積	10
3.1	GLD における飛跡検出器のパラメータ	17
3.2	GLD におけるカロリメータのパラメータ	17
4.1	JSFQuickSim における飛跡検出器のパラメータ	31
4.2	JSFQuickSim におけるカロリメータのパラメータ	31
4.3	ECAL のクラスタリングのパラメータ	39
5.1	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の解析における, シグナル事象とバックグラウンド事象	50
5.2	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の解析における, シグナル事象とバックグラウンド事象	56
6.1	各模型における粒子のスピン	71

第1章 はじめに

素粒子物理学における標準模型は、多くの実験によって高い精度で検証され、その正当性が確認されてきた。しかし、その要となるヒッグス粒子は未検証である。そして、ヒッグス粒子は標準模型を超える新しい物理の存在を示唆している。

標準模型を超える新しい物理の探査には、ヒッグス粒子と、現在までにおこなわれた電弱相互作用に関する精密測定の結果が、重要な役割を担っている。ヒッグス粒子の質量補正には2次発散があるため、新しい物理はエネルギースケール $\mathcal{O}(1)\text{TeV}$ に存在すると予想されている。一方、電弱相互作用に関する精密測定の結果によると、新しい物理はエネルギースケール $\mathcal{O}(10)\text{TeV}$ に存在すると予想されている [1]。よって、この2つの予言には「階層性問題」が存在する。そこで、標準模型を超える新しい物理が、この階層性問題を解決する機構を内包していることが期待される。

階層性問題を解決することができる新しい物理のシナリオは、超対称性 (Super Symmetry)、リトルヒッグス (Little Higgs)、余剰次元 (Extra Dimension) など、数多く存在する。最も有名なものは超対称性のシナリオであるが、近年、それに代わる有力なものとして、リトルヒッグスのシナリオが提唱されている [2, 3]。

リトルヒッグスのシナリオでは、ヒッグス粒子の質量補正においてファイン・チューニングをせずに、新しい物理のエネルギースケールを $\mathcal{O}(10)\text{TeV}$ にすることができる。まず、 $\mathcal{O}(10)\text{TeV}$ において、グローバル対称性を仮定する。この対称性はわずかに破れているが、ヒッグス粒子の質量補正の2次発散が1ループで相殺するように調整されている。これを「リトルヒッグス機構」という。また、標準模型の電弱対称性から、グローバル対称性への拡張にともない、標準模型の粒子に対応する新しい粒子 (パートナー) が現れる。これらをリトルヒッグス・パートナーと呼ぶ (図 1.1)。ゲージボソンに対しては、重いゲージボソン — A_H, Z_H, W_H^\pm — が現れる¹。

また、リトルヒッグス模型は、電弱相互作用に関する精密測定の結果から、重いゲージボソンと標準模型粒子の直接的な結合 — $W^\pm \rightarrow W_H^\pm \rightarrow W^\pm$ や $Z \rightarrow Z_H \rightarrow f\bar{f}$ など — は制約を受ける [4]。この制約を満たすために、リトルヒッグス模型には「T パリティ」が課される [5]-[7]。T パリティ変換のもとでは、標準模型の粒子はプラス (偶パリティ) となり、一方、リトルヒッグス・パートナーはマイナス (奇パリティ) となり、上記のような結合は禁止される。また、最も軽いリトルヒッグス・パートナーは安定であり、暗黒物質の候補となる。

本研究では、リトルヒッグス機構と T パリティの両方を満たす、最も簡潔² で典型的

¹リトルヒッグス・パートナーのゲージボソンは、標準模型のゲージボソンより重いため、表記では Heavy の頭文字 H を標準模型粒子の名前の下に付ける。

²グローバル対称性を仮定するとき、標準模型からの拡張が最も小さいという意味。

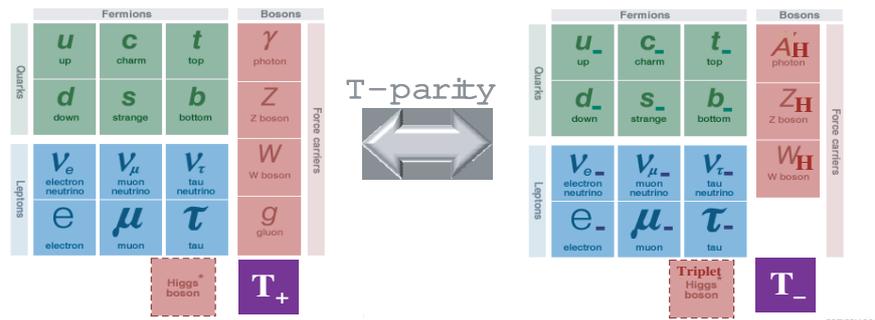


図 1.1: 標準模型粒子とリトルヒッグス・パートナー

な模型である「Littlest Higgs model with T-parity (LHT)」を検証する(これ以降、「リトルヒッグス模型」という場合、LHTのことを指す)[10, 11][6]-[8]。リトルヒッグス模型を検証するためには、リトルヒッグス・パートナーを発見するだけでなく、その性質を精密に測定する必要がある。特に、重いゲージボソンの質量の精密測定は重要だ。重いゲージボソンはグローバル対称性の自発的な破れによって質量を得るので、その質量の精密測定は、リトルヒッグス模型において重要なパラメータである対称性の破れの真空期待値の測定を意味するからだ。また、重いゲージボソンの A_H は暗黒物質の候補なので、その性質の精密測定は、素粒子物理学だけでなく、天文学や宇宙論においても大きな役割を果たす [8, 9]。以上のような重いゲージボソンについての精密測定は、重いゲージボソンがカラー荷を持たないため、陽子衝突の LHC (Large Hadron Collider) 実験では困難であり [12]、電子・陽電子衝突の ILC (International Linear Collider) 実験での実現が期待される。

ILC 実験は、電子・陽電子衝突の線形加速器を用いた、次世代の高エネルギー実験である。全長約 30km の線形加速器で、電子と陽電子を正面衝突させ、重心エネルギーは $\sqrt{s}=500\text{GeV}\sim 1\text{TeV}$ を目指している。重いゲージボソンは、ILC のクリーンな環境³ で生成され、その性質の精密測定をおこなえることが期待される。本研究では、モンテカルロ・シミュレーションによって、ILC におけるリトルヒッグス模型の模擬実験をおこない、リトルヒッグス・パートナーの性質の測定精度について検証する。また、暗黒物質の残存密度に対する、ILC 実験からの精度評価もおこなう。

本論文は、以下のような構成となる。次章では、リトルヒッグス模型について簡単に説明し(一般的な説明は参考文献 [13, 14])、シミュレーションのための模型パラメータを設定する。第 2 章では、ILC 実験について、加速器と測定器の紹介をする。第 3 章では、シミュレーションについて、物理事象の生成・測定器シミュレーション・物理事象の再構成を説明する。第 4 章で、解析とその結果をしめし、第 5 章で考察をおこない、最後の章でまとめる。

³電子・陽電子の衝突であるため、陽子衝突などに比べて、反応過程がシンプルである。

第2章 リトルヒッグス模型

2.1 模型の説明

Littlest Higgs model with T-parity (LHT) では、グローバル対称性として $SU(5)$ を仮定する。そして、 $SU(5) \rightarrow SO(5)$ の対称性の破れを記述するために、非線形シグマ模型¹ を利用する。非線形シグマ場 Σ は

$$\Sigma = e^{2i\Pi/f}\Sigma_0 \quad (2.1)$$

と表される。 $f (\sim \mathcal{O}(1)\text{TeV})$ は対称性の破れをおこす真空期待値である。南部・ゴールドストーンボソン行列 Π と Σ_0 は、

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & H/\sqrt{2} & \Phi \\ H^\dagger/\sqrt{2} & 0 & H^T/\sqrt{2} \\ \Phi^\dagger & H^*/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

となる。ここでは、would-be 南部-ゴールドストーンボソンを省略している²。

$SU(5)$ の部分群である $[SU(2) \times U(1)]^2$ は、ゲージ化して $SU(2)_L \times U(1)_Y$ に破れる ($[SU(2) \times U(1)]^2 \rightarrow U(2)_L \times U(1)_Y$)。

グローバル対称性である $SU(5)$ のラグランジアンは、ゲージ結合や湯川結合の項の存在により、完全には対称でない。そのため、行列 Π (式 (2.2)) 中の粒子は、擬南部-ゴールドストーンボソンとなる。南部-ゴールドストーンボソンは、その数が $SU(5)$ と $SO(5)$ の生成子の数の差 $14 (= 24 - 10)$ 個であり³、 $\mathbf{1}_0 \oplus \mathbf{3}_0 \oplus \mathbf{2}_{\pm 1/2} \oplus \mathbf{3}_{\pm 1}$ の表現に分解される。太文字が $SU(2)_L$ のアイソスピン、下付き文字が $U(1)_Y$ のハイパー荷を表している。はじめの 2 つの表現 $\mathbf{1}_0$ と $\mathbf{3}_0$ は実スカラーであり、 $[SU(2) \times U(1)]^2 \rightarrow SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性の破れするとき、重いゲージボソンの縦波成分になる。あとの 2 つの表現については、 $\mathbf{2}_{\pm 1/2}$ が複素スカラーの 2 重項である標準模型のヒッグス場 H (式 (2.2)) に相当し、 $\mathbf{3}_{\pm 1}$ が複素スカラーの 3 重項であるヒッグス場 Φ (式 (2.2)) に相当する。

ラグランジアンは、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_\Sigma + \mathcal{L}_{\text{レプトン}} - V_{\text{スカラー}} + \mathcal{L}_{\text{ゲージ}} + \mathcal{L}_{\text{クォーク}} \quad (2.3)$$

¹対称性の破れを記述するために、利用される模型の 1 つ。

²実際には、行列 Π には Ω' と η' の項が加わるが、それらはゲージ固定により、南部-ゴールドストーンボソンにならず吸収されるので省略している。

³生成子の数は、 $SU(N)$ が $N^2 - 1$ 個、 $SO(N)$ が $N(N - 1)/2$ 個である。

と表され、場 Σ 、レプトン、スカラー・ポテンシャル、ゲージ、グルーオンなどの項で構成される。さらに、それぞれの項は、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(K)} + \mathcal{L}^{(Y)} \quad (2.4)$$

と表され、運動項と湯川項で構成される。このラグランジアンに T パリティを課すと、標準模型の粒子が偶パリティとなり、リトルヒッグス・パートナーが奇パリティとなる。リトルヒッグス・パートナーの中で 1 番軽い A_H は、T パリティの保存により、安定な粒子であることが保証される。そのため、 A_H は暗黒物質の候補となる。

以降の節では、ゲージボソン、レプトン、ヒッグスに焦点をあてて、それぞれの T パリティ変換の性質や質量をしめす。

2.1.1 ゲージ

場 Σ (式 (2.1)) のラグランジアン⁴の運動項は、

$$\mathcal{L}_\Sigma^K = \frac{f^2}{8} \text{Tr} \left| \partial_\mu \Sigma - i\sqrt{2} \left\{ g(\mathbf{W}\Sigma + \Sigma\mathbf{W}^T) + g'(\mathbf{B}\Sigma + \Sigma\mathbf{B}^T) \right\} \right|^2 \quad (2.5)$$

と表される。 $\mathbf{W} = W_j^a Q_j^a$ ($\mathbf{B} = B_j Y_j$) は $SU(2)_j$ ($U(1)_j$) のゲージ場であり ($j = 1, 2$)、 g (g') は $SU(2)_L$ ($U(1)_Y$) のゲージ結合定数である。そして、生成子 Q_j とハイパーチャージ Y_j は、

$$\begin{aligned} Q_1^a &= \frac{1}{2} \text{diag}(\sigma^a, 0, 0)^4, & Q_2^a &= -\frac{1}{2} \text{diag}(0, 0, \sigma^{a*}), \\ Y_1 &= \frac{1}{10} \text{diag}(3, 3, -2, -2, -2), & Y_2 &= \frac{1}{10} \text{diag}(2, 2, 2, -3, -3) \end{aligned} \quad (2.6)$$

と表される。 σ^a ($a = 1, 2, 3$) はパウリ行列である。

次に、T パリティ変換を以下のように定義する。

$$\Pi \leftrightarrow -\Omega\Pi\Omega, \quad W_1^a \leftrightarrow W_2^a, \quad B_1 \leftrightarrow B_2 \quad (2.7)$$

ここで、 $\Omega = \text{diag}(1, 1, -1, 1, 1)$ である。この T パリティ変換において、ラグランジアン (式 (2.5)) が保存していることがわかる。

この模型では、4 種類のゲージ場が存在する。標準模型のゲージボソンに対応する 2 種類のゲージ場は、

$$W^a = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^a + W_2^a), \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}}(B_1 + B_2) \quad (2.8)$$

と表される。T パリティ変換 (式 (2.7)) においては、 $W^a \leftrightarrow W^a$ 、 $B \leftrightarrow B$ であり、両方とも偶パリティとなる。また、重いゲージボソンに対応する 2 種類のゲージ場は、

$$W_H^a = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^a - W_2^a), \quad B_H = \frac{1}{\sqrt{2}}(B_1 - B_2) \quad (2.9)$$

⁴diag(a,b,c) は、行列の対角成分が a,b,c、非対角成分が 0 であることを表している。

と表される。T パリティ変換 (式 (2.7)) においては, $W_H^a \leftrightarrow -W_H^a$, $B_H \leftrightarrow -B_H$ であり, 両方とも奇パリティとなる。

これらの4種類のゲージ場は, 対称性の破れにより質量をえる。標準模型のゲージボソンに対応するゲージ場: W^a と B は, 電弱対称性の破れ ($SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$) により質量をえる。一方, 重いゲージボソンに対応するゲージ場: W_H^a と B_H は, $SU(5) \rightarrow SO(5)$ の対称性の破れにより, $\mathcal{O}(f)$ の質量をえて, さらに, 電弱対称性の破れにより質量の補正を受ける。

標準模型のゲージボソンの質量の導出と, 重いゲージボソンの質量の導出は, 同じ手順ですすむので, 重いゲージボソンについてのみ手順をしめす。電弱対称性の破れにおいて, 真空期待値を $\langle H \rangle = (0, v/\sqrt{2})^T$ とする。荷電項の $W_H^{1,2}$ は, 以下のように線形結合で表され, W_H^\pm が質量の固有状態となる。

$$W_H^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_H^1 \mp iW_H^2) \quad (2.10)$$

また, 中性項の W_H^3 と Z_H は, 以下のように混合し, A_H と Z_H が質量の固有状態となる。

$$\begin{pmatrix} Z_H \\ A_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_H & -\sin \theta_H \\ \sin \theta_H & \cos \theta_H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_H^3 \\ B_H \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

ここで, 混合角 θ_H は,

$$\tan \theta_H = -\frac{2m_{12}}{m_{11} - m_{22} + \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}^2}} \sim -0.15 \frac{v^2}{f^2} \quad (2.12)$$

であり, $m_{11} = g^2 f^2 (c_f^2 + 7)/8$, $m_{12} = gg' f^2 (1 - c_f^2)/8$, $m_{22} = g'^2 f^2 (5c_f^2 + 3)/40$, $c_f = \cos(\sqrt{2}v/f)$ である。混合角 θ_H は非常に小さいため, 式 (2.11) より, A_H は $U(1)_Y$ 成分の B_H で主に構成されることになる。

以上により, ラグランジアンにおけるゲージボソンの質量項は,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{ゲージ}} = & m_W^2 WW^\dagger + \frac{1}{2} m_Z^2 Z^2 \\ & + m_{W_H}^2 W_H W_H^\dagger + \frac{1}{2} m_{Z_H}^2 Z_H^2 + \frac{1}{2} m_{A_H}^2 A_H^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

と表され, それぞれのゲージボソンの質量は,

$$\begin{aligned} m_W^2 &= \frac{g^2}{4} f^2 (1 - c_f) \simeq \frac{g^2}{4} v^2, \\ m_Z^2 &= \frac{g^2 + g'^2}{4} f^2 (1 - c_f) \simeq \frac{g^2 + g'^2}{4} v^2, \\ m_{W_H}^2 &= \frac{g^2}{4} f^2 (c_f + 3) \simeq g^2 f^2, \\ m_{Z_H}^2 &= \frac{1}{2} \left(m_{11} + m_{22} + \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}^2} \right) \simeq g^2 f^2, \\ m_{A_H}^2 &= \frac{1}{2} \left(m_{11} + m_{22} - \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}^2} \right) \simeq 0.2g'^2 f^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

となる。

2.1.2 レプトン

標準模型のレプトンと、重いレプトンは、計算においてその扱いが異なる。標準模型のレプトンについては、左巻きレプトンと左巻きニュートリノで2重項をつくり、右巻きレプトンが1重項となる。一方、重いレプトンについては、左巻きレプトンと左巻きニュートリノ、右巻きレプトンと右巻きニュートリノ、それぞれで2重項をつくる。以降は、レプトンの3世代のうち、電子についてのみ議論をすすめる⁵。

まず、3つの2重項： $l_{\text{左}}^{(1)}, l_{\text{左}}^{(2)}, l_{\text{右}}$ と、1つの1重項： $e_{\text{右}}$ を用意する。左巻き2重項の中身は、

$$l_{\text{左}}^{(n)} = -\sigma^2 \begin{pmatrix} \nu_{\text{左}}^{(n)} \\ e_{\text{左}} \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2) \quad (2.15)$$

である。この2つの線形結合が、左巻きの、標準模型 (SM) 電子/ニュートリノと重い (H)・電子/ニュートリノになる。

$$l_{SM \text{ 左}} = -\sigma^2 \begin{pmatrix} \nu_{SM \text{ 左}} \\ e_{SM \text{ 左}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(l_{\text{左}}^{(1)} - l_{\text{左}}^{(2)}), \quad (2.16)$$

$$l_{H \text{ 左}} = -\sigma^2 \begin{pmatrix} \nu_{H \text{ 左}} \\ e_{H \text{ 左}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(l_{\text{左}}^{(1)} + l_{\text{左}}^{(2)}) \quad (2.17)$$

また、右巻きの、標準模型の電子と重い電子/ニュートリノは、

$$e_{SM \text{ 右}} = e_{\text{右}}, \quad (2.18)$$

$$l_{H \text{ 右}} = l_{\text{右}} = -\sigma^2 \begin{pmatrix} \nu_{\text{右}} \\ e_{\text{右}} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

となる。

次に、T パリティ変換を以下のように定義する。

$$\mathcal{N}^{(1)} \leftrightarrow -\Sigma_0 \mathcal{N}^{(2)}, \quad \Psi_{l_{\text{右}}} \leftrightarrow -\Psi_{l_{\text{右}}} \quad (2.20)$$

Σ_0 は式 (2.2) のもので、 $\mathcal{N}^{(n)}$ と $\Psi_{l_{\text{右}}}$ は SU(5) の多重項であり、それぞれ $\mathcal{N}^{(1)} = (l_{\text{左}}^{(1)}, 0, 0)^T$, $\mathcal{N}^{(2)} = (0, 0, l_{\text{左}}^{(2)})^T$, $\Psi_{l_{\text{右}}} = (0, 0, l_{\text{右}})^T$ と表される。このT パリティ変換において、ラグランジアン中のレプトン項が保存する。標準模型の電子とニュートリノ (式 (2.16), (2.18)) は、T パリティ変換において、 $l_{SM \text{ 左}} \leftrightarrow l_{SM \text{ 左}}$, $e_{SM \text{ 右}} \leftrightarrow e_{SM \text{ 右}}$ であり、両方とも偶パリティとなる。一方、重い電子と重いニュートリノ (式 (2.17), (2.19)) は、 $l_{H \text{ 左}} \leftrightarrow -l_{H \text{ 左}}$, $l_{H \text{ 右}} \leftrightarrow -l_{H \text{ 右}}$ であり、両方とも奇パリティとなる。

重い電子と重いニュートリノは、対称性の破れによって質量をえる過程が、それぞれ異なる。重い電子は、SU(5) \rightarrow SO(5) の対称性の破れにより $\mathcal{O}(f)$ の質量をえる。一方、重いニュートリノは、SU(5) \rightarrow SO(5) の対称性の破れにより $\mathcal{O}(f)$ の質量をえ

⁵レプトン3世代： e, μ, τ は、ラグランジアンの中で同様の形をとるので、 e についてわかれば、 μ と τ についても同様にわかる。

て、さらに、電弱対称性の破れによって質量の補正を受ける。重い電子と重いニュートリノの質量は、 κ_l に依存しており、

$$\begin{aligned} m_{e_H} &= \sqrt{2}\kappa_l f, \\ m_{\nu_H} &= \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{1+c_f}}{2} \right) \kappa_l f \simeq \sqrt{2}\kappa_l f \end{aligned} \quad (2.21)$$

となる。

2.1.3 ヒッグス

この模型では、2種類のヒッグス場 H と Φ (式 (2.2)) が存在する。これらのヒッグス場によるスカラー・ポテンシャルは、

$$V(H, \Phi) = -\mu^2 H^\dagger H + \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2 + \lambda f^2 \text{Tr} [\Phi^\dagger \Phi] \dots \quad (2.22)$$

である [3, 8]。T パリティ変換 (式 (2.7)) においては、2重項ヒッグス H は偶パリティとなり、一方、3重項ヒッグス Φ は奇パリティとなる。

2重項ヒッグス H は、

$$H = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v+h) \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

となる。 v は電弱対称性の破れにおける真空期待値、 h はそれに伴う標準模型のヒッグスである。ここでは、would-be 南部-ゴールドストーンボソンを省略している⁶。

それぞれのヒッグス場の質量は、

$$m_h = \sqrt{2}\mu^2, \quad (2.24)$$

$$m_\Phi = \lambda f^2 = \frac{2f^2}{v^2} m_h^2 \quad (2.25)$$

となる。ヒッグスの質量のループの寄与は、 h と Φ で異なる。いま、ループの寄与として考えられるものは、

$$\text{有限の項} + \text{対数の項} (\log \Lambda) + 2 \text{次の項} (\Lambda^2) \quad (2.26)$$

の3つある。 Λ は、理論が有効なエネルギースケールである。質量 m_h に対するループの寄与は、1ループの対数の項⁷ と、2ループの2次の項が、主なものになる。したがって、その大きさは f^2 より小さい。一方、3重項ヒッグス Φ の質量 m_Φ に対するループの寄与は、1ループの2次の項が主なものになり、その大きさは f^2 に比例する。

⁶実際には、式 (2.2) の行列 Π と同様に、2重項ヒッグス H には Ω' と η' の項が加わるが、それらはゲージ固定により、南部-ゴールドストーンボソンにならず吸収されるので省略できる。

⁷1ループには2次の項がない。

2.2 模型のパラメータ

リトルヒッグス模型を数値シミュレーションによって検証するためには、模型におけるいくつかのパラメータを決めなければならない。パラメータの選択には、過去におこなわれた実験の測定結果から制約をうける。考慮する実験の測定結果は、加速器実験の電弱精密測定による結果と、天文観測による暗黒物質の残存密度である。加速器実験については、LEP (Large Electron Positron collider) 実験、CDF (Collider Detector at Fermilab) 実験などによる測定結果を利用し、天文観測については、WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) による測定結果 [15] を利用した。

模型におけるパラメータを、過去の実験の測定結果の制約のなかで選ぶとき、その選択は妥当でなければならない。その妥当性を示す指標を、以下のように定義した。

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{(\mathcal{O}_{\text{実験}}^{(i)} - \mathcal{O}_{\text{模型}}^{(i)})^2}{(\Delta\mathcal{O}_{\text{実験}}^{(i)})^2} \quad (2.27)$$

$\mathcal{O}_{\text{実験}}^{(i)}$ は実験の測定値、 $\Delta\mathcal{O}_{\text{実験}}^{(i)}$ はその実験の測定誤差であり、また、 $\mathcal{O}_{\text{模型}}^{(i)}$ は模型のパラメータから予想される測定値である。

実験の測定値 $\mathcal{O}_{\text{実験}}^{(i)}$ および誤差 $\Delta\mathcal{O}_{\text{実験}}^{(i)}$ は、

- ワインバーグ角 $\sin^2 \theta_{\text{eff}}^{\text{lept}} = 0.23153 \pm 0.00016$
- W ボソンの質量 $m_W = 80.412 \pm 0.042 \text{ GeV}$
- Z ボソンのレプトン崩壊幅 $\Gamma_l = 83.985 \pm 0.086 \text{ MeV}$ [16]
- Z ボソンの質量 $m_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}$
- Z の質量スケールの構造定数 $\alpha^{-1}(m_Z) = 128.950 \pm 0.048$
- トップクォークの質量 $m_t = 172.7 \pm 2.9 \text{ GeV}$ [19]
- フェルミ定数 $G_F = (1.16637 \pm 0.00001) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ [20]
- 暗黒物質の残存密度⁸ $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.119 \pm 0.009$ [17],

の8つを利用した。

一方、模型のパラメータから予想される測定値 $\mathcal{O}_{\text{模型}}^{(i)}$ は、

$$m_Z, \alpha^{-1}(m_Z), m_t, G_F, f, m_h$$

の6つの模型のパラメータをもとに計算をおこなった。はじめの4つ — $m_Z, \alpha^{-1}(m_Z), m_t, G_F$ — については、加速器実験による精密測定の結果によって強く制限される。 f については、 $f < 570 \text{ GeV}$ の領域で、 $m_{A_H} < m_W$ となり、暗黒物質の残存密度を求める上での、 A_H の対消滅からゲージボソンの対生成が禁止されてしまう(付録Bを参照)。 m_h については、暗黒物質の消滅断面積が m_h に依存しているので、天文観測による WMAP の結果によって制限される。

以上より、式 (2.27) の計算結果は $\chi^2 = 1.7136$ となり、 $(f, m_h) = (580 \text{ GeV}, 134 \text{ GeV})$ となった。また、暗黒物質の残存密度は、 $\Omega_{\text{DM}} h^2 = 1.05$ と得られた。ここで、

⁸宇宙全体では $\Omega_{\text{all}} \simeq 1$ 、また、 $h \simeq 0.7$ である。よって、暗黒物質の宇宙全体に占める割合は $\Omega_{\text{DM}} \simeq 0.119 \div 0.7^2 = 24\%$ となる。

f	m_h	κ_l
580(GeV)	134(GeV)	0.5

表 2.1: 模型におけるパラメータの典型的な値

m_{A_H}	m_{W_H}	m_{Z_H}	m_{ν_H}	m_{e_H}	m_Φ
81.9(GeV)	368(GeV)	369(GeV)	401(GeV)	410(GeV)	440(GeV)

表 2.2: リトルヒッグス・パートナーの質量の典型的な値

ほかの4つの変数— m_Z , $\alpha^{-1}(m_Z)$, m_t , G_F —は、それぞれの測定結果の中心値をとっている。

また、模型におけるパラメータは、 χ^2 の計算に利用した6つのパラメータ以外に、レプトンの湯川結合における定数 κ_l もある。 κ_l も、上記の6つのパラメータと同じように、加速器実験の測定値から制約を受ける。 κ_l が小さい場合は、質量の小さい e_H や μ_H (式(2.21)) が存在することになり、従来の加速器実験のエネルギーで新しい荷電粒子が発見されていない事実と反する。一方、 κ_l が大きい場合は、4 フェルミ相互作用での寄与が大きくなってしまい [18, 12]、標準模型における値から大きくずれてしまう。そのため、 κ_l は $\mathcal{O}(1)$ となり、本研究では $\kappa_l = 0.5$ を選んだ。

以上の典型的な値として選んだ、模型におけるパラメータを表 2.1 にまとめる。また、これらのパラメータによって計算される、重いゲージボソンの質量(式(2.14)(2.14)(2.14))、重い電子/ニュートリノの質量(式(2.21)) および、3重項ヒッグスの質量(式(2.25)) を、表 2.2 にまとめる。

表 2.2 から分かるように、全ての重いゲージボソンは、質量が 500GeV より小さいため、ILC 実験で予定されている重心系エネルギー 1TeV において、それらの対生成が可能である。重いゲージボソンの対生成の過程は、以下の4種類がある。

- $e^+e^- \rightarrow A_H A_H$
- $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$
- $e^+e^- \rightarrow Z_H Z_H$
- $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$

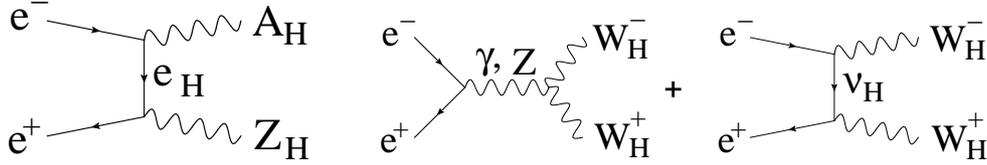
それぞれの過程の反応断面積を表 2.3 にしめす。1つ目の過程 $A_H A_H$ は、測定されない。2つ目の過程 $A_H Z_H$ は、それぞれの質量の和： $m_{A_H} + m_{Z_H}$ が 500GeV より小さいため、重心系エネルギー $\sqrt{s} = 500\text{GeV}$ で生成される。3つ目と4つ目の過程は、両方とも重心系エネルギー $\sqrt{s} = 1\text{TeV}$ でされるが、反応断面積については $W_H^+ W_H^-$ が $Z_H Z_H$ に比べて約 2.5 倍大きい。

以上より、本研究では、

- $\sqrt{s} = 500\text{GeV}$ での $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$
- $\sqrt{s} = 1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$

\sqrt{s}	$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$	$e^+e^- \rightarrow Z_H Z_H$	$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$
500 GeV	1.91 (fb)	—	—
1 TeV	7.42 (fb)	110 (fb)	277 (fb)

表 2.3: 重いゲージボソン対生成の反応断面積

図 2.1: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ と $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ のファインマン・ダイアグラム

の 2 つの過程を対象に, ILC 実験におけるシミュレーションをおこなう。特に, $\sqrt{s} = 1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の過程は, 反応断面積が非常に大きいので, 高い精度で解析をおこなうことができる。それぞれの過程のファインマン・ダイアグラムを図 2.1 にしめす。また, Z_H と W_H^\pm は, その質量の関係から 100% の崩壊比で,

- $Z_H \rightarrow A_H h$
- $W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm$

となる。

第3章 ILC 実験

3.1 概要

ILC (International Linear Collider) 実験は、電子・陽電子衝突の線形加速器を用いた、次世代の高エネルギー実験である。その目的は、素粒子物理学の標準模型において要となるヒッグス粒子の性質を精密に測定すること、標準模型を超える新しい物理について検証をおこなうこと、また、天文学や宇宙論に対しても寄与することなどである。

加速器は、全長が約 30km で、電子と陽電子を加速し正面衝突させ、重心エネルギー $\sqrt{s}=500\text{GeV}\sim 1\text{TeV}$ 、4 年間での積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt=500\text{fb}^{-1}$ を目指している。初期状態の電子・陽電子のエネルギーや偏極を指定することができ、また、内部構造を持たない電子・陽電子の衝突によりバックグラウンド事象が少ないため、新しい物理のシグナル事象が微小であっても精密測定がおこなえる。

測定器は、2007 年の時点で 4 つのモデル — GLD, LDC, SiD, 4th — が存在したが、現在では、GLD と LDC が統合され ILD となり、3 つのモデルとなっている。本研究では、GLD[22] を想定した測定器シミュレーションをおこなっており、GLD についての説明をおこなう。

3.2 加速器

加速器は、主に、

- 電子・陽電子源 (Electron・Positron Source)
- 減衰リング (Damping Ring)
- 主線形加速器 (Main Linac)

の 3 種類から構成される (図 3.1)。

まず、電子・陽電子源において電子・陽電子を発生させてビームとして利用し、次に、減衰リングにおいてビームの広がりを抑える。そして、最後に、主線形加速器においてビームを一気に加速する。

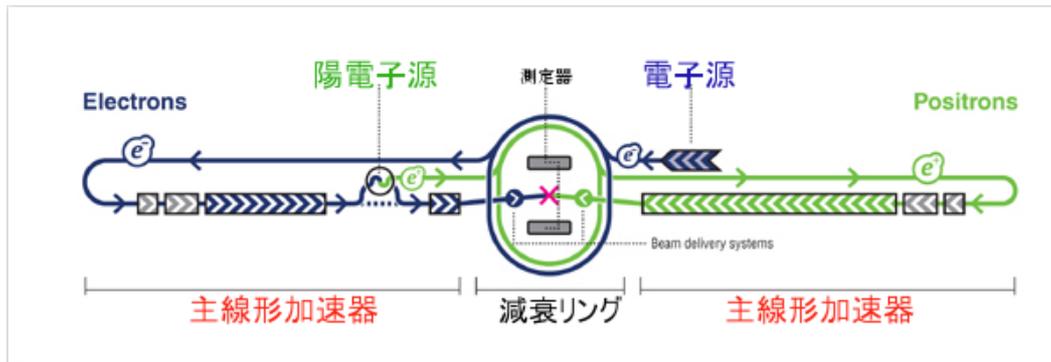


図 3.1: ILC の加速器

電子源

電子源では(図 3.2)、「偏極」したレーザーの照射が起こす「光電効果」により、偏極した電子を生成し、ビームとして利用する。まず、「偏極」したレーザーを、半導体 (GaAs/GaAsP など) の表面に照射する。この照射で「光電効果」が起こり、偏極した電子が生成される。生成した電子 (140~160keV) は、常伝導の加速管で加速され (76MeV)、さらに、超伝導の加速管で加速される (5GeV)。また、電子の偏極の目標値は 80% である。この目標値は、SLC (Stanford Linear Collider) での技術を用いれば可能となる。

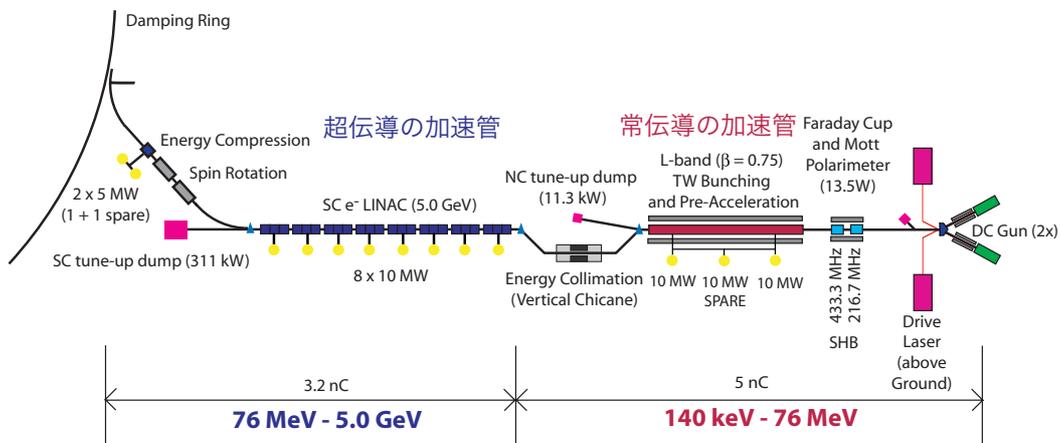


図 3.2: ILC の電子源

陽電子源

陽電子源では(図 3.3)、電子源において生成した電子ビームから「制動放射」により光子を放射させ、さらに、その光子から「電磁シャワー」により電子・陽電子を生成し、陽電子を分離して、ビームとして利用する。

電子源において生成した電子ビームは、主線形加速器で 150GeV まで加速した後、

いったん取り出されて、アンジュレータ (Undulator) という真空管を通る。アンジュレータでは、磁場の向きを交互に変えて電子を蛇行させることで、「制動放射」により 10MeV 程度の光子を放出させる。その後、電子は主線形加速器に戻され、一方、光子は標的 (厚さ 1.4cm の Ti の円盤) に向かう。この標的との衝突で「電磁シャワー」が起こり、大量の電子・陽電子が生成されるので、その中から陽電子を分離する。分離した陽電子は、常伝導の加速管で加速され (400MeV)、さらに、超伝導の加速管で加速される (5GeV)。

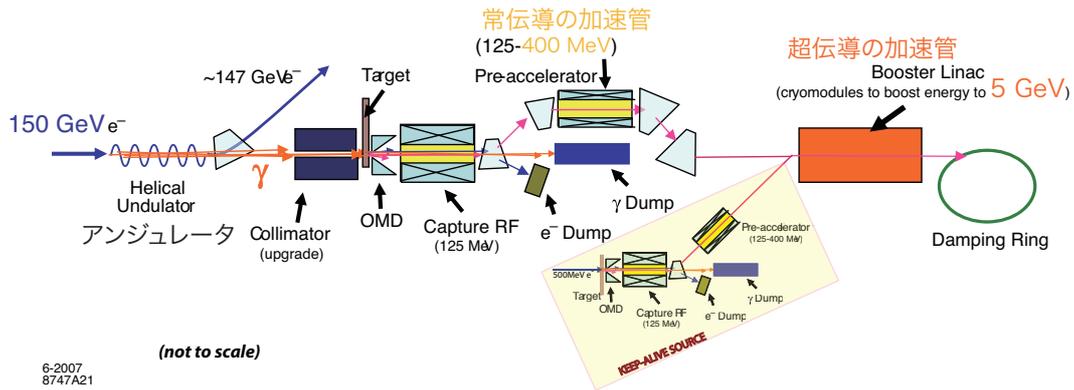


図 3.3: ILC の陽電子源

減衰リング

減衰リングでは、電子・陽電子ビームから「制動放射」により光子を放出させ、ビームの広がりを抑える。電子・陽電子源において生成したビーム (5GeV) は、減衰リング (円周 6.7km) の中を周る (200ms)。減衰リングでは、リングの円弧部分においてビームを曲げることで、「制動放射」により光子を放出させ、ビームの広がりを小さくしている。ビームの広がり $\sigma_{x,y}$ は、

$$\sigma_{x,y} = \sqrt{\beta_{x,y} \cdot \gamma_e \epsilon_{x,y}} \quad (3.1)$$

$$\epsilon = \Delta x_{\text{phase}} \cdot \Delta p_{\text{phase}} \quad (3.2)$$

と表される。 β は加速器パラメータのベータ関数、 γ_e は $\gamma_e = \sqrt{1 - \beta_e^2}$ ($c\beta_e$: ビーム速度, c : 光速) である。また、 ϵ はエミッタンスと呼ばれ、位置と運動量の位相空間における、ビームの位置の広がり (Δx_{phase}) と運動量の広がり (Δp_{phase}) の積で表される。エミッタンスは保存量なので、制動放射により放出される光子が持ついくエミッタンスの分だけ、ビームのエミッタンスが小さくなり、ビームの広がりも抑えられる。

主線形加速器

主線形加速器では、加速器空洞を「マイクロ波」で満たし、マイクロ波を「位相変化」させることにより、電子・陽電子ビームを一気に加速する。減衰リングにおいて

ビームの広がりを抑えられた電子・陽電子ビーム (5GeV) は, RTML(Ring To Main Linac) によって, 主線形加速器まで運ばれる。主線形加速器では, 電子・陽電子ビームを, それぞれ超伝導空洞 (距離: 約 11km, 加速器勾配: 31.5MV/m)¹ で一気に加速する (250MeV)。超伝導空洞は, RF-ユニット (図 3.4) と呼ばれるクライオモジュールで構成され, 電子ビームには 282 個, 陽電子ビームには 278 個の RF-ユニットが必要となる。さらに, RF-ユニットは, 周期的構造を持つ 3 つの加速空洞で構成され, それぞれの加速空洞は 8,9 個のセルを持ち (図 3.5), R-F ユニットは合計 26 (9+8+9) 個のセルを持つ。周期的構造を持つ加速空洞は「マイクロ波」で満たされており, 粒子が 1 セルを走る間に, マイクロ波が 180 度「位相変化」するようにセルの長さと同波数を選択している。これにより, 各セルにおいて順にビームが加速されていく。

また, 主線形加速器で目指す重心系エネルギーは, 第 1 期で 500GeV, 第 2 期で 1TeV である。

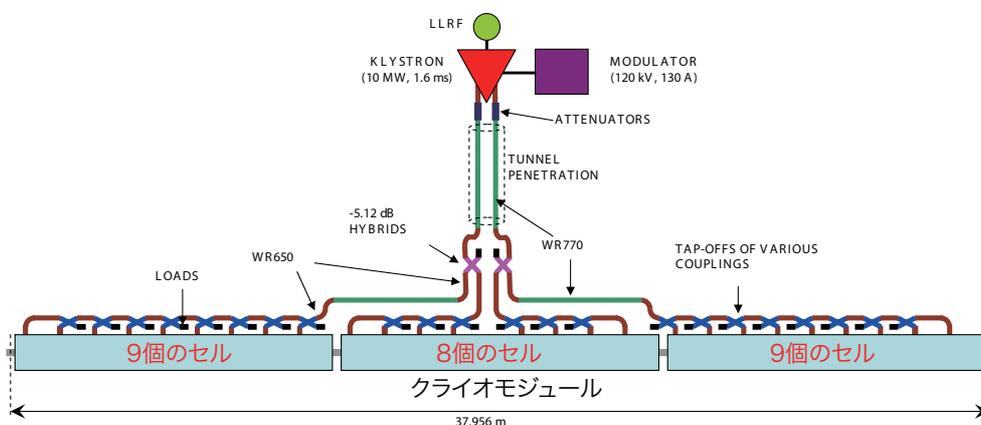


図 3.4: ILC の主線形加速器における RF-ユニット



図 3.5: ILC の主線形加速器における 9 個のセルを持つ加速空洞

¹これらの値は, 重心系エネルギー 500GeV の場合であり, 重心系エネルギー 1TeV の場合は, より長い距離と高い加速器勾配が必要となる。

3.3 測定器

測定器は、主に、

- 飛跡検出器
- カロリメータ（電磁，ハドロン）
- その他（ミュオン検出器など）

の3種類から構成される。

それぞれの検出器の目的は、飛跡検出器が荷電粒子の運動量を測定し、カロリメータが中性粒子のエネルギーを測定することである。さらに、それぞれの検出器における粒子の反応の違いにより、粒子の識別をおこなう（図 3.6）。検出される粒子は、寿命が長いもの — $e^\pm, \mu^\pm, \gamma, \pi^\pm, K^\pm, K^0, p, n$ など — である。これらの粒子は、「荷電状態の違い」と「相互作用の違い」で識別される。荷電状態の違いは、

$$\begin{aligned} e^\pm, \mu^\pm, \pi^\pm, K^\pm, p & : \text{飛跡を残す} \\ \gamma, K^0, n & : \text{飛跡を残さない} \end{aligned}$$

として現れ、相互作用の違いは、

$$\begin{aligned} e^\pm, \gamma & : \text{電磁シャワー} \\ \pi^\pm, K^\pm, K^0, p, n & : \text{ハドロンシャワー} \\ \mu^\pm & : \text{シャワーがない} \end{aligned}$$

として現れる。以上の2つ違いにより、粒子の識別は

$$\begin{aligned} e^\pm & : \text{飛跡を残す} & \& \text{電磁シャワー} \\ \gamma & : \text{飛跡を残さない} & \& \text{電磁シャワー} \\ \pi^\pm, K^\pm, p & : \text{飛跡を残す} & \& \text{ハドロンシャワー} \\ K^0, n & : \text{飛跡を残さない} & \& \text{ハドロンシャワー} \\ \mu^\pm & : \text{飛跡を残す} & \& \text{シャワーがない} \end{aligned}$$

のそれぞれの条件を課すことにより可能となる。さらに、荷電粒子については、磁場中における粒子の曲がる方向から識別が可能である。

GLD 測定器では、飛跡検出器とカロリメータとして、

- 飛跡検出器：VTX², IT, TPC
- カロリメータ：ECAL, HCAL

を備えており、その他、ミュオン検出器や磁場を作るソレノイドも備えている（図 3.7, 3.8）。それぞれ、Vertex Detector (VTX), Inner Tracker (IT), Time Projection Chamber (TPC), Electromagnetic Calorimeter (ECAL), Hadron Calorimeter (HCAL) の略である。GLD における飛跡検出器とカロリメータのパラメータを表 3.1, 3.2 にまとめる。

²VTX は、粒子の崩壊点検出が主な目的だが、飛跡検出にも用いられるため、本論文では飛跡検出器に分類している。

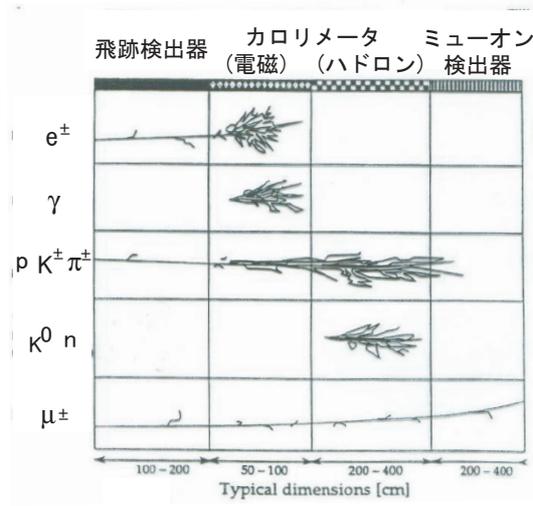


図 3.6: 測定器における粒子の反応の違い

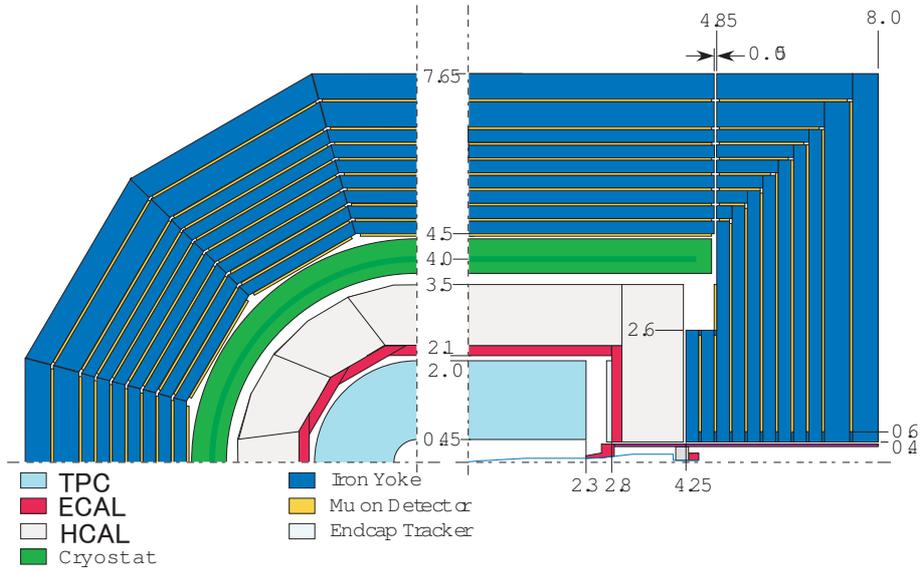


図 3.7: GLD 測定器の概観 1 ($r-\phi$ 平面と $r-z$ 平面)

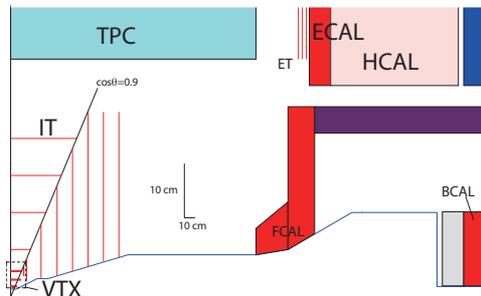


図 3.8: GLD 測定器の概観 2 ($r-z$ 平面)

飛跡検出器		R(cm)	Z(cm)	$\cos\theta$	x/X_0	位置分解能
VTX	Layer1a	2.0	6.5	0.956	3.7	$\sigma_{r\phi}=\sigma_z=2\mu\text{m}$
	Layer1b	2.2	6.5	0.947		
	Layer2a	3.2	10.0	0.952		
	Layer2b	3.4	10.0	0.947		
	Layer3a	4.8	10.0	0.902		
	Layer3b	5.0	10.0	0.894		
	Disk1a	4.0-5.8	12.0	0.900-0.949		
Disk1b	4.0-5.8	12.0	0.903-0.950			
IT	Layer1	9.0	18.5	0.899	25.7	$\sigma_{r\phi}=10\mu\text{m}$ $\sigma_z=50\mu\text{m}$
	Layer2	16.0	33.0	0.900		
	Layer3	23.0	47.5	0.900		
	Layer4	30.0	62.0	0.900		
	Disk1	2.4-7.6	15.5	0.898-0.988	25.7	$\sigma=25\mu\text{m}$
	Disk2	3.2-14.0	29.0	0.901-0.994		
	Disk3	3.7-21.0	43.5	0.901-0.996		
	Disk4	4.7-28.0	58.0	0.901-0.997		
	Disk5	5.7-38.0	72.5	0.886-0.997		
	Disk6	6.6-38.0	87.0	0.916-0.997		
Disk7	7.6-38.0	101.5	0.937-0.997			
TPC	Barrel	45.0-200.0	230.0	0.981	—	$\sigma_{r\phi}=50\text{-}150\mu\text{m}, \sigma_z=500\mu\text{m}$

表 3.1: GLD における飛跡検出器のパラメータ

R はビーム軸からの距離, Z はビーム軸方向の半分の長さ, $\cos\theta$ は $\theta=0$ をビーム軸方向とした有効な測定範囲である。また, x/X_0 は放射距離 X_0 に換算した厚み, $\sigma_{r\phi}$ (σ_z) はビーム軸に垂直 (平行) な方向の位置分解能である。

カロリメータ		R(cm)	Z(cm)	$\cos\theta$	エネルギー分解能
ECAL	Barrel	210.0-230.0	280.0	0.800	$\Delta E/E=15\% / \sqrt{E}$
	Endcap	40.0-230.0	280.0-300.0	0.990	
HCAL	Barrel	230.0-350.0	300.0	0.794	$\Delta E/E=50\% / \sqrt{E}$
	Endcap	40.0-350.0	300.0-420.0	0.991	

表 3.2: GLD におけるカロリメータのパラメータ

R はビーム軸からの距離, Z はビーム軸方向の半分の長さ, $\cos\theta$ は $\theta=0$ をビーム軸方向とした有効な測定範囲である。また, エネルギー分解能での E の単位は GeV。

3.3.1 飛跡検出器

GLD 測定器では、飛跡検出器として、VTX, IT, TPC の 3 つを備えている。それぞれ検出器の結果を組み合わせることにより、運動量分解能、

$$\frac{\Delta p_t}{p_t^2} \leq 5 \times 10^{-5} (\text{GeV}/c)^{-1}$$

を目指している。

VTX

VTX (図 3.9) では、粒子が複数の層と衝突して信号を発生し、信号を検出した各ピクセルの位置から、粒子の飛跡を再構成する。

粒子は、2 枚のシリコン FPCCD³ (ピクセルサイズ $5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$, 厚さ $50\mu\text{m}$) と 1 枚のセンサー (厚さ $100\mu\text{m}$) を 1 組とした、3 組のバレルの層 (Layer) と 1 組のエンドプレートの円盤 (Disk) に衝突して、信号を発生する。FPCCD はピクセルサイズが小さいため、1 つのピクセルに対する時間当たりの粒子の衝突が少なく、高速読み出しの必要がない。また、センサーは厚さが小さいため、粒子の多重散乱による飛跡再構成の精度の低下を防いでいる。そして、それぞれの層・円盤における、信号を検出した各ピクセルの位置を結び、粒子の飛跡を再構成する。

また、衝突点係数として、

$$\sigma_b \leq 5 \oplus \frac{10}{p\beta \sin^{3/2} \theta} (\mu\text{m})$$

を目指している。

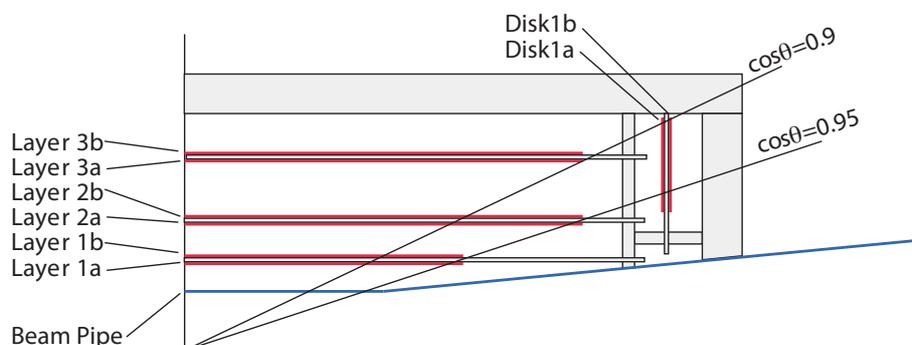


図 3.9: GLD 測定器の VTX

IT

IT では、VTX と同様の方法で、粒子の飛跡を再構成する。また、IT の目的は、VXT と TPC の間を補完し、運動量分解能を向上させることである。これにより、運動量分解能の目標値を達成することができる。

³FPCCD は Fine Pixel CCD の略。

TPC

TPC (図 3.10) では、荷電粒子がガスを「電離」して電子を生成し、高電場により電子を「ドリフト」させ、さらに強い電場による「電子なだれ」を信号として検出する。そして、ドリフトによる時間と位置から、荷電粒子の飛跡を再構成する。

荷電粒子は、ガスが充満した空間を通過するとき、ガス分子を「電離」して電子と陽イオンを生成する。生成した電子は、ビーム軸方向にかけられている電場により、TPC の端のエンドプレート方向に「ドリフト」していく。このとき、磁場もビーム軸方向にかけられているので、電子のビーム軸に垂直方向の分散が抑えられる。ドリフトした電子は、TPC の端に 2 次元的に敷き詰められた厚さ $50\mu\text{m}$ の MPGD (micro-pattern gas detector) において、強い電場により「電子なだれ」を起こし、約 10^3 倍の信号に増幅され検出される。そして、電子のドリフトにかかる時間情報と、MPGD による 2 次元の空間情報から、荷電粒子の飛跡が再構成される。

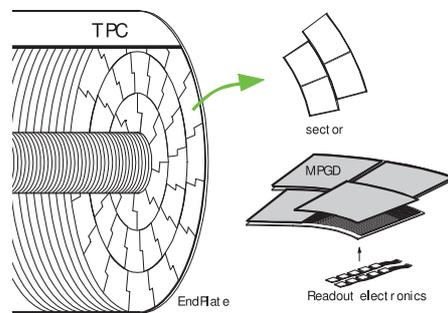


図 3.10: GLD 測定器の TPC

3.3.2 カロリメータ

GLD 測定器では、カロリメータとして、ECAL と HCAL の 2 つを備えている。それぞれ検出器の結果を組み合わせることにより、ジェットのエネルギー分解能

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{30\%}{\sqrt{E(\text{GeV})}}$$

を目指している。

ECAL

ECAL (図 3.11 左) では、光子が物質中で「電磁シャワー」を起こしてエネルギーを落とし (エネルギーデポジット)、エネルギーデポジット分の「シンチレーション光」が発生するので、そのエネルギーを検出して、元の光子のエネルギーとして再構成する。

光子は、ストリップ構造のシンチレータ (厚さ 2mm 、平面サイズ $1\text{cm} \times 4\text{cm}$) と吸収剤のタングステン (厚さ 3cm) の中で「電磁シャワー」を起こしエネルギーを落と

す。吸収剤により、粒子のほとんどのエネルギーを落とすことが可能で、さらに、吸収剤に使用するタングステンはモリエール半径が小さいため、各粒子による信号を分離することができる。粒子の落としたエネルギーは、「シンチレーション光」として発生し、シンチレータの中の波長変換ファイバー（直径1mm）を通り、光検出器（SiPMやMPPC）⁴で約 10^6 倍の信号に増幅され検出される。そして、検出されたエネルギーから、元の光子のエネルギーを再構成する。

HCAL

HCAL（図 3.11 右）では、ECAL と同様に、中性ハドロンが物質中で「ハドロンシャワー」を起こしてエネルギーを落とし（エネルギーデポジット）、エネルギーデポジット分の「シンチレーション光」が発生するので、そのエネルギーを検出して、元の中性ハドロンエネルギーとして再構成する。

ECAL との大きな違いは、ストリップ構造のシンチレータ（厚さ 5mm、平面サイズ 1cm×20cm）と吸収剤の鉛（厚さ 20mm）である。

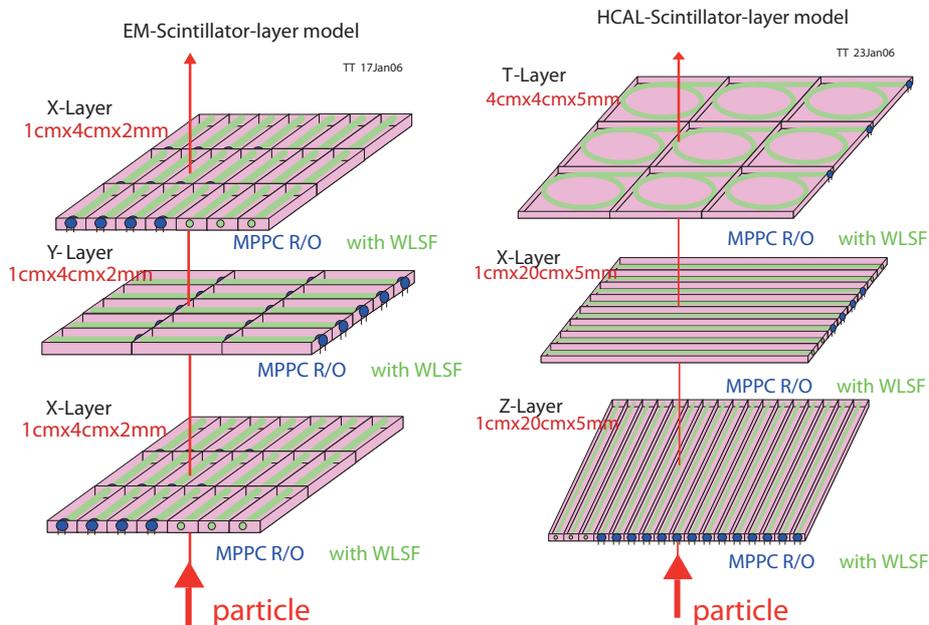


図 3.11: GLD 測定器の ECAL（左）と HCAL（右）

3.3.3 その他

飛跡検出器とカロリメータの他に、ミュオン検出器やソレノイドなどがある。ミュオン検出器は、鉄とシンチレータのサンドイッチ構造をしており、ミュオン粒子の再構成をおこなう。また、ソレノイドは、3T の磁場を生み出している。

⁴SiPM (Silicon Photomultiplier), MPPC (Multi-Pixel Photon Counter)

第4章 シミュレーション

4.1 概要

シミュレーションの流れは、

- 物理事象の生成
- 測定器シミュレーション
- 物理事象の再構成

の3段階でおこなわれる(図4.1)。Physsimが基本粒子(レプトン・クォーク・ゲージボソンなど)の生成, JSFHadronizerが基本粒子の時間発展(パートンシャワー, ハドロン化, 崩壊過程)をおこなう。また, JSFQuickSimが測定器の簡易シミュレーションをおこない, その後, 物理事象の再構成をおこなう。

基本粒子の生成を担うPhyssim[24]は, ヘリシティ振幅の計算をおこなうHELAS[25], 多変数関数(ここでは微分反応断面積)のモンテカルロ積分をおこなうBASES, および, BASESの積分結果から基本粒子を生成するSPRINGをもとに作られている[26]。また, 基本粒子の時間発展を担うJSFHadronizerは, クォーク・グルーオンのパートンシャワーとハドロン化の計算をおこなうPYTHIA6.4[27]と, τ 粒子のヘリシティを考慮した崩壊の計算が可能なTAUOLA[28]をもとに作られている。一方, 測定器のシミュレーションをおこなうJSFQuickSimは, FORTRANで記述されたパッケージである。

次節からは, 各シミュレーションについて説明をおこなう。

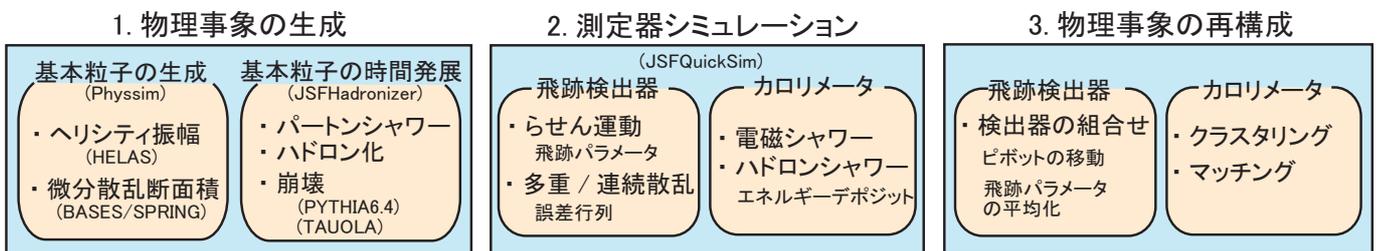


図 4.1: シミュレーションの流れ

4.2 物理事象の生成

4.2.1 基本粒子の生成

基本粒子の生成は、

- ヘリシティ振幅の計算
- 微分反応断面積の積分

の2段階でおこなわれる。

一般に、始状態が e^+e^- で、終状態が n 体ある物理事象: $e^+e^- \rightarrow X_1 + \dots + X_f + \dots + X_n$ を考える。 e^+ , e^- , X_f の運動量 p とスピン s を、それぞれ (p_+, s_+) , (p_-, s_-) , (p_f, s_f) とすると、 X_f に関する微分反応断面積 $d\sigma$ は、

$$d\sigma = \frac{1}{2s\beta_e} \sum_{s^+, s^-, s_f} w_s^+ w_s^- |M_{fi}|^2 d\Phi_n \quad (4.1)$$

$$M_{fi} = \langle p_f, s_f | \hat{M} | p_+, s_+; p_-, s_- \rangle \quad (4.2)$$

と表される。ここで、 s は重心系エネルギーの2乗、 β_e は高速を単位とした e の速度、 $w_{s\pm}$ は e^\pm の偏極の重み¹である。また、 M_{fi} はヘリシティ振幅であり、 $d\Phi_n$ は位相空間である。

本研究では、基本粒子の生成のために、HELAS によってヘリシティ振幅を計算し、BASES/SPRING によって微分反応断面積を位相空間における積分をおこなった。

4.2.1.1 ヘリシティ振幅の計算

HELAS は tree-level のファインマン・ダイアグラムについて、ヘリシティ振幅の計算をおこなうためのサブルーチン（部品）の集合である。ヘリシティ振幅の計算過程は、

1. 外線（始状態・終状態）の量子状態を指定
2. 実現可能なファインマン・ダイアグラムを選択
3. 選択されたファインマン・ダイアグラムに合わせたサブルーチンを利用

の3段階で構成される。

ヘリシティ振幅は、式 (4.2) と同様、始状態 $|\phi_i\rangle$ 、終状態 $\langle\phi_f|$ 、散乱演算子 \hat{M} とすると、

$$M_{fi} = \langle\phi_f| \hat{M} |\phi_i\rangle \quad (4.3)$$

¹ 偏極の重みは、 $w_{s\pm} = \frac{1\pm P_s}{2}$, $-1 \leq P_s \leq 1$, $P_s = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$ と表される。 N_\pm は偏極が \pm である電子・陽電子の数。

で表される。ここで、始状態 $|\phi_i\rangle$ と終状態 $\langle\phi_f|$ は、運動量とスピンによって指定される量子状態である。HELAS は、外線である始状態・終状態の間を、内線と頂点で繋ぐ組み合わせ（部品）を用意している。それらの実現可能な組み合わせが、それぞれのファインマン・ダイアグラムに対応する。そして、それぞれのファインマン・ダイアグラムに対して、ヘリシティ振幅の計算をおこなう。

HELAS を用いることで、スピンの情報を失わずに、重い粒子（ヒッグス粒子や W ボソンなど）を軽いクォークやレプトンに崩壊させることができる。これにより、粒子のスピンや偏極が検証可能となる。また、始状態の e^+e^- ビームの偏極依存性を、反応断面積の計算において正しく再現できる。これにより、粒子の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷が検証可能となる。本研究では、 W_H^\pm のスピンの検証（第 5.3.3 節）、 W^\pm の偏極の検証（第 5.3.4 節）、 W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷の検証（第 5.3.5 節）をおこなう。

4.2.1.2 微分反応断面積の積分

BASES/SPRING は、任意関数の多次元数値積分をおこなう、汎用モンテカルロ積分プログラムである。ここで、

- 被積分関数として微分反応断面積、
- 積分変数の空間として位相空間、

を選べば、式 (4.1) の積分をおこなうことができる。

BASES

BASES は積分の際、「荷重サンプリング法」を用いる。この手法は、

1. 積分変数の空間を格子で分割し、
2. 被積分関数の値に応じて格子の大きさを調整し、
3. 積分に対する寄与の大きい格子をより多くサンプルする（荷重サンプリング）、

ことで、精度の高い数値計算をおこなうものである。

多次元関数 $f(\mathbf{X})$ の積分は、 m 個の格子 $\Delta\mathbf{X}^i$ で分割すると、

$$\int f(\mathbf{X})d\mathbf{X} \simeq \sum_{i=0}^m f(\mathbf{X}^i)\Delta\mathbf{X}^i \quad (4.4)$$

と表される。ここで、変数 \mathbf{X} が p 次元の場合、 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_p\}$ 、 $\mathbf{i} = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ 、 $\mathbf{m} = \{m_1, m_2, \dots, m_p\}$ である。つぎに、関数 $f(\mathbf{X})$ の値に応じて、

- 大きな値のところ：格子の幅 $\Delta\mathbf{X}^i$ を狭く
- 小さな値のところ：格子の幅 $\Delta\mathbf{X}^i$ を広く

して、格子の大きさを調節する ($\Delta X^i \rightarrow \Delta' X^i$)。そして、各格子に対して、 n 回サンプリングを繰り返し、

$$f(\mathbf{X}^i) \Delta' X^i \rightarrow \frac{1}{n} \sum_{j=0}^n f(j \mathbf{X}^i) \Delta' X^i \quad (4.5)$$

とする。これにより、積分に対する寄与の大きい格子は幅が狭いため、相対精度が優先的に上がり、全積分の精度を上げることができる。そして、積分の結果、それぞれの格子の積分に対する確率密度 (重み)

$$f(\mathbf{X}^i) \Delta' X^i \div \int f(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (4.6)$$

が得られる。

SPRING

SPRING は、数値計算の際、BASES で得られた格子の重みを利用して「ヒット&ミス法」をおこなう。この手法は、

1. 格子の重みに応じて、積分変数のある格子を選び、
2. さらに、その格子内の任意の点を一様を選び、
3. その点の値が被積分関数の値より小さいか大きいかで、採用・不採用 (ヒット&ミス) を決める

ことで、それぞれの点の選択を、被積分関数の値に対応した確率密度で分布させるものである。そして、それぞれの点の選択が、基本粒子の生成となる。

まず、積分結果として得られた各格子の重みに従って、格子 $\Delta' X^i$ を選び、さらに、その格子内で任意の点 $(\mathbf{X}, Y) = (x_{\text{event}}, f_{\text{max}} \cdot R)$ を選ぶ。ここで、 f_{max} は多次元関数 $f(\mathbf{X})$ の最大値、 R は一様乱数 ($0 \leq R \leq 1$) である。この点が、関数 $f(\mathbf{X})$ と比べて大きいか小さいかにより、採用・不採用を判断する。つまり、

- $f(x_{\text{event}}) \geq f_{\text{max}} \cdot R$ のとき：採用
- $f(x_{\text{event}}) \leq f_{\text{max}} \cdot R$ のとき：不採用

とする。そして、またある格子を選び、同じ作業を繰り返していく。以上より、これらの採用された点は、関数 $f(\mathbf{X})$ が大きな値ところで分布の密度が高く、関数 $f(\mathbf{X})$ が小さな値ところで分布の密度が低くなる。よって、確率密度に応じた基本粒子の生成が可能となる。

4.2.1.3 ビーム衝突時における補正

e^+e^- ビームが衝突するとき、衝突前に光子 γ を放出して、放出した光子の分のエネルギーを失った e^+e^- ビームが反応する現象がおこる。この現象は、2つの異なる物理過程を原因とし、それぞれ、

- Initial State Radiation (ISR)
- Beamstrahlung (BM)

と呼ばれる。ISR は微視的な過程であり、ビーム粒子同士 (e^+ と e^-) の素過程に関する現象である。一方、BM は巨視的な過程であり、ビーム粒子 (e^\pm) とビーム粒子のかたまり (e^\mp のバンチ) に起因する。補正の計算は、BASES/SPRING の被積分関数の確率分布に

$$\text{確率分布} = \text{微分反応断面積} \times \text{ISR 確率分布} \times \text{BM 確率分布} \quad (4.7)$$

として、実装されている。

ISR と BM は、 e^\pm が常に γ を帯びた状態であるために起こる現象だと理解される。一般に、 e^\pm が γ を放出する過程において、 γ を放出後の e が実粒子になる条件を考える。ここで、

- 4元運動量の保存、
- e をプロパゲータとして考える、

2つ視点で説明をおこなう (図 4.2)。

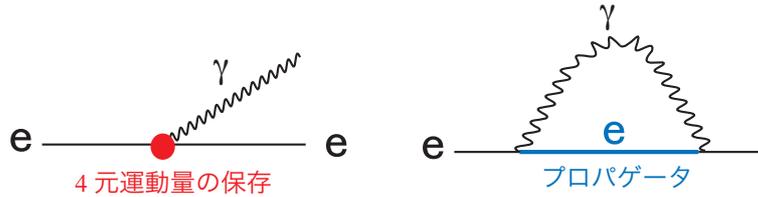


図 4.2: ビーム衝突時における補正

まず、4元運動量の保存を考える。それぞれの粒子の4元運動量を

$$\begin{cases} P_e = (E_e, \mathbf{P}_e) \\ P'_e = (E'_e, \mathbf{P}'_e) \\ P_\gamma = (E_\gamma, \mathbf{P}_\gamma) \end{cases} \quad (4.8)$$

とする。4元運動量の保存 $P_e = P'_e + P_\gamma$ より、

$$\begin{aligned} \underbrace{P_e^2}_{m_e^2} &= (P'_e + P_\gamma)^2 \\ &= P_e'^2 + 2(E'_e E_\gamma - \underbrace{|\mathbf{P}'_e|}_{\beta'_e E'_e} \underbrace{|\mathbf{P}_\gamma|}_{E_\gamma} \cos \theta) + \underbrace{P_\gamma^2}_0 \\ &= P_e'^2 + 2E'_e E_\gamma (1 - \underbrace{\beta'_e}_{\sim 1} \cos \theta) \end{aligned} \quad (4.9)$$

となる。ここでは、 $\beta_e^l \simeq 1$ の高エネルギー状態を考えている。 γ を放出後の e が実粒子になるためには、質量殻の上ののっている (on mass shell) 必要がある²。よって、 $P_e^l = m_e^2$ となる必要があり、そのための条件は式 (4.9) より

$$E_\gamma = 0 \quad \text{or} \quad \cos \theta = 1 \quad (4.10)$$

のどちらかを満たすことである。 $E_\gamma = 0$ は、エネルギーが 0 の γ を放出することであり、物理的には、 γ を放出しないことを意味しているので矛盾する。一方、 $\cos \theta = 1$ は、 e に平行の γ を放出することであり、物理的には、 e が γ を常に帯びた状態であることを意味している。

つぎに、 e^\pm をプロパゲータとして考える。プロパゲータである e の伝播関数 $S_F(p)$ は、4 元運動量 p と質量 m を用いて、

$$S_F(p) \propto \frac{1}{p^2 - m^2} \quad (4.11)$$

と表される³。散乱振幅は $S_F(p)^2$ に比例するので、伝播関数の分母が 0 に近い ($p^2 \simeq m^2$) ほど散乱振幅が大きくなり、物理的には、 e が長い寿命であることを意味している。

以上より、 e^\pm が常に γ を帯びた状態であることが分かる。そこで、ISR は、ビーム粒子 e^\pm が γ を放出して、その γ を再吸収する前に、相手のビーム粒子 e^\mp と反応を起こすことに起因する。このとき、ビーム粒子が向きを変えないものを「Bremsstrahlung」と呼ぶ。JSFQuickSim では、ISR のうち Bremsstrahlung を考慮している。また、BM は、ビーム粒子 e^\pm が相手のビーム粒子のかたまり (e^\mp のバンチ) の電磁場によって、急激に向きを変えることにより、 e^\pm に付帯していた γ が飛び出していくことに起因する。

4.2.2 基本粒子の時間発展

基本粒子の時間発展には、

- パartonシャワー
- ハドロン化
- 崩壊

²実粒子は $P^2 = m^2$ (on mass shell) であり、仮想粒子は $P^2 \neq m^2$ (off mass shell) である。

³実際の伝播関数は、スピン 1/2 である電子の場合、

$$S_F(p) = \frac{\gamma^\mu p_\mu + m}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \quad (4.12)$$

と表される。

がある。パートンシャワーについては、エネルギースケールの大きなところで、基本粒子（パートン）の時間発展を、「摂動 QCD」「摂動 QED」で取り扱う。一方、ハドロン化については、摂動論で扱えないエネルギースケールの小さなところで、基本粒子（クォークやグルーオン）⁴ の時間発展を、「非摂動 QCD」で取り扱う。

本研究では、基本粒子の時間発展の計算のために、PYTHIA6.4を利用した。PYTHIAでは、 τ 粒子のヘリシティを考慮した時間発展の計算ができないので、その計算についてはTAUOLAを利用した。ここでは、PYTHIAにおける、パートンシャワーとハドロン化について説明をおこなう。

パートンシャワー

パートンは、ある確率でパートンを放出して、分裂することを繰り返し、パートンシャワーを起こす。PYTHIAで扱う分裂は、親粒子が2つの娘粒子に分かれる $1 \rightarrow 2$ ($a \rightarrow bc$) である。具体的なプロセスは、

- $q \rightarrow qg$,
- $g \rightarrow gg$,
- $g \rightarrow q\bar{q}$,
- $q \rightarrow q\gamma$,
- $l \rightarrow l\gamma$,

がある。はじめの3つを摂動 QCD で扱い、あとの2つを摂動 QED で扱う。

PYTHIAでは、パートンの分岐ごとに、4元運動量が保存している。これは、QCDにおいてパートンシャワーを近似する、対数第1次近似 (LLA; Leading Log Approximation) と対数第2次近似 (NLLA; Next Leading Log Approximation) の、中間的役割をしている。LLAでは4元運動量が保存していない。一方、NLLAでは、 $1 \rightarrow 3$ の分裂 ($q \rightarrow qgg$, $q \rightarrow qq\bar{q}$ など) や、ループの補正も考慮した上で、4元運動量が保存している。つまり、PYTHIAは、 $1 \rightarrow 3$ の分裂やループの補正を考慮していないのでNLLAには及ばないが、4元運動量を保存している分、LLAよりパートンシャワーを正確に評価しているといえる。

パートンの分裂する確率は、時間発展変数 t を用いて求められる。パートンの仮想度を Q^2 とし、QCDのエネルギー・スケールを Λ とすると、

$$t = \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2} \right) \Rightarrow dt = dt \ln(Q^2) = dQ^2/Q^2 \quad (4.13)$$

となる。これはQCDの手法から導かれたものだが、QEDにも適用できる。ある微小時間 dt に分裂 $a \rightarrow bc$ がおこる確率は、分割関数 $P_{a \rightarrow bc}(z)$ を用いて、

$$d\mathcal{P}_a = \sum_{b,c} \frac{\alpha_{abc}}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z) dt dz \quad (4.14)$$

⁴ハドロン化では、レプトンを対象としない。

と表される。 α_{abc} は微細構造定数であり，QCD の場合が α_s となり，QED の場合が α_{em} となる。 z については，親粒子 a のエネルギーを分配するときの，その比率 ($0 \sim 1$) を表しており，娘粒子 b が z ，娘粒子 c が $1 - z$ ，のエネルギーを受けとる。

分割関数 $P_{a \rightarrow bc}(z)$ は，それぞれのプロセスについて，

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad P_{q \rightarrow qg}(z) &= C_F \frac{1+z^2}{1-z}, \\
 \bullet \quad P_{g \rightarrow gg}(z) &= N_C \frac{(1-z(1-z))^2}{z(1-z)}, \\
 \bullet \quad P_{g \rightarrow q\bar{q}}(z) &= T_R(z^2 + (1-z)^2), \\
 \bullet \quad P_{q \rightarrow q\gamma}(z) &= e_q^2 \frac{1+z^2}{1-z}, \\
 \bullet \quad P_{l \rightarrow l\gamma}(a) &= e_l^2 \frac{1+z^2}{1-z},
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

と表される。それぞれのカラー因子は， $C_F = 4/3$ ， $N_C = 3$ ， $T_R = 1/2$ であり， e_q^2 と e_l^2 はクォークとレプトンの電荷の 2 乗 (u タイプ・クォークが $4/9$ ，d タイプ・クォークが $1/9$ ，レプトンが 1) である。

PYTHIA は，モンテカルロ計算において，パートンの仮想度 Q がある最小値 Q_0 になるまで分裂をつづけ，それ以降は分裂をおこさないようにしている。発展変数が t のときパートンが分裂するためには， t になるまでパートンが分裂していないことが必要だ。微小時間 δt の間に分裂しない確率は， $1 - dP_a \delta t$ となる。よって， t である親粒子 a が，仮想度の最小値 Q_0 での発展変数 $t_0 = \ln(Q_0^2/\Lambda^2)$ (式 (4.13)) までに分裂しない確率は，

$$P_{no-branch}(t_0, t) = \exp \left(- \int_{t_0}^t \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \sum_{b,c} \frac{\alpha_{abc}}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z) dt' dz \right) = S_a(t) \tag{4.16}$$

と表され，この $S_a(t)$ をスダコフ形状因子という。これにより，親粒子 a が t_{\max} から t までに分裂しない確率は， $P_{no-branch}(t_0, t) = S_a(t_{\max})/S_a(t)$ となり，最終的に， $t \sim t + dt$ において娘粒子 b，c に分裂する確率は，

$$\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \sum_{b,c} \frac{\alpha_{abc}}{2\pi} P_{a \rightarrow bc}(z) dz \cdot \frac{S_a(t_{\max})}{S_a(t)} \cdot dt \tag{4.17}$$

となる。分裂した後は，b または c を親粒子として，上記と同じように分裂を繰り返していく。そして，仮想度が最小値の Q_0 となったとき，分裂は終了する。PYTHIA では， Q_0 の値を

$$Q_0 = 1\text{GeV}$$

に設定している。このとき，パートンは仮想粒子から実粒子になるので，質量殻の上のり (on mass shell)， $m^2 = E^2 - p^2$ を満たすようになる。

ハドロ化

基本粒子（クォークやグルーオン）は、特定の方向にハドロ化されて、ジェットとして放出される。基本粒子とジェットの関係を考えるには、仮想度 $Q \rightarrow 0$ ($< 1\text{GeV}$) において、非摂動 QCD による扱いが必要となる。PYTHIA では、その近似として「ひもモデル (string fragmentation model)」の手法を利用している。

ここで、クォーク対 $q\bar{q}$ の重心系を考える。 q が z 方向に進んでいるとすると、反粒子の \bar{q} は反対の $-z$ 方向に進む。このとき、カラー閉じ込めのポテンシャルによって、 $q\bar{q}$ を結ぶ z 軸上に、大きなエネルギーが蓄えられる。この蓄えられたエネルギーを、 $q\bar{q}$ を結ぶひものエネルギーとして考える。 $q\bar{q}$ の距離が離れていくと、ひものエネルギーはハドロンの質量エネルギーより大きくなり、ひもが伸びるよりは新しくクォーク対 $q'\bar{q}'$ を出現させる方が、エネルギー的に得となる。これを繰り返して、 $q\bar{q}$ を結ぶ線上には、たくさんハドロンが出現してジェットとなる。

新しいクォーク対 $q'\bar{q}'$ の発生は、「量子トンネル効果」として理解される。古典力学では、質量 $m = 0$ もしくは横運動量 $p_t = 0$ の場合、 $q'\bar{q}'$ はある同一点で発生し、お互いの場によって引き離されるが、質量 m や横運動量 p_t が有限の場合、 $q'\bar{q}'$ はある一定距離の離れた点で発生し、お互いの場のエネルギーが 2 つの横質量 m_\perp の和に換算される。一方、量子力学では、 $q'\bar{q}'$ はある同一点で発生し⁵、古典的に許された距離まで、トンネル効果によって移動する。このトンネル効果の確率は、

$$\exp\left(-\frac{\pi m_\perp^2}{\kappa}\right) = \exp\left(-\frac{\pi m^2}{\kappa}\right) \exp\left(-\frac{\pi p_\perp^2}{\kappa}\right) \quad (4.18)$$

と表される。ここで、 $m_\perp^2 = E^2 - p_z^2 = m^2 + p_x^2 + p_y^2 = m^2 + p_\perp^2$ である。この式により、クォークの生成比は、 $u : d : s : c \approx 1 : 1 : 0.3 : 10^{11}$ となる。

ここからは、メソンの生成について説明をおこなう⁶。はじめに、 q_0 が z 方向に進み、 \bar{q}_0 が $-z$ 方向に進んでいるとする（図 4.3）。つぎに、 $q_1\bar{q}_1$ 対が発生すると、はじめのクォーク q_0 が \bar{q}_1 を拾い上げ、 $q_0\bar{q}_1$ メソンが生成される。さらに、 $q_2\bar{q}_2$ 対が発生すると、 $q_1\bar{q}_2$ メソンなどが生成される。これを繰り返して、多くのメソンが生成され

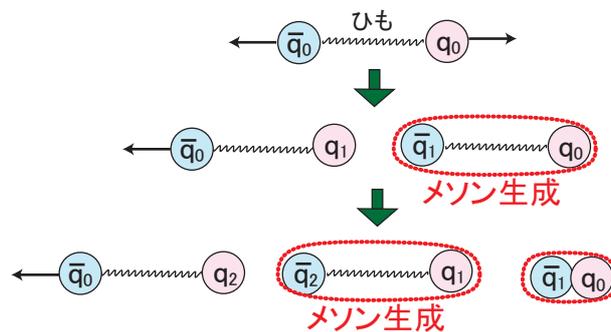


図 4.3: ハドロ化におけるメソン生成の模式図

⁵フレーバー保存のため。

⁶バリオンの生成については、PYTHIA では扱っていない。

る。メソン生成の確率は、式 (4.18) より、任意変数 z をもちいて、

$$f(z) \propto \frac{(1-z)^a}{z} \exp\left(-\frac{bm_{\perp}^2}{z}\right) \quad (4.19)$$

と表される。ここで、変数 a, b は、実験の測定値によって決まり、 $a \simeq 1, b \simeq 0.7 \text{GeV}^{-2}$ である。

また、メソンの生成の繰り返しは、あるエネルギーを下回るまで続く。最終的に q_i と \bar{q}_j が残っており、 $q_n \bar{q}_n$ 対の発生で終わるとすると、生成するメソンは $q_i \bar{q}_n$ と $q_n \bar{q}_j$ の2つである。このときの条件は、

$$m_{\perp}^2 < m_{\text{min}}^2 \quad ; m_{\text{min}} = (m_{\text{min}0} + m_{q_i} + m_{q_j} + 2m_{q_n})(1 \pm \delta) \quad (4.20)$$

と表される。PYTHIA では、 $m_{\text{min}0}$ の値を

$$m_{\text{min}0} \sim 1 \text{GeV}$$

に設定している。また、 $(1 \pm \delta)$ ($=0.8 \sim 1.2$) の項は、最後の2つメソンの不変質量が物理的に禁止される場合を除くためのものである。

さらに、生成したメソンの内、不安定で寿命が短いものは、観測される寿命の長い粒子 ($e^{\pm}, \mu^{\pm}, \gamma, \pi^{\pm}, K^{\pm}, K^0, p, n$ など) に崩壊する。PYTHIA では、それぞれの崩壊過程と崩壊比の表を利用して、計算をおこなっている。

4.3 測定器シミュレーション

測定器シミュレーションをおこなう JSFQuickSim では、GLD 測定器と同様、飛跡検出器とカロリメータとして、

- 飛跡検出器：VTX⁷, IT, TPC
- カロリメータ：ECAL, HCAL

を実装している (図 4.4, 4.5)。JSFQuickSim における飛跡検出器とカロリメータのパラメータを表 4.1, 4.2 にまとめる。GLD 測定器における飛跡検出器とカロリメータのパラメータの表 3.1, 3.2 と比べると、JSFQuickSim が GLD 測定器について簡易シミュレーションをおこなえることがわかる。

その他、ミューオン検出器については実装していない。これは、物理事象の生成における情報をそのまま利用して、便宜的に測定器シミュレーションをおこなったこととしている。また、ソレノイドについては、磁場を 3T と設定している。

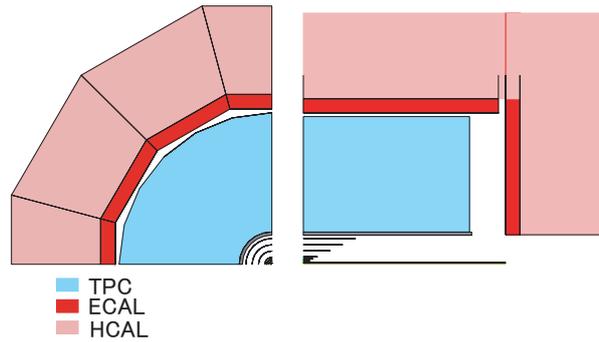


図 4.4: JSFQuickSim の測定器の概観 1 ($r-\phi$ 平面と $r-z$ 平面)



図 4.5: JSFQuickSim の測定器の概観 2 ($r-z$ 平面)

飛跡検出器		R(cm)	Z(cm)	$\cos\theta$	x/X_0	位置分解能
VTX	Layer1	1.6	3.92	0.926	2.134×10^{-5}	$\sigma_{r\phi}=\sigma_z=2\mu\text{m}$
	Layer2	4.1	8.47	0.900		
	Layer3	6.6	13.01	0.892		
IT	Layer1	9.3	19.2	0.900	6.403×10^{-3}	$\sigma_{r\phi}=\sigma_z=10\mu\text{m}$
	Layer2	17.8	36.75	0.900		
	Layer3	26.3	54.3	0.900		
	Layer4	34.8	71.85	0.900		
TPC	Barrel	40-205	235	0.981	2.2×10^{-5}	$\sigma_{r\phi}=150\mu\text{m}, \sigma_z=400\mu\text{m}$

表 4.1: JSFQuickSim における飛跡検出器のパラメータ

R はビーム軸からの距離, Z はビーム軸方向の半分の長さ, $\cos\theta$ は $\theta=0$ をビーム軸方向とした有効な測定範囲である。また, x/X_0 は放射距離 X_0 に換算した厚み, $\sigma_{r\phi}$ (σ_z) はビーム軸に垂直 (平行) な方向の位置分解能である。

カロリメータ		R(cm)	Z(cm)	$\cos\theta$	エネルギー分解能
ECAL	Barrel	210(-230)	280	0.800	$\Delta E/E=17\% / \sqrt{E} \oplus 1\%$
	Endcap	40(-230)	280(-300)	0.990	
HCAL	Barrel	230(-350)	300	0.794	$\Delta E/E=45\% / \sqrt{E} \oplus 2\%$
	Endcap	40(-350)	300(-420)	0.991	

表 4.2: JSFQuickSim におけるカロリメータのパラメータ

R はビーム軸からの距離, Z はビーム軸方向の半分の長さ, $\cos\theta$ は $\theta=0$ をビーム軸方向とした有効な測定範囲である。また, エネルギー分解能での E の単位は GeV。

4.3.1 飛跡検出器

JSFQuickSim では、飛跡検出器として、VTX, IT, TPC の3つが実装されている。VTX は3層, IT は4層で、TPC は粒子の飛跡を最大200点サンプリングする。また、粒子の飛跡に影響を与えるものとして、ビームパイプも実装されている。

それぞれの検出器内で、粒子の飛跡を決める要因は、

- 磁場によるらせん運動
- Layer やガス中を通過することによる散乱現象

の2つがある。

らせん運動

荷電粒子が一樣な磁場中を通ると、らせん運動をする。ここでは、らせん運動の形を決める「飛跡パラメータ・ベクトル」を導出する。磁場の方向を z とし、ある任意の点 $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ をピボット（軸）とすると、らせんの座標 (x, y, z) は、

$$\begin{cases} x = x_0 + d_\rho \cos \phi_0 + \frac{\alpha}{\kappa} (\cos \phi_0 - \cos(\phi_0 + \phi)) \\ y = y_0 + d_\rho \sin \phi_0 + \frac{\alpha}{\kappa} (\sin \phi_0 - \sin(\phi_0 + \phi)) \\ z = z_0 + d_z + \frac{\alpha}{\kappa} \tan \lambda \cdot \phi \end{cases} \quad (4.21)$$

と表される。ピボットの位置は任意であるので、各検出器では、

- VTX の1層目 (Layer1) における粒子の衝突点
- IT の1層目 (Layer1) における粒子の衝突点
- TPC におけるサンプリングの1点目

をピボットとする。ピボットが固定されると、「飛跡パラメータ・ベクトル」により、らせんの形は決まる。飛跡パラメータ・ベクトル \mathbf{a} は5成分あり、

$$\mathbf{a} = (d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda)^T \quad (4.22)$$

と表される。それぞれのパラメータの意味を図4.6にしめす。 d_ρ は xy 平面でのピボットとらせんの距離、 ϕ_0 はらせんの中心を含む xy 平面に対するピボットの方角、 κ は $\kappa \equiv Q/P_T$ (Q : 電荷, P_T : 横運動量)、 d_z は z 方向でのピボットとらせんの距離、 $\tan \lambda$ は傾斜角である。また、式(4.21)におけるその他のらせんのパラメータとして、 α は $\alpha \equiv 1/cB$ (c : 光速, B : 磁場)、 $\rho = \alpha/\kappa$ はらせんの半径であり、らせん上の点とピボットから ϕ が求まる。

以上より、らせん運動をする粒子の運動量は、

$$\mathbf{p} = m \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \underbrace{m \frac{d\phi}{dt}}_{\frac{1}{\rho} m \rho \dot{\phi} = \frac{P_T}{\rho}} \frac{d\mathbf{x}}{d\phi} = \frac{1}{|\kappa|} \begin{pmatrix} -\sin(\phi_0 + \phi) \\ \cos(\phi_0 + \phi) \\ \tan \lambda \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

と求まる。

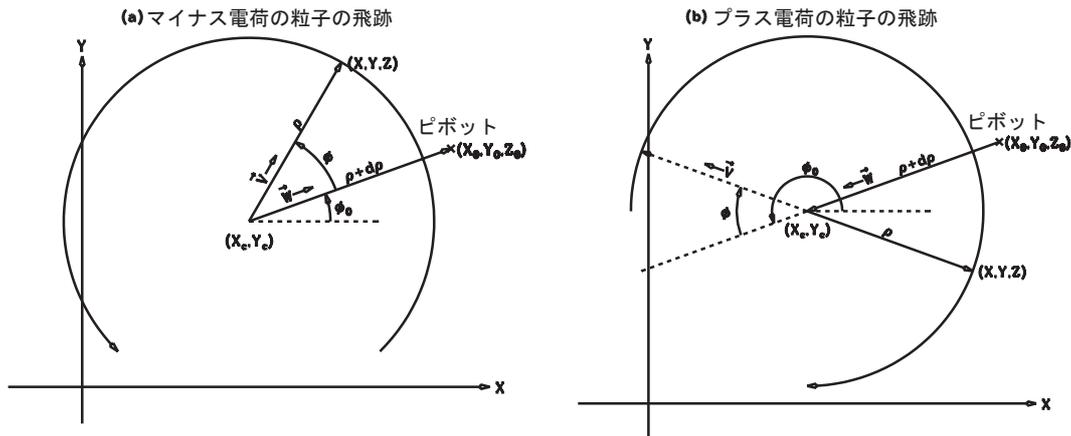


図 4.6: らせんの飛跡パラメータ・ベクトルについての説明
 ここでは $\vec{X} = \vec{X}_0 + (\rho + d_\rho) \cdot \vec{W} - \rho \cdot \vec{V}$ 。

散乱現象

シミュレーションにより、実際の荷電粒子による測定器での飛跡を実現するため、測定器による「多重散乱」と「連続散乱」を考慮して、理想的ならせん運動を補正しなければならない。それぞれの要因は、シミュレーションにおける測定器のパラメータ

- 多重散乱：放射距離に換算した物質の厚み (x/X_0)
- 連続散乱：位置分解能 ($\sigma_{r\phi}, \sigma_z$)

によって決まる。

荷電粒子が物質（検出器やガス）を通過するとき、小さな角度の散乱が多数おこる（多重散乱）。散乱の主な原因は、物質の原子核によるクーロン散乱である。その散乱の内 98% が含まれる角度 θ_0 は、放射距離に換算した物質の厚み x/X_0 によって、

$$\theta_0 = \frac{13.6\text{MeV}}{\beta c p} z \sqrt{x/X_0} [1 + 0.038 \ln(x/X_0)] \quad (4.24)$$

と表される。 p は運動量、 βc は速度、 z は入射粒子の電荷である。さらに、それらの多重散乱は、VTX において 3 つの Layer で連続し、IT において 4 つの Layer で連続し、TPC において多数のガス分子で連続する（連続散乱）。よって、それぞれの検出器における位置分解能を考慮した上で、らせん運動を補正しなければならない。

以上、2 つの要因を考慮して、らせん運動を補正するために、「誤差行列」を利用する。誤差行列を対角化することにより、飛跡パラメータ・ベクトルの各成分の関係を保ちつつ、飛跡パラメータ・ベクトルの各成分を独立に取り扱うことができる。飛跡パラメータ・ベクトル \mathbf{a} (式 (4.22)) について、 χ^2 を

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \left(\frac{\Delta a_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad ; \Delta a_i = a_i - a_i^{\text{true}} \quad (4.25)$$

とする。 \mathbf{a}^{true} が元の正しい値、 \mathbf{a} が分散後の値である。飛跡パラメータ・ベクトルが最適な値となるのは、 χ^2 が最小のとき、つまり、 χ^2 の1次微分

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}} = 2 \sum_{i=1}^5 \left(\frac{1}{\sigma_i^2} \Delta a_i \frac{\partial(\Delta a_i)}{\partial a_1}, \frac{1}{\sigma_i^2} \Delta a_i \frac{\partial(\Delta a_i)}{\partial a_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_i^2} \Delta a_i \frac{\partial(\Delta a_i)}{\partial a_5} \right)^T \quad (4.26)$$

が0のときだ。このとき χ^2 は、

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \underbrace{\frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}}}_{0} \mathbf{da}^T + \frac{1}{2} \mathbf{da}^T \cdot \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mathbf{a}^T \partial \mathbf{a}} \cdot \mathbf{da} \\ &= \Delta \mathbf{a}^T \cdot E_{\mathbf{a}}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{a} \end{aligned} \quad (4.27)$$

となる。 $E_{\mathbf{a}}$ は「誤差行列」と呼ばれ、

$$E_{\mathbf{a}} = \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mathbf{a}^T \partial \mathbf{a}} \right) \quad (4.28)$$

である。この誤差行列 $E_{\mathbf{a}}$ は、

- 放射距離に換算した物質の厚み (x/X_0)
- 位置分解能 ($\sigma_{r\phi}, \sigma_z$)

の情報を含んでいるので、多重散乱と連続散乱を考慮できることになる。つぎに、誤差行列の対角化をおこなう。対角化行列を O 、対角化された誤差行列を $E_{\mathbf{b}}$ 、それに伴う飛跡パラメータ・ベクトルを \mathbf{b} とすると、

$$E_{\mathbf{b}}^{-1} = O^T \cdot E_{\mathbf{a}}^{-1} \cdot O \quad (4.29)$$

$$\Delta \mathbf{b} = O^T \cdot \Delta \mathbf{a} \quad (4.30)$$

と表される。また、 χ^2 は

$$\chi^2 = \Delta \mathbf{b}^T \cdot E_{\mathbf{b}}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{b} \quad (4.31)$$

と書き直される。対角化により、 \mathbf{b} の各成分はそれぞれ独立となるので、 χ^2 の1次微分は、式(4.26)より

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{b}} = 2 \left(\frac{\Delta b_1}{\sigma_1}, \frac{\Delta b_2}{\sigma_2}, \dots, \frac{\Delta b_5}{\sigma_5} \right)^T \quad (4.32)$$

となり、誤差行列は

$$E_{\mathbf{b}}^{-1} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mathbf{b}^T \partial \mathbf{b}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_1} & & & & 0 \\ & \frac{1}{\sigma_2} & & & \\ & & \ddots & & \\ 0 & & & & \frac{1}{\sigma_5} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

となる。よって、 Δb の各成分は、それぞれ独立に

$$\Delta b_i = \sigma_i \times (\text{ガウス乱数}) \quad (4.34)$$

と分散させることができる。JSFQuickSim は、このガウス乱数を計算することになる。そして、分散後の飛跡パラメータ・ベクトル \mathbf{a} は、式 (4.25)(4.30) より

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{true}} + O \cdot \Delta \mathbf{b} \quad (4.35)$$

として、得ることができる。

4.3.2 カロリメータ

JSFQuickSim のカロリメータとして、ECAL と HCAL の 2 つが実装されている。第 3.3 節で述べたように、HCLA と ECAL では、通過する粒子の種類により反応が異なるので、それぞれの検出器は、

- ECAL : e^\pm, γ の電磁シャワー
- HCAL : $\pi^\pm, K^\pm, K^0, p, n$ のハドロンシャワー

によるエネルギーデポジットを測定する⁸。

シミュレーションにより、実際の粒子による測定器でのエネルギーデポジットを実現するため、粒子の持つエネルギーを補正しなければならない。その要因は、シミュレーションにおける測定器のパラメータ

- エネルギー分解能 ($\Delta E/E = n\%/\sqrt{E}$)

によって決まる。

一般に、カロリメータにおける粒子のエネルギーデポジットの分布は、広がりを持っており、

$$F(x) = a_1 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_1}\right) + a_2 \exp\left(-\frac{|x|}{\lambda_2}\right) \quad (4.36)$$

と表される (図 4.7)。よって、各セルにおける粒子のエネルギーデポジット E_i は、

$$E_i = \iint_{\text{Cell}} F(x)F(y)dx dy \quad (4.37)$$

となる。

JSFQuickSim では、この各セルの E_i を ΔE_i で分散させる。つまり、

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= n\sqrt{E_i} \\ E &= \sum_i E_i, \quad \Delta E = \sum_i \Delta E_i \end{aligned} \quad (4.38)$$

⁸ECAL においても、ハドロンが電磁シャワーを起こすが、その情報は使わない。

の n の値を設定する。ここで、

$$\begin{aligned}\Delta E^2 &= \sum_i \Delta E_i^2 = n^2 \sum_i E_i = n^2 E \\ \Rightarrow \Delta E/E &= n/\sqrt{E}\end{aligned}\quad (4.39)$$

であり、つまり、カロリメータのエネルギー分解能である (ECAL: $n = 17\%$, HCAL: $n = 45\%$)、

4.4 物理事象の再構成

粒子が測定器を通過したときに検出情報から、粒子を「再構成」することは、粒子の不変質量を求めることに等しい。粒子 a が n 個の粒子 b_1, b_2, \dots, b_n に崩壊するとき、粒子 a の不変質量 m_a は、

$$\begin{aligned}m_a &= \sqrt{E_a^2 - \mathbf{P}_a^2} \\ &= \sqrt{(E_{b_1} + E_{b_2} + \dots + E_{b_n})^2 - (\mathbf{P}_{b_1} + \mathbf{P}_{b_2} + \dots + \mathbf{P}_{b_n})^2}\end{aligned}\quad (4.40)$$

と求まる。P は運動量、E はエネルギーである。よって、粒子 a を再構成するときに、それぞれの検出器から得るべき情報は、

- 飛跡検出器：荷電粒子の運動量 \mathbf{P}_{b_i}
- カロリメータ：中性粒子のエネルギー E_{b_j}

である。ここで、高エネルギー状態を考えると、 $|\mathbf{P}_{b_{i(j)}}| \sim E_{b_{i(j)}}$ と近似することができるので、荷電粒子のエネルギー E_{b_i} と中性粒子の運動量 $|\mathbf{P}_{b_j}|$ も求まり、粒子を再構成することができる。

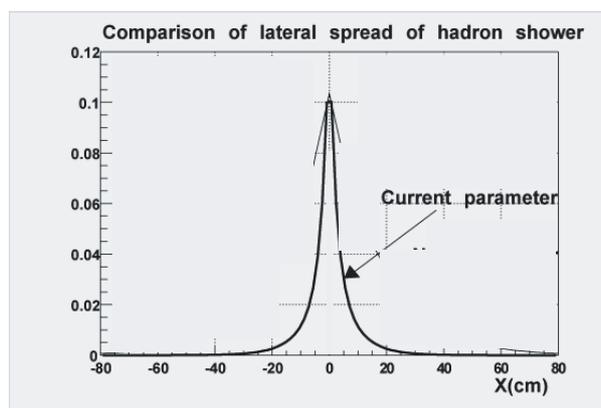


図 4.7: カロリメータにおける粒子のエネルギーデポジットの分布

4.4.1 飛跡検出器

VTX, IT, TPC の3つの検出器の結果を組み合わせ、荷電粒子の運動量を求めることで、運動量分解能 $\Delta P_t/P_t^2$ とビーム衝突係数 δ_b の精度を向上させる。その手順は、らせん運動の飛跡パラメータ・ベクトル（第4.3節を参照）について、

- ピボットの移動
- 各検出器の飛跡パラメータ・ベクトルの平均化

の2段階である。実際の流れは、

1. TPC のピボットを IT のピボットに移動
2. 上記のピボットを VTX のピボットに移動
3. 誤差行列から得られた重みで、3つの飛跡パラメータ・ベクトルを平均化、

である。

ピボットの移動

ピボットの移動を

$$\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T \rightarrow \mathbf{x}'_0 = (x'_0, y'_0, z'_0)^T \quad (4.41)$$

とする。この移動に伴い、飛跡パラメータ・ベクトルも

$$\mathbf{a} = (d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda)^T \rightarrow \mathbf{a}' = (d'_\rho, \phi'_0, \kappa', d'_z, \tan \lambda')^T \quad (4.42)$$

と変化する。新しい飛跡パラメータは、元の飛跡パラメータを用いて、

$$\begin{aligned} d'_\rho &= \left(x_0 - x'_0 + \left(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right) \cos \phi_0 \right) \cos \phi'_0 \\ &\quad + \left(y_0 - y'_0 + \left(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right) \sin \phi_0 \right) \sin \phi'_0 - \frac{\alpha}{\kappa} \\ \phi'_0 &= \arctan \left(\frac{y_0 - y'_0 + \left(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right) \sin \phi_0}{x_0 - x'_0 + \left(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right) \cos \phi_0} \right) + \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{Q}{|Q|} \right) \\ \kappa' &= \kappa \\ d'_z &= z_0 - z'_0 + d_z - \left(\frac{\alpha}{\kappa} \right) \cdot (\phi'_0 - \phi_0) \cdot \tan \lambda \\ \tan \lambda' &= \tan \lambda \end{aligned} \quad (4.43)$$

と表される。上記の関係式は、新旧2つのパラメータが作るらせんが同一のものであるという条件から求まる。

飛跡パラメータ・ベクトルの平均化

飛跡パラメータ・ベクトルについて、異なる検出器の結果を組み合わせるとき、誤差行列の逆数 $E_{\mathbf{a}_i}^{-1}$ を重みとして平均化することができる。

飛跡パラメータ・ベクトルについて、 \mathbf{a}^{true} が元の正しい値、 \mathbf{a}_i が各検出器での値 ($i=1:\text{VTX}$, $i=2:\text{IT}$, $i=3:\text{TPC}$) とする。式 (4.27) より、 χ^2 は

$$\chi^2 = \sum_i \Delta \mathbf{a}_i^T \cdot E_{\mathbf{a}_i}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{a}_i \quad ; \Delta \mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}^{\text{true}} \quad (4.44)$$

と表され、飛跡パラメータ・ベクトルの平均値 $\bar{\mathbf{a}}$ は、誤差行列を用いて

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\sum_i E_{\mathbf{a}_i}^{-1} \mathbf{a}_i}{\sum_i E_{\mathbf{a}_i}^{-1}} \quad (4.45)$$

となる。

4.4.2 カロリメータ

カロリメータでは、中性粒子の再構成をおこなう。荷電粒子のエネルギーデポジットもカロリメータで検出されるが、その情報は使わない。再構成としては、

1. 各セルのエネルギーデポジットをまとめる (クラスタリング)
2. 飛跡検出器からの情報によって荷電粒子を除く (マッチング)

の2段階に分けられる。クラスタリングの方法は、ECALとHCALで異なる。ECALでは1粒子ごとに、HCALでは複数粒子をまとめて、クラスタリングをおこなう。

ECALでのクラスタリング

クラスタリングの流れは、

1. しきい値エネルギー E_{th} を超える、最も高いエネルギーの Cell1 を選択、

$$E_1 > E_{th}$$

2. Cell1 のとなりの Cell2 がある程度のエネルギーを持ち、Cell1 が特異なセルではないことを確認、

$$E_2 > c1 \times E_1$$

3. Cell2 のとなりの Cell3 が、Cell1 と Cell2 のエネルギーより低いことを確認、

$$E_3 < c2 \times E_1 \quad \& \quad E_3 < c3 \times E_2$$

となる。そして、 $(E_i)^\alpha$ を重みとして、これらのセルの重心位置 \bar{x} を、

$$\bar{x} = \frac{\sum_i (E_i)^\alpha x_i}{\sum_i (E_i)^\alpha} \quad (4.46)$$

ととる。この重心が、粒子の通った点となる。以上のパラメータ - $E_{th}, c1, c2, c3, \alpha$ - を、表 4.3 にまとめる。

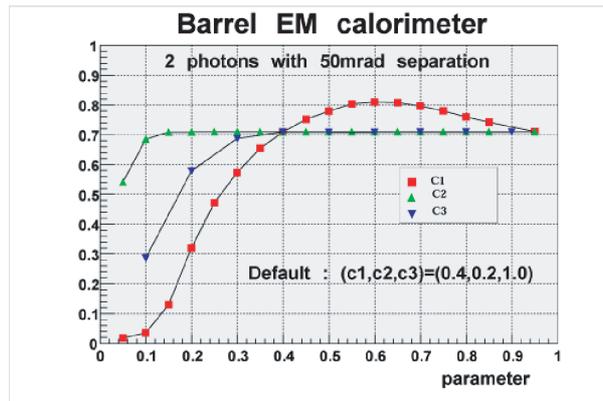


図 4.8: ECAL でのクラスタリング

E_{th}	c1	c2	c3	α
10(MeV)	0.4	0.2	1.0	0.3

表 4.3: ECAL のクラスタリングのパラメータ

ECAL でのマッチング

次に、荷電粒子 (e^\pm) と中性粒子 (γ) の識別をおこない、中性粒子を再構成する。そのために、荷電粒子の飛跡を ECAL まで伸ばしたときの「位置」と「エネルギー」の情報を利用して、クラスタの情報を識別する。クラスタ (cluster) の位置を \mathbf{x}_{cl} 、エネルギーを E_{cl} とし、飛跡 (track) から求められる荷電粒子の位置を \mathbf{x}_{tr} 、エネルギーを E_{tr} とする。電荷の識別のアルゴリズムでは、

1. クラスタの位置が、荷電粒子の位置と異なる場合、

$$\mathbf{x}_{cl} \neq \mathbf{x}_{tr}$$

クラスタのエネルギーが、中性粒子のエネルギーであるとし、

$$E_{中性} = E_{cl}$$

2. クラスタの位置が、荷電粒子の位置と同じで、さらに、

- (a) クラスタのエネルギーが、荷電粒子のエネルギーと近い場合、

$$\mathbf{x}_{cl} = \mathbf{x}_{tr} \quad \& \quad E_{cl} - E_{tr} < 2\Delta E$$

クラスタは荷電粒子によるもので、中性粒子は存在しないとし、

$$E_{中性} = 0$$

- (b) クラスタのエネルギーが、荷電粒子のエネルギーと離れている場合、

$$\mathbf{x}_{cl} = \mathbf{x}_{tr} \quad \& \quad E_{cl} - E_{tr} > 2\Delta E$$

クラスターは荷電粒子と中性粒子によるもので，クラスターと荷電粒子のエネルギーの差が，中性粒子のエネルギーである

$$E_{\text{中性}} = E_{cl} - E_{tr}$$

とする。ここで， ΔE はエネルギー分解能であり，ECAL では $\Delta E = 17\%E$ である。

HCAL でのクラスタリング

クラスタリングは，エネルギーが0ではない隣り合うセルを全て連結する。そのセルのかたまりを「クラスターの島」と呼ぶ。そのクラスターの島の中では，複数のエネルギーのピーク（つまり，複数の粒子）があったとしても，それらを複数のクラスターに分離することはしない。

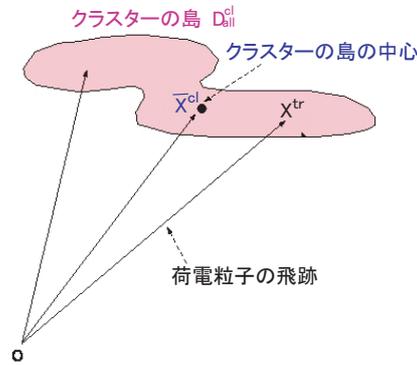


図 4.9: HCAL でのクラスタリングとマッチング

HCAL でのマッチング

HCAL でも ECAL と同様に，ジェネレータにおける荷電粒子の飛跡を HCAL まで伸ばしたときの「位置」と「エネルギー」の情報を利用して，クラスターの情報を識別する（図 4.9）。クラスターの島の領域を D_{all}^{cl} ，エネルギーを $E_{all}^{cl} = \sum_i E_i^{cl}$ とし，飛跡（track）から求められる荷電粒子の位置を \mathbf{x}_i^{tr} ，エネルギーを E_i^{tr} とする。電荷の識別のアルゴリズムでは，

1. クラスターの島の位置が，荷電粒子の位置を含まない場合，

$$\mathbf{x}^{tr} \notin D_{all}^{cl}$$

クラスターの島のエネルギーが，複数の中性粒子のエネルギーであるとし，

$$E_{\text{中性}} = E_{cl}$$

2. クラスターの島の位置が，荷電粒子の位置を含み，さらに，

- (a) クラスターの島のエネルギーが、荷電粒子のエネルギーの和と近い場合、

$$\mathbf{x}^{tr} \in D_{all}^{cl} \quad \& \quad E_{all}^{cl} - \sum_i E_i^{tr} < 2\Delta E$$

クラスターの島は荷電粒子によるもので、中性粒子は存在しないとし、

$$E_{中性} = 0$$

- (b) クラスターの島のエネルギーが、荷電粒子のエネルギーの和と離れている場合、

$$\mathbf{x}^{tr} \in D_{all}^{cl} \quad \& \quad E_{all}^{cl} - \sum_i E_i^{tr} > 2\Delta E$$

クラスターの島は荷電粒子と中性粒子によるもので、クラスターと荷電粒子のエネルギーの差が、複数の中性粒子のエネルギーである

$$E_{中性} = E_{cl} - E_{tr}$$

とする。ここで、 ΔE はエネルギー分解能であり、ECAL では $\Delta E = 45\%E$ である。

そして、 E_i^{tr} を重みとして、クラスターの島の重心位置 $\bar{\mathbf{x}}$ を、

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{E_{all}^{cl} \mathbf{x}_{all}^{cl} - \sum_i E_i^{tr} \mathbf{x}_i^{tr}}{|E_{all}^{cl} \mathbf{x}_{all}^{cl} - \sum_i E_i^{tr} \mathbf{x}_i^{tr}|} \quad (4.47)$$

ととる。この点が、複数の中性粒子の通った重心となる。

第5章 解析と結果

重心エネルギー $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ で $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$, $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ で $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ ($W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm$) について, ILC 実験における, 4 年間での目標の積分ミノシティ $\int \mathcal{L} dt = 500\text{fb}^{-1}$ を想定して, それに対応する物理事象の数を生成し¹, 解析をおこなう。

5.1 概要

解析の対象とする「シグナル事象」と, そのシグナル事象に対してノイズとなる「バックグラウンド事象」についての解析の流れをしめし, 観測する物理量について説明する。

5.1.1 解析の流れ

解析の流れとしては,

- (a) シグナル事象の決定
- (b) バックグラウンド事象の選定
- (c) 物理事象の再構成
- (d) 物理事象の選択
- (e) バックグラウンド事象の除去

の 5 段階でおこなう。

(a) シグナル事象の決定

解析の対象とするシグナル事象を決定する。 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ では $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$ を対象とし, $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ では $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$ を対象とするが, さらに, そこからの崩壊過程を考えて, 終状態を決定する。シミュレーションでは, 決定したシグナル事象を PhysSim で生成し (第 4.2.1 節を参照), QuickSim で測定器シミュレーションをおこなう (第 4.3 節を参照)。

¹物理事象の数 = 反応断面積 $\sigma(\text{fb}) \times$ 積分ミノシティ $\int \mathcal{L} dt(\text{fb}^{-1})$, と表される。

(b) バックグラウンド事象の選定

シグナル事象に対してノイズとなるバックグラウンド事象を選定する。バックグラウンド事象として考慮すべき過程は、その終状態がシグナル事象の終状態に類似していることである。シミュレーションでは、シグナル事象と同様に、選定したバックグラウンド事象を PhysSim で生成し（第 4.2.1 節を参照）、QuickSim で測定器シミュレーションをおこなう。（第 4.2.1 節を参照）

(c) 物理事象の再構成

シグナル事象とバックグラウンド事象における粒子を再構成する。終状態にクォークやグルーオンが存在する場合は、それらがハドロン化しジェットとして放出される。そのため、ハドロンジェットを再構成した後に粒子を再構成する。

粒子の再構成では、「不変質量」の計算をおこなう（第 4.4 節を参照）。粒子 a が n 個の粒子 b_1, b_2, \dots, b_n に崩壊するとき、粒子 a の不変質量 m_a は、

$$\begin{aligned} m_a &= \sqrt{E_a^2 - \mathbf{P}_a^2} \\ &= \sqrt{(E_{b_1} + E_{b_2} + \dots + E_{b_n})^2 - (\mathbf{P}_{b_1} + \mathbf{P}_{b_2} + \dots + \mathbf{P}_{b_n})^2} \end{aligned} \quad (5.1)$$

と求まる。 \mathbf{P} は運動量、 E はエネルギーである。シミュレーションでは、飛跡検出器で得られた運動量 \mathbf{P} の情報（第 4.4.1 節を参照）と、カロリメータで得られたエネルギー E の情報（第 4.4.2 節を参照）により、粒子を再構成する。

また、ハドロンジェットの再構成では、「 y カット」の方法を用いる。この方法により、いくつかあるハドロンのクラスター（第 4.4.2 節を参照）を、 n 個のジェットとしてまとめることができる。まず、2つのハドロンクラスター i, j から1つの準粒子 ij を再構成する。準粒子の4元運動量 P_{ij} とジェットの識別変数 y_{ij} は

$$P_{ij} = P_i + P_j \quad (5.2)$$

$$y_{ij} = \frac{P_{ij}^2}{E_{\text{vis}}^2} \quad (5.3)$$

と表される。 E_{vis} はカロリメータで測定される全エネルギーである。それぞれのハドロンの質量を 0 とみなすと、

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \frac{(P_i + P_j)^2}{E_{\text{vis}}^2} \\ &= \frac{1}{E_{\text{vis}}^2} \left(\underbrace{P_i^2}_0 + 2(E_i E_j - \underbrace{|\mathbf{P}_i|}_{E_i} \underbrace{|\mathbf{P}_j|}_{E_j} \cos \theta_{ij}) + \underbrace{P_j^2}_0 \right) \\ &= \frac{2E_i E_j}{E_{\text{vis}}} (1 - \cos \theta) \end{aligned} \quad (5.4)$$

となる。ここで、ジェットとして再構成する y の最小値 y_{min} を導入する（ y カット）。 $y_{ij} > y_{\text{min}}$ ならば、準粒子 ij を1つのジェットとみなす。 $y_{ij} < y_{\text{min}}$ ならば、準粒子 ij と他のハドロン k から、新たな準粒子 ijk を再構成する。ハドロン k としては、1番

小さな y_{ijk} となるようなものを選び, $P_{ijk} = P_{ij} + P_k$ と y_{ijk} をつくる。この作業を $y_{ij\dots x} > y_{\min}$ となるまで繰り返し, 準粒子 $ij\dots x$ を 1 つのジェットとみなす。以上より, y_{\min} の値を変えることにより, n ジェットの n の値を指定して再構成することができる。

(d) 物理事象の選択

再構成した物理事象の内, シグナル事象の統計の有意性 (significance) が高くなるような物理事象を選択する。シグナル事象の統計の有意性は,

$$\frac{\text{シグナル事象の数}}{\sqrt{\text{バックグラウンド事象の数}}} \quad (5.5)$$

と表される。

物理事象の選択では, 特定の条件を満たす物理事象を解析の対象とし, 条件に当てはまらない物理事象を解析の対象から外す。特定の条件として,

- 多くのシグナル事象が当てはまる
- 多くのバックグラウンド事象が当てはまらない

ものを選べば, シグナル事象の統計の有意性を高めることができる。

(e) バックグラウンド事象の除去

選択された物理事象から, 別のバックグラウンド事象のサンプル²を利用して, 予想されるバックグラウンド事象の数で差し引く。それにより, シグナル事象による情報を引き出し, 解析の対象とする。そこで, 「独立」かつ「高統計」なバックグラウンド事象のサンプルを除去に利用することで, バックグラウンド事象の予想数を差し引くことによる誤差の増大を抑える。

それぞれの物理事象の数について, シグナル事象が N_{sig} , バックグラウンド事象が N_{bg} , 高統計かつ独立なバックグラウンド事象のサンプルが $N_{\text{bg}'}$ ($\gg N_{\text{bg}}$) とすると, バックグラウンド事象を除去した後の, 解析の対象とするシグナル事象の数 N_{anal} は,

$$N_{\text{anal}} = \underbrace{N_{\text{sig}} + N_{\text{bg}}}_{\equiv N_{\text{all}}} - \alpha N_{\text{bg}'} \quad (5.6)$$

となる (図 5.1)。 $N_{\text{bg}'}$ は, 予想されるバックグラウンド事象の数に α でスケールさせており,

$$\alpha \sim \frac{N_{\text{bg}}}{N_{\text{bg}'}} \ll 1 \quad (5.7)$$

である。このとき, N_{anal} に関する誤差に, N_{all} と $N_{\text{bg}'}$ に関する誤差が伝播する。

²バックグラウンド事象の除去のために, 新たに生成したバックグラウンド事象を, 「サンプル」と呼ぶ。

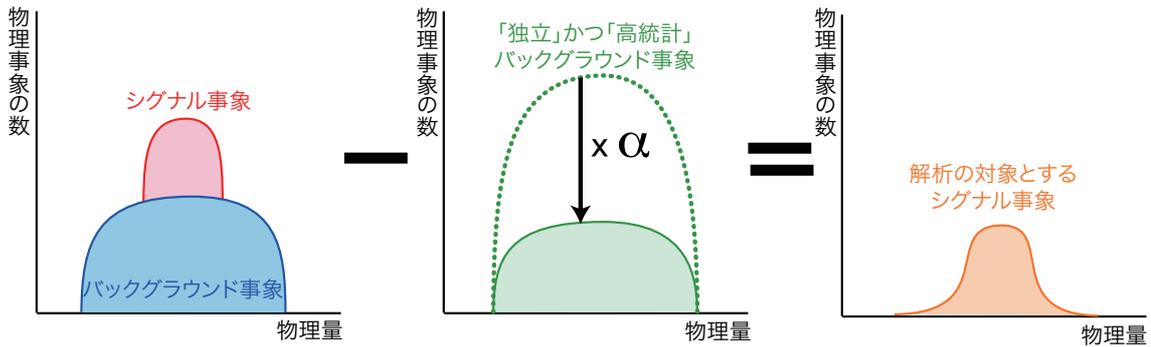


図 5.1: バックグラウンド事象の除去

一般に，測定する対象 f が，ある変数 x, x' に依存しているとき ($f = f(x, x')$)， f への誤差伝播 σ_f は，

$$\sigma_f^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \sigma_{x'}^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x'} \right)^2 + 2\sigma_{xx'}^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial x'} \right) \quad (5.8)$$

と表される。 σ_x ($\sigma_{x'}$) は変数 x (x') に関する誤差， $\sigma_{xx'}$ は変数 x と変数 x' の相互関係に関する誤差である。

式 (5.8) において， $f = N_{\text{anal}}$ ， $x = N_{\text{all}}$ ， $x' = N_{\text{bg}'}$ とすると， N_{anal} に関する誤差は $\sigma_{N_{\text{anal}}}$ は，

$$\begin{aligned} \sigma_{N_{\text{anal}}}^2 &= \sigma_{N_{\text{all}}}^2 \underbrace{\left(\frac{\partial N_{\text{anal}}}{\partial N_{\text{all}}} \right)^2}_1 + (\alpha \sigma_{N_{\text{bg}'}})^2 \underbrace{\left(\frac{\partial N_{\text{anal}}}{\partial N_{\text{bg}'}} \right)^2}_1 \\ &\quad + 2 \underbrace{\sigma_{N_{\text{all}} N_{\text{bg}'}}^2}_0 \left(\frac{\partial f}{\partial N_{\text{all}}} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial N_{\text{bg}'}} \right) \\ &\rightarrow \boxed{\sigma_{N_{\text{anal}}} = \sqrt{\sigma_{N_{\text{all}}}^2 + \alpha^2 \sigma_{N_{\text{bg}'}}^2}} \quad (5.9) \end{aligned}$$

となる。ここで，除去に利用するバックグラウンド事象のサンプルが，元の物理事象と「独立」であれば， N_{all} と $N_{\text{bg}'}$ に相互関係はないので， $\sigma_{N_{\text{all}} N_{\text{bg}'}} = 0$ としている。

また，誤差の分布は，ある程度の統計量 ($N \sim 10$) 以上だと，ポアソン分布で近似できるので，その分散 σ_N は，

$$\boxed{\sigma_N \simeq \sqrt{N}} \quad (5.10)$$

と表される。

式 (5.9) と (5.10) より，バックグラウンド事象を除去した後の，解析の対象とするシグナル事象の誤差 $\sigma_{N_{\text{anal}}}$ は，

$$\sigma_{N_{\text{anal}}} \simeq \sqrt{\underbrace{N_{\text{all}}}_{N_{\text{sig}} + N_{\text{bg}}} + \alpha^2 \underbrace{N_{\text{bg}'}}_{\sim N_{\text{bg}}/\alpha}}$$

$$\sim \sqrt{N_{\text{sig}} + (1 + \alpha)N_{\text{bg}}} \quad (5.11)$$

となる。よって、バックグラウンド事象を除去する前の誤差 $\sigma_{N_{\text{all}}}$ と比べて、誤差の増大は、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{N_{\text{anal}}}}{\sigma_{N_{\text{all}}}} &= \frac{\sqrt{N_{\text{sig}} + (1 + \alpha)N_{\text{bg}}}}{\sqrt{N_{\text{sig}} + N_{\text{bg}}}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{\alpha N_{\text{bg}}}{N_{\text{sig}} + N_{\text{bg}}}} \end{aligned} \quad (5.12)$$

と見積もられる。これより、除去に利用するバックグラウンド事象のサンプルが「高統計」(式(5.7)より $\alpha \ll 1$) であれば、誤差の増大を抑えられることがわかる。

シミュレーションでは、除去に利用するバックグラウンド事象のサンプルを、(b) で使用した乱数の初期値と異なる値を設定して Physsim で大量に生成し(第 4.2.1 節を参照)、その後、(c), (d) について同様におこなう。

5.1.2 観測する物理量

$\sqrt{s}=500\text{GeV}$ では、 A_H, Z_H の質量を測定する。また、 $\sqrt{s}=1\text{GeV}$ では、 A_H, W_H^\pm の質量を測定し、さらに、 W_H^\pm のスピン、 W^\pm の偏極、 W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷について、それぞれの情報を得られるか検証する。

粒子の質量

$\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ において 2 体崩壊 $Z_H \rightarrow A_H h$ の h のエネルギー分布から A_H, Z_H の質量を測定し、また、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ において 2 体崩壊 $W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm$ の W^\pm のエネルギー分布から A_H, W_H^\pm の質量を測定する。 \sqrt{s} と h の質量が分かっているとき、付録 A の式 (A.15) より h のエネルギー分布の 2 つのエッジから A_H, Z_H の質量を求めることができ、また、 \sqrt{s} と W^\pm の質量が分かっているとき、付録 A の式 (A.22) より W^\pm のエネルギー分布の 2 つのエッジから A_H, W_H^\pm の質量を求めることができる。よって、 h と W^\pm 、それぞれのエネルギー分布を、2 つのエッジの値を変数とする関数でフィットし、2 つのエッジの値を求めることが目標となる。

2 つのエッジの値を求める手順としては、

1. まず、2 つのエッジを持つエネルギー分布の形を決める「要素」について考察、
2. 次に、それらの要素を考慮した「関数」を用意、
3. 最後に、その関数でシグナル事象のエネルギー分布を「フィット」して、エネルギー分布の 2 つのエッジの値を求める

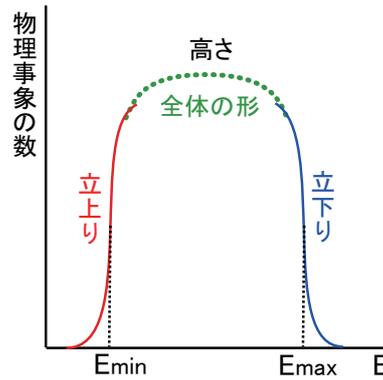


図 5.2: 2つのエッジを持つエネルギー分布の要素

という流れで進む。

2つのエッジを持つエネルギー分布の形³を決める「要素」について考えると、その要素は4つあり、

- 高さ
- E_{\min} における、左エッジの立上り
- E_{\max} における、右エッジの立下り
- 全体の形

である(図5.2)。高さは物理事象の統計量に依存し、左右のエッジの立上り・立下りは測定器のエネルギー分解能に依存し、全体の形は2体崩壊の角度分布に依存する(付録Aの式(A.5)を参照)。

以上の4つの要素を考慮すると、エネルギー E の分布となる「関数」 F は、

$$F(E; c_0 \sim c_6, E_{\min, \max}) = \frac{1}{4} \underbrace{c_0}_{\text{高さ}} \underbrace{\left\{ 1 + f_{\text{Err}}\left(\frac{E - E_{\min}}{c_1}\right) \right\}}_{\text{左エッジの立上り}} \underbrace{\left\{ 1 - f_{\text{Err}}\left(\frac{E - E_{\max}}{c_2}\right) \right\}}_{\text{右エッジの立下り}} \times \underbrace{\left(1 + c_3 E + c_4 E^2 + c_5 E^3 + c_6 E^4 + c_7 E^5 + c_8 E^6 \right)}_{\text{全体の形}} \quad (5.13)$$

$$f_{\text{Err}}(x) \equiv \int_0^x \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-t^2) dt \quad (5.14)$$

と用意される。 $\{c_0, c_1, \dots, c_6\}$ が関数の形を決める変数(要素)である。高さは c_0 で決まる。左右のエッジの立上り・立下りについては、誤差関数(Error function) $f_{\text{Err}}(x)$ を用いてガウス分布の畳み込みで表され、左エッジの分解能が c_1 、右エッジの分解能

³ここでは、2つのエッジの値 E_{\min}, E_{\max} が決まっているとして、それ以外の要素を「形」と呼ぶ。

が c_2 で決まる⁴。全体の形は、6 次多項式⁵ の係数 ($c_3 \sim c_8$) で決まる。

最後に、この関数 F でシグナル事象のエネルギー分布を「フィット」して、そのエネルギー分布の 2 つのエッジの値 (E_{\min}, E_{\max}) を求める。フィットの手順は、

1. 関数 $F(E; c_0 \sim c_6, E_{\min, \max})$ で、「高統計」なシグナル事象のサンプル⁶をフィットし、関数の形 $\{c_0, c_1, \dots, c_6\}$ を決定
2. 形を固定した関数 $F(E; E_{\min, \max})$ で、解析の対象であるシグナル事象をフィットし、関数のエッジの値 E_{\min}, E_{\max} を決定

の 2 段階である⁷。「高統計」なシグナル事象のサンプルを利用する理由は、誤差によるエネルギー分布の形の振ら付きが小さい状況で関数を決めるためである。その形で関数を固定しておく、シグナル事象の統計量が低い場合でもフィットが可能となる。そして、フィットの結果から、2 つのエッジの値 E_{\min}, E_{\max} が求まる。

粒子のスピン・偏極

$\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ ($W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm$) において、 W_H^\pm のスピンと W^\pm の偏極を検証する。 W_H^\pm のスピンは、 $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ における W_H^\pm の生成角度の $\cos \theta_{W_H^\pm}$ 分布から求まり、一方、 W^\pm の偏極は、 $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ における $q(\bar{q})$ の生成角度の $\cos \theta_{q(\bar{q})}^*$ 分布から求まる。それぞれの角度の定義は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{W_H^\pm} : e^+ \text{ ビームの進行方向を } z \text{ 軸としたときの,} \\ \quad \quad \quad z \text{ 軸と } W_H^\pm \text{ の進行方向のなす角度} \\ \theta_{q(\bar{q})}^* : W^\pm \text{ の進行方向を } z \text{ 軸とした } W^\pm \text{ の静止系における,} \\ \quad \quad \quad z \text{ 軸と } q(\bar{q}) \text{ の進行方向のなす角度} \end{array} \right.$$

である (図 5.3)。

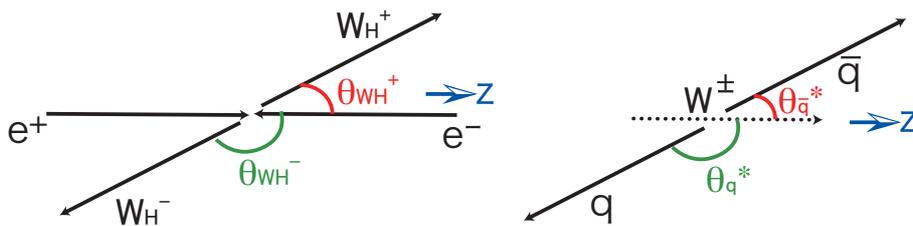


図 5.3: $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ における W_H^\pm , $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ における $q(\bar{q})$ の生成角度

⁴ c_1 と c_2 は、カロリメータにおけるエネルギー分解能 $\Delta E/E = n\%/\sqrt{E}$ (第 4.3.2 節を参照) の $\Delta E = n\%\sqrt{E}$ に対応し、 $c_1 \simeq n\%\sqrt{E_{\min}}$, $c_2 \simeq n\%\sqrt{E_{\max}}$ である。測定器シミュレーションでは、ECAL が $n = 17$, HCAL が $n = 45$ としている (第 4.3.2 節を参照)。

⁵一般には、 n 次多項式であるが、本研究の解析では、 $n = 6$ のときが全体の形をよく再現する。

⁶関数の形を決めるために、新たに生成したシグナル事象を「サンプル」と呼ぶ。

⁷実際の実験における解析でも、高統計のモンテカルロ・テンプレート・サンプルのフィットにより関数の形を決め、その関数の形を用いて実際のデータをフィットする。

しかし、測定可能な生成角度の分布は、 W_H^{or} (W_H^+ 「または」 W_H^-) の生成角度について、「絶対値」をとった $|\cos \theta_{W_H^{\text{or}}}|$ と $|\cos \theta_{q^{\text{or}}}^*|$ の分布である。それぞれの角度の定義は、

$$\begin{cases} \theta_{W_H^{\text{or}}} & : \theta_{W_H^+} \text{ または } \theta_{W_H^-} \\ \theta_{q^{\text{or}}}^* & : \theta_q^* \text{ または } \theta_{\bar{q}}^* \end{cases}$$

である。その理由は2つあり、

- W_H^+ と W_H^- (q と \bar{q}) それぞれが真逆 (back-to-back) に飛び出す
- W_H^+ と W_H^- (q と \bar{q}) それぞれを識別することはできない

からである。

$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の過程では、 W_H^+ と W_H^- が真逆に飛び出し、一方、 $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ の過程でも、 q と \bar{q} が真逆に飛び出す。よって、 W_H^+ と W_H^- については、 $\cos \theta_{W_H^+}$ に関する分布と $\cos \theta_{W_H^-}$ に関する分布が、 $\cos \theta = 0$ に対して対称となるので、物理的に意味があるものは、 $\cos \theta_{W_H^+}$ 「または」 $\cos \theta_{W_H^-}$ に関する分布のみとなる。一方、 q と \bar{q} についても、 $\cos \theta_q^*$ に関する分布と $\cos \theta_{\bar{q}}^*$ に関する分布が、 $\cos \theta^* = 0$ に対して対称となるので、物理的に意味があるものは、 $\cos \theta_q^*$ 「または」 $\cos \theta_{\bar{q}}^*$ に関する分布のみとなる。

また、 W_H^+ と W_H^- をそれぞれ識別することはできない。 W_H^+ と W_H^- を識別するには、2つの過程

$$\begin{cases} W_H^+ \rightarrow A_H W^+ \rightarrow A_H q_+ \bar{q}_+ \\ W_H^- \rightarrow A_H W^- \rightarrow A_H q_- \bar{q}_- \end{cases}$$

を識別できれば良い。しかし、 W_H^\pm と W^\pm は、寿命が短いため、飛跡検出器による電荷の識別がおこなえないので⁸、物理的に意味があるものは、「絶対値」をとった $|\cos \theta_{W_H^{\text{or}}}|$ の分布となる。一方、 q_\pm と \bar{q}_\pm も識別することはできない。 q_\pm と \bar{q}_\pm は、それぞれハドロン化してジェットとなってしまう(第4.2.2節を参照)、電荷の識別がおこなえない。よって、物理的に意味があるものは、「絶対値」をとった $|\cos \theta_{q^{\text{or}}}^*|$ の分布となる。以上より、 W_H^\pm のスピンは $|\cos \theta_{W_H^{\text{or}}}|$ の分布の測定により検証し、 W^\pm の偏極は $|\cos \theta_{q^{\text{or}}}^*|$ の分布の測定により検証する。

シミュレーションでは、物理事象の生成において HELAS を利用しているので、スピンや偏極の情報が正しく再現されている(第4.2.1.1節を参照)。

粒子の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷

$\sqrt{s} = 1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ において、 W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷を検証する。 W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷は、 e^- ビームの偏極を変えて反応断面積を測定し、その反応断面積の変化から検証できる。シミュレーションでは、物理事象の生成において HELAS を利用しているので、反応断面積の e^- ビーム偏極に対する依存性が正しく再現されている(第4.2.1.1節を参照)。

⁸ILC 実験では、寿命が短い粒子の電荷を、VTX によって識別することを目指している。しかし、本研究の解析では考慮に入れていない。

5.2 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での物理

重心系エネルギー $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ では, $m_{A_H} + m_{Z_H} < \sqrt{s}$ のため, $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ が生成される (第 2.2 節を参照)。

5.2.1 $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$ の解析

シグナル事象とバックグラウンド事象について, 反応断面積, 積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt = 500\text{fb}^{-1}$ に対応する物理事象の数, および, 物理事象の選択を順におこなった後の数について, 表 5.1 にまとめる。それぞれについての説明を以下 (a)~(e) でおこなう。

反応過程	反応断面積	物理事象の数	$100 < m_h < 140$	$P_t^{\text{miss}} > 80$	$b\text{-tag}$
$A_H Z_H \rightarrow A_H A_H b\bar{b}$	1.05	525	488	425	272
$\gamma Z \rightarrow \gamma b\bar{b}$	1,200	600,000	19,296	70	45
$t\bar{t} \rightarrow W^+ W^- b\bar{b}$	496	248,000	859	413	264
$\nu\nu Z \rightarrow \nu\nu b\bar{b}$	44.3	22,150	635	261	167
$\nu\nu h \rightarrow \nu\nu b\bar{b}$	34.0	17,000	15,170	5,247	3,359
$ZZ \rightarrow \nu\nu b\bar{b}$	25.5	12,750	404	277	178
$Zh \rightarrow \nu\nu b\bar{b}$	5.57	2,785	2,390	2,196	1,406
合計		860,105	38,727	8,464	5,419

表 5.1: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の解析における, シグナル事象とバックグラウンド事象 反応断面積 (単位 fb), 積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt = 500\text{fb}^{-1}$ に対応する物理事象の数である。また, 3 つの項目 — ヒッグス質量 m_h (単位 GeV), 横運動量欠損 P_t^{miss} (単位 GeV), $b\text{-tag}$ — について順に条件を課した後の物理事象の数である。合計は, バックグラウンド事象の数の和をしめしている。

(a) シグナル事象の決定

シグナル事象 $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の終状態として, $b\bar{b}$ ジェットの過程の解析をおこなった。 Z_H が 100% の崩壊比で $A_H h$ となるので, シグナル事象は

$$e^+e^- \rightarrow A_H Z_H \rightarrow A_H A_H h$$

のように崩壊する。次に, h が崩壊する。 h の質量が 134GeV (第 2.2 節を参照) のときの主な崩壊過程 (と崩壊比 BR) は

- $h \rightarrow b\bar{b}$ (BR = 55.3%)
- $h \rightarrow W^+ W^-$ (BR = 25.6%)
- $h \rightarrow c\bar{c}$ (BR = 6.4%)
- $h \rightarrow \tau\bar{\tau}$ (BR = 3.3%)
- $h \rightarrow ZZ$ (BR = 3.1%)
- $h \rightarrow gg$ (BR = 2.8%)

などがある。 $b\bar{b}$ ジェットの過程は、崩壊比が最も大きく、また、「 b -tag」⁹ により他の $q\bar{q}$ ジェットの過程との判別が可能となる。よって、解析には

$$A_H A_H b\bar{b}$$

の過程のみを用いた。シグナル事象の特徴は「2 ジェット + 2 つの検出できない粒子」となる。ファインマン・ダイアグラムを図 5.4 にしめす。

(b) バックグラウンド事象の選定

バックグラウンドの候補となるのは、終状態が「2 ジェットを含む」過程である。バックグラウンド事象として考えられる過程は 6 種類あり、

- $e^+e^- \rightarrow \gamma Z \rightarrow \gamma q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow t\bar{t} \rightarrow W^+W^-b\bar{b}$
- $e^+e^- \rightarrow \nu\nu Z \rightarrow \nu\nu q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow \nu\nu h \rightarrow \nu\nu q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow ZZ \rightarrow \nu\nu q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow Zh \rightarrow \nu\nu q\bar{q}$

である。それぞれのファインマン・ダイアグラムを図 5.5 にしめす。

解析には、終状態の $q(\bar{q})$ の内、 b のみを用いて、他の軽いクォーク (u, d, c, s) は b -tag により排除されるので考慮しなかった。 $(e^+e^- \rightarrow t\bar{t})$ の過程については、事情が異なるので後ほど述べる。フルシミュレーションによる研究の結果では、 b -tag の選択効率¹⁰ について、 b の選択効率が 80% のとき、 b と間違っ c を選んでしまう c の選択効率が 15% である¹¹。バックグラウンド事象における $q\bar{q}$ は、 h の崩壊 ($h \rightarrow q\bar{q}$) によるものと、 Z の崩壊 ($h \rightarrow q\bar{q}$) によるものがある。それぞれの崩壊比と b -tag の選択効率を考えると、 h の崩壊については、

$$\begin{aligned} h \rightarrow b\bar{b} & : \text{BR} = 55.3\% \xrightarrow{b\text{-tag}} 35.4\% (= \text{BR} \times 0.8^2) \\ h \rightarrow c\bar{c} & : \text{BR} = 6.4\% \xrightarrow{b\text{-tag}} 0.1\% (= \text{BR} \times 0.15^2) \end{aligned}$$

となり、 Z の崩壊については、

$$\begin{aligned} Z \rightarrow b\bar{b} & : \text{BR} = 15.1\% \xrightarrow{b\text{-tag}} 9.7\% (= \text{BR} \times 0.8^2) \\ Z \rightarrow c\bar{c} & : \text{BR} = 12.0\% \xrightarrow{b\text{-tag}} 0.3\% (= \text{BR} \times 0.15^2) \end{aligned}$$

となる。よって、それぞれの崩壊について、 b -tag による b の選択純度¹² は

$$\begin{aligned} h \text{ の崩壊における選択純度} & : 99.7\% (= 35.4 \div (35.4 + 0.1)) \\ Z \text{ の崩壊における選択純度} & : 97.0\% (= 9.7 \div (9.7 + 0.3)) \end{aligned}$$

⁹ b と他の軽いクォーク (u, d, c, s) を判別する手法。VTX によって検出された、粒子の崩壊点の情報によって、判別が可能となる。

¹⁰ b -tag の選択効率 = (b -tag 後に選ばれた数) \div (b -tag 前の数)。

¹¹ c 以外の軽いクォーク (u, d, s) は、 b -tag 後にほとんど残らない。

¹² b の選択純度 = (b -tag で選ばれた b の数) \div (b -tag で選ばれた b と c の数)

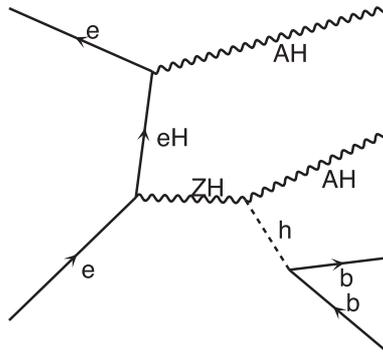


図 5.4: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ のファインマン・ダイアグラム

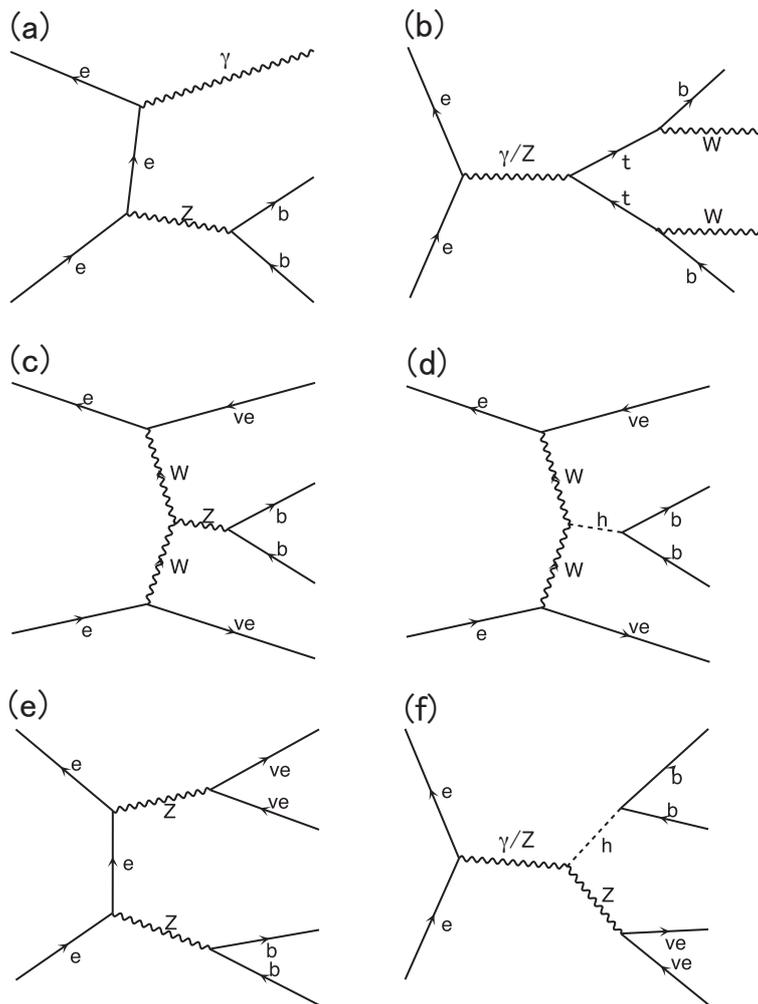


図 5.5: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ に対するバックグラウンド事象のファインマン・ダイアグラム
 (a) $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$, (b) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$, (c) $e^+e^- \rightarrow \nu\nu Z$, (d) $e^+e^- \rightarrow \nu\nu h$, (e) $e^+e^- \rightarrow Z Z$, (f) $e^+e^- \rightarrow Z h$

であり, h と Z のどちらの崩壊についても, b -tag 後の $c\bar{c}$ は $b\bar{b}$ に比べて非常に少ない。よって, $c\bar{c}$ (および, その他の軽いクォーク対) を含む過程は, 解析には用いなかった。

$e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ の過程では, $t(\bar{t})$ の崩壊について, $t \rightarrow W^+\bar{b}(\bar{t} \rightarrow W^-b)$ の過程を解析に用い, さらに, W^\pm の崩壊について, 全ての崩壊過程を解析に用いた。 t の崩壊は, CKM 行列によって考えられる。CKM 行列は,

$$|V_{\text{CKM}}| = \left| \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \right| \simeq \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

と表される。ここで, λ はカビボ因子 (Cabibbo factor) と呼ばれ, $\lambda = 0.22$ である。よって, t の崩壊についての確率振幅は,

- $t \rightarrow W^+\bar{d}$: $|V_{td}|^2 \simeq 1.1 \times 10^{-4}$
- $t \rightarrow W^+\bar{s}$: $|V_{ts}|^2 \simeq 2.3 \times 10^{-3}$
- $t \rightarrow W^+\bar{b}$: $|V_{tb}|^2 \simeq 4.8 \times 10^{-2}$

となり, t の崩壊は $W^+\bar{b}$ が多いので, この崩壊のみを解析に用いた。さらに, W^+ の崩壊については, ハドロン崩壊: $W^+ \rightarrow q\bar{q}$ とレプトン崩壊: $W^+ \rightarrow l^+\nu$ があるが, それら全てを解析に用いた。

(c) h の再構成

シグナル事象とバックグラウンド事象を「2 ジェット」として再構成し, さらに, h を再構成した。測定器シミュレータ内での, シグナル事象の様子を図 5.6 にしめす。

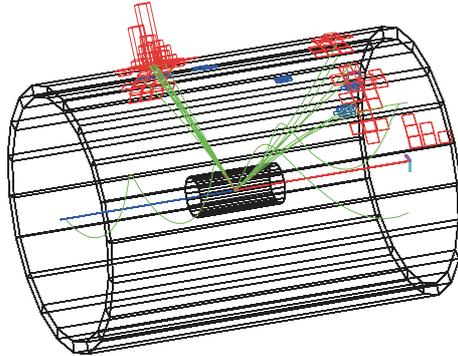


図 5.6: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の典型的なシグナル事象
測定シミュレーションの後に, 2 ジェットとして再構成した。

(d) 物理事象の選択

再構成した h の内,

1. $100\text{GeV} < m_h < 140\text{GeV}$

$$2. P_t^{\text{miss}} > 80\text{GeV}$$

$$3. b\text{-tag}$$

の 3 つの条件を順に課し、条件に当てはまるものを解析の対象として選択した。 m_h はヒッグスの質量、 P_t^{miss} は横運動量欠損 (missing transverse momentum) である。

ヒッグス質量 m_h の分布を図 5.7(a) にしめす。赤線がシグナル事象、青線がバックグラウンド事象、緑線が選択の範囲である。シグナル事象が $\sim 130\text{GeV}$ にピークを持つものに対し、バックグラウンド事象が $\sim 90\text{GeV}$ と $\sim 500\text{GeV}$ にピークを持つことがわかる。 $100\text{GeV} < m_h < 140\text{GeV}$ の条件により、シグナル事象とバックグラウンド事象の選択効率は、

$$\begin{aligned} \text{選択効率 (シグナル)} & : 93.0\% (= 488 \div 525) \\ \text{選択効率 (バックグラウンド)} & : 4.5\% (= 38,727 \div 860,105) \end{aligned} \quad (5.16)$$

となった。

次に、横運動量欠損 P_t^{miss} の分布を図 5.7(b) にしめす。赤線がシグナル事象、青線がバックグラウンド事象、緑線が選択の範囲である。シグナル事象は高い運動量の領域まで分布するのに対し、バックグラウンド事象は $\sim 0\text{GeV}$ に鋭いピークを持つことがわかる。 $P_t^{\text{miss}} > 80\text{GeV}$ の条件により、シグナル事象とバックグラウンド事象の選択効率は、

$$\begin{aligned} \text{選択効率 (シグナル)} & : 87.1\% (= 425 \div 488) \\ \text{選択効率 (バックグラウンド)} & : 21.9\% (= 8,464 \div 38,727) \end{aligned} \quad (5.17)$$

となった。

また、 $b\text{-tag}$ の選択効率は、(b) での値を利用した。

以上 3 つの条件を課した、 h のエネルギー分布を図 5.8(a) にしめす。シグナル事象の統計の有意性は、

$$\frac{272}{\sqrt{5419}} \simeq 3.7\sigma \quad (5.18)$$

であり、シグナル事象の傾向が見られた¹³。

(e) バックグラウンド事象の除去

バックグラウンド事象の除去には、統計量が 10 倍のバックグラウンド事象のサンプルを利用した。バックグラウンドを除去した h のエネルギー分布を図 5.8(b) にしめす。この除去による誤差の増大は、式 (5.12) より、

$$\frac{\sigma_{N_{\text{anal}}}}{\sigma_{N_{\text{all}}}} = \sqrt{1 + \frac{0.1 \times 5,419}{272 + 5,419}} \simeq 1.05 \quad (5.19)$$

であり、十分小さいことがわかる。

¹³統計の有意性が 5σ あれば発見といえる。

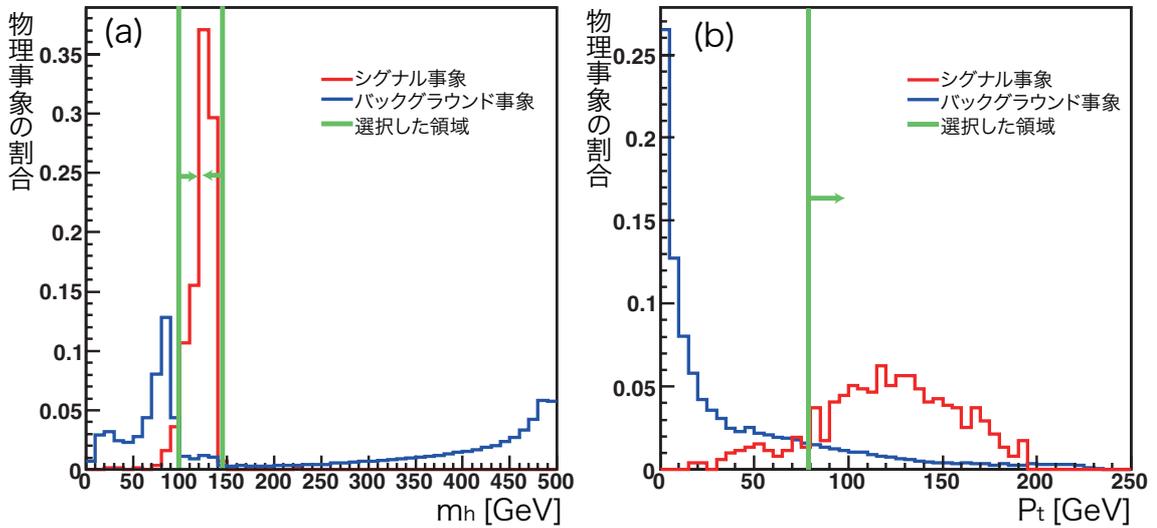


図 5.7: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ における物理事象の選択
 (a) ヒッグス質量の選択 $100\text{GeV} < m_h < 140\text{GeV}$, (b) 横運動量欠損の選択 $P_t^{\text{miss}} > 80\text{GeV}$

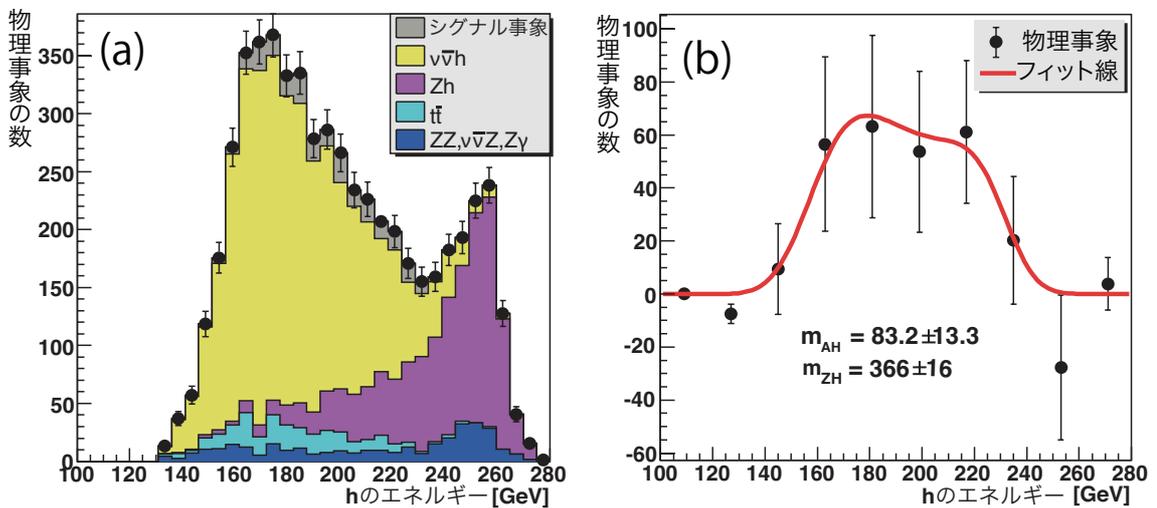


図 5.8: h のエネルギー分布
 (a) 物理事象選択後のシグナル事象とバックグラウンド事象
 (b) バックグラウンド事象除去後のシグナル事象とフィット線

5.2.2 A_H, Z_H の質量

h のエネルギー分布を式 (5.13) の関数でフィットした (図 5.8(b) の赤線)。フィット関数の形は, 統計量が 5 倍のシグナル事象のサンプルにより決めている。フィットで得られたエネルギー分布のエッジの値から, 付録 A の式 (A.15) より, A_H の質量 m_{A_H} と Z_H の質量 m_{Z_H} は,

$$\begin{aligned} m_{A_H} &= 83.2 \pm 13.3 \text{ GeV} \\ m_{Z_H} &= 366.0 \pm 16.0 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (5.20)$$

と求まった。ここで, 式 (A.15) において, 同じエッジの値に対して 2 つの解があるため, $m_{A_H} = 42 \text{ GeV}$, $m_{Z_H} = 191 \text{ GeV}$ という解も存在する。しかし, これは 2 つの質量の和が小さく ($m_{A_H} + m_{Z_H} = 233 \text{ GeV}$), ILC 実験における $\sqrt{s}=500 \text{ GeV}$ 以下の探索¹⁴ で発見されていないならば, こちらの解は排除される。

5.3 $\sqrt{s}=1 \text{ TeV}$ での物理

$\sqrt{s}=1 \text{ TeV}$ では, $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ の反応断面積が非常に大きいため, 高い精度で解析をおこなうことができる (第 2.2 を参照)。

5.3.1 $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$ の解析

シグナル事象とバックグラウンド事象について, 反応断面積, 積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt = 500 \text{ fb}^{-1}$ に対応する物理事象の数, および, 物理事象の選択を順におこなった後の数について, 表 5.1 にまとめる。それぞれについての説明を以下 (a)~(e) でおこなう。

反応過程	反応断面積	物理事象の数	$E_W < 500$	$\chi_W^2 < 26$	$P_t^{\text{miss}} > 84$
$W_H^+W_H^- \rightarrow A_H A_H q\bar{q}q\bar{q}$	120	60,000	59,880	48,135	41,190
$W^+W^- \rightarrow q\bar{q}q\bar{q}$	1307	653,500	551,688	16,1120	678
$e^+e^-W^+W^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}q\bar{q}$	490	245,000	237,640	128,904	46
$\nu_e W Z \rightarrow \nu_e q\bar{q}q\bar{q}$	24.5	12,250	11,946	6,994	3,797
$Z_H Z_H \rightarrow A_H A_H q\bar{q}q\bar{q}$	18.8	9,400	9,389	266	213
$\nu\bar{\nu}W^+W^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}q\bar{q}$	7.23	3,615	3,602	2,607	1,597
$ZW^+W^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}q\bar{q}$	5.61	2,805	2,744	1,839	1,533
合計		926,570	817,009	301,730	7,864

表 5.2: $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の解析における, シグナル事象とバックグラウンド事象 反応断面積 (単位 fb), 積分ルミノシティ $\int \mathcal{L} dt = 500 \text{ fb}^{-1}$ に対応する物理事象の数である。また, 3 つの項目 — W^\pm のエネルギー E_W (単位 GeV), χ_W^2 , 横運動量欠損 P_t^{miss} (単位 GeV) — について順に条件を課した後の物理事象の数である。合計は, バックグラウンド事象の数の和をしめしている。

¹⁴例えば, $\sqrt{s}=350 \text{ GeV}$ における $t\bar{t}$ のしきい値探索など。

(a) シグナル事象の決定

シグナル事象 $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ の終状態として、4 ジェットの過程の解析をおこなった。 W_H^\pm が 100% の崩壊比で $A_H W^\pm$ となるので、シグナル事象は

$$e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^- \rightarrow A_H A_H W^+W^-$$

のように崩壊する。次に、 W^\pm が崩壊する。その崩壊過程には、ハドロン崩壊： $W \rightarrow q\bar{q}$ とレプトン崩壊： $W \rightarrow l\nu$ の 2 種類がある。それぞれの崩壊比 BR は、ハドロン崩壊が $\text{BR}(W \rightarrow q\bar{q})=67.6\%$ 、レプトン崩壊が $\text{BR}(W \rightarrow l\nu)=32.4\%$ である。よって、終状態としては、

- 4 ジェット : $A_H A_H q\bar{q}q\bar{q}$
- 2 ジェット + 1 レプトン : $A_H A_H q\bar{q}l\nu$
- 2 レプトン : $A_H A_H l^+\nu l^-\bar{\nu}$

の 3 種類がある。4 ジェットの過程は、3 つの中で最も崩壊比が大きく ($\text{BR}(W \rightarrow q\bar{q})^2 \simeq 45.7\%$)、また、他の過程と違い、測定器で検出されないニュートリノを含んでいないので、 W^\pm が運動力学から完全に再構成できる。よって、解析には

$$A_H A_H q\bar{q}q\bar{q}$$

の過程を用いた。シグナル事象の特徴は「4 ジェット + 2 つの検出できない粒子」となる。ファインマン・ダイアグラムを図 5.9 にしめす。

(b) バックグラウンド事象の選定

バックグラウンドの候補となるのは、終状態が「4 ジェットを含む」過程である。バックグラウンド事象として考慮した過程は 6 種類あり、

- $e^+e^- \rightarrow W^+W^- \rightarrow q\bar{q}q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow e^+e^-W^+W^- \rightarrow e^+e^-q\bar{q}q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow e\nu_e W Z \rightarrow e\nu_e q\bar{q}q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow Z_H Z_H \rightarrow A_H A_H q\bar{q}q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}W^+W^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}q\bar{q}$
- $e^+e^- \rightarrow ZW^+W^- \rightarrow \nu\bar{\nu}q\bar{q}q\bar{q}$

である。それぞれのファインマン・ダイアグラムを図 5.10 にしめす。

(c) W^\pm の再構成

シグナル事象とバックグラウンド事象を「4 ジェット」として再構成した。測定器シミュレータ内での、シグナル事象の様子を図 5.11 にしめす。

さらに、4 ジェットから、2 つのジェットを対にして、 W^\pm を再構成した。このとき、正しく W^\pm を再構成するために、 W^\pm の質量に関する χ^2 が最小になるジェットの組み合わせを選択した。また、この再構成では W^+ と W^- の区別はおこなわない。

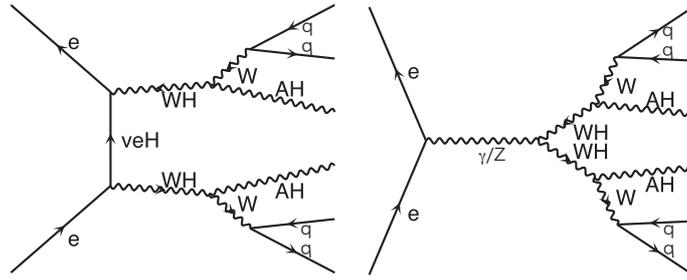


図 5.9: $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ のファインマン・ダイアグラム

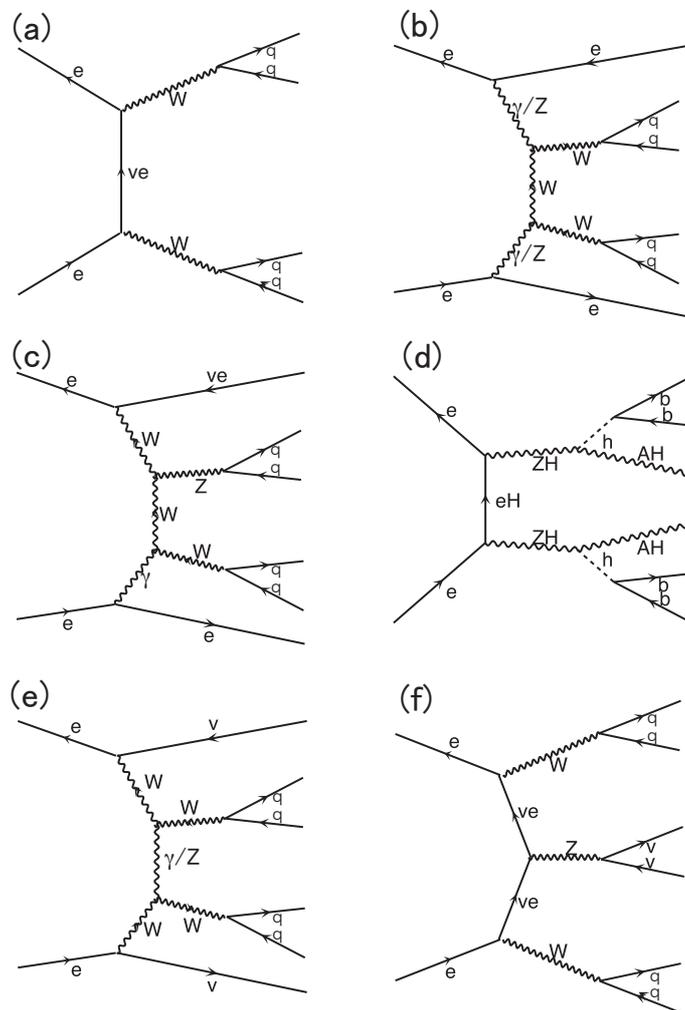


図 5.10: $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ に対するバックグラウンド事象のファインマン・ダイアグラム
 (a) $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, (b) $e^+e^- \rightarrow e^+e^-W^+W^-$, (c) $e^+e^- \rightarrow \nu_e W Z$, (d) $e^+e^- \rightarrow Z_H Z_H$, (e)
 $e^+e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} W^+W^-$, (f) $e^+e^- \rightarrow ZW^+W^-$

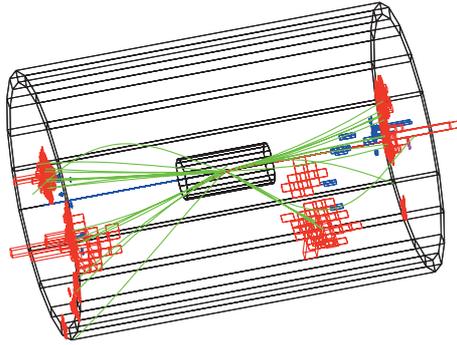


図 5.11: $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の典型的なシグナル事象
測定シミュレーションの後に, 4 ジェットとして再構成した。

4 つのジェット (j_1, j_2, j_3, j_4) から, 2 つのジェット対で「準粒子」 W_1, W_2 を再構成する組み合わせは, 以下の ${}_4C_2 \div 2 = 3$ 通りある。

$$\begin{cases} W_1^a(j_1 + j_2), W_2^a(j_3 + j_4) \\ W_1^b(j_1 + j_3), W_2^b(j_2 + j_4) \\ W_1^c(j_1 + j_4), W_2^c(j_2 + j_3) \end{cases}$$

この 3 通りの準粒子の組み合わせの内, W^\pm に近い組み合わせを選ばなければならない。その選択の指標として,

$$\chi_W^2 \equiv \left(\frac{m_{W_1} - m_W}{\sigma_{m_W}} \right)^2 + \left(\frac{m_{W_2} - m_W}{\sigma_{m_W}} \right)^2 \quad (5.21)$$

を定義した。 $m_{W_{1(2)}}$ は再構成した準粒子 $W_{1(2)}$ の不変質量, m_W は既に知られている W^\pm の質量 (80.4GeV), σ_{m_W} はシグナル事象の W^\pm の質量を再構成するときの分解能 (4GeV) である (図 5.12)。3 通りの準粒子の組み合わせの内, χ_W^2 の値が最も小さいもの ($W_1^{\text{rec}}, W_2^{\text{rec}}$) を, W^\pm に近い組み合わせとして採用した。ここで再構成した $W_{1(2)}^{\text{rec}}$ は, W^+ と W^- が混在することになる。

(d) 物理事象の選択

再構成した W^\pm の内,

1. $E_W < 500\text{GeV}$
2. $\chi_W^2 < 26$
3. $P_t^{\text{miss}} > 84\text{GeV}$

の 3 つの条件を順に課し, 条件に当てはまるものを解析の対象として選択した。 E_W は W^\pm のエネルギー, χ_W^2 は W^\pm の再構成における式 (5.21), P_t^{miss} は横運動量欠損である。

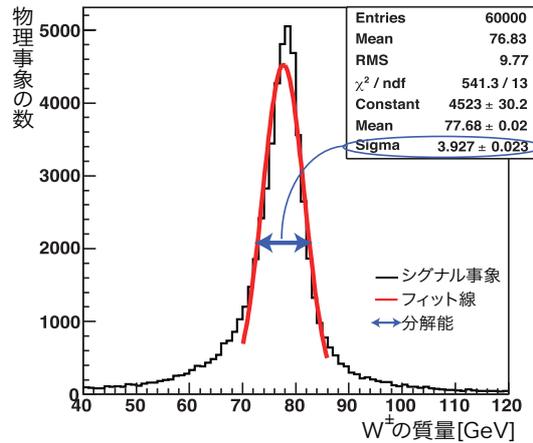


図 5.12: $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$ における W^\pm の質量

E_W による物理事象の選択は、1TeV における同じ質量を持つ粒子の対生成ということ considering $E_W < 500\text{GeV}$ ($=1\text{TeV} \div 2$) とした。この条件により、シグナル事象とバックグラウンド事象の選択効率は、

$$\begin{aligned} \text{選択効率 (シグナル)} & : 99.8\% (= 59,800 \div 60,000) \\ \text{選択効率 (バックグラウンド)} & : 88.2\% (= 817,009 \div 926,570) \end{aligned} \quad (5.22)$$

となった。

次に、 χ_W^2 の分布を図 5.13(a) にしめす。赤線がシグナル事象、青線がバックグラウンド事象、緑線が選択の範囲である。シグナル事象は 5 以下に鋭いピークを持つのにに対し、バックグラウンド事象は全体的に分布していることがわかる。 $\chi_W^2 < 26$ の条件により、シグナル事象とバックグラウンド事象の選択効率は、

$$\begin{aligned} \text{選択効率 (シグナル)} & : 80.4\% (= 48,135 \div 59,880) \\ \text{選択効率 (バックグラウンド)} & : 36.9\% (= 301,730 \div 817,009) \end{aligned} \quad (5.23)$$

となった。

さらに、横運動量欠損 P_t^{miss} の分布を図 5.13(b) にしめす。赤線がシグナル事象、青線がバックグラウンド事象、緑線が選択の範囲である。シグナル事象は高い運動量の領域まで分布するのに対し、バックグラウンド事象は $\sim 0\text{GeV}$ にピークを持つことがわかる。 $P_t^{\text{miss}} > 84\text{GeV}$ の条件により、シグナル事象とバックグラウンド事象の選択効率は、

$$\begin{aligned} \text{選択効率 (シグナル)} & : 85.6\% (= 41,190 \div 48,135) \\ \text{選択効率 (バックグラウンド)} & : 2.6\% (= 7,864 \div 301,730) \end{aligned} \quad (5.24)$$

となった。

以上 3 つの条件を課した W^\pm のエネルギー分布を図 5.14(a) にしめす。シグナル事象の統計の有意性は非常に高くなった。

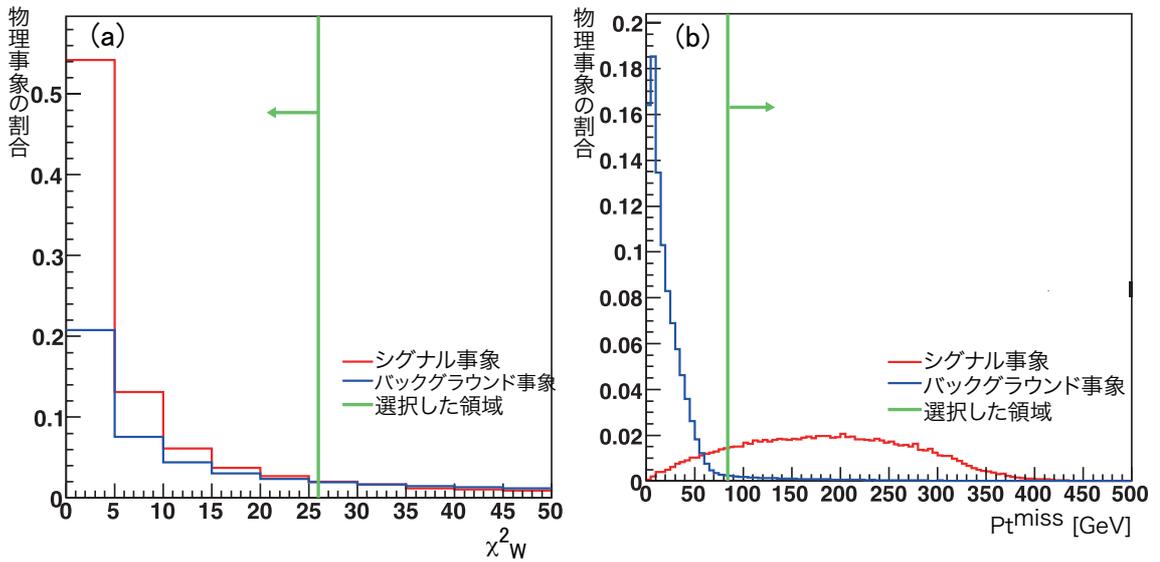


図 5.13: $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-$ における物理事象の選択
 (a) χ^2_W の選択 $\chi^2_W < 26$, (b) 横運動量欠損の選択 $P_t^{\text{miss}} > 84\text{GeV}$

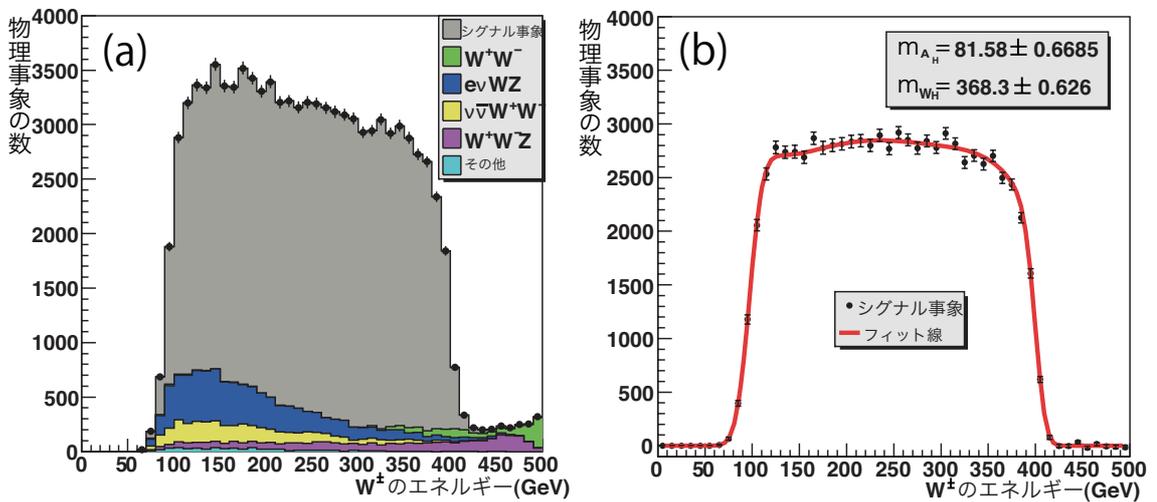


図 5.14: W^\pm のエネルギー分布
 (a) 物理事象選択後のシグナル事象とバックグラウンド事象
 (b) バックグラウンド事象除去後のシグナル事象とフィット線

(e) バックグラウンド事象の除去

バックグラウンド事象の除去には、統計量が 10 倍のバックグラウンド事象のサンプルを利用した。バックグラウンドを除去した W^\pm のエネルギー分布を図 5.14(b) にしめす。この除去による誤差の増大は、式 (5.12) より、

$$\frac{\sigma_{N_{\text{anal}}}}{\sigma_{N_{\text{all}}}} = \sqrt{1 + \frac{0.1 \times 41,190}{7,864 + 41,190}} \simeq 1.01 \quad (5.25)$$

であり、十分小さいことがわかる。

5.3.2 A_H, W_H^\pm の質量

h のエネルギー分布を式 (5.13) の関数でフィットした (図 5.8(b) の赤線)。フィット関数の形は、統計量が同じシグナル事象のサンプルにより決めている。フィットで得られたエネルギー分布のエッジの値から、付録 A の式 (A.22) より、 A_H の質量 m_{A_H} と W_H^\pm の質量 m_{W_H} は、

$$\begin{aligned} m_{A_H} &= 81.58 \pm 0.67 \text{ GeV} \\ m_{W_H} &= 368.3 \pm 0.63 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (5.26)$$

と求まった。ここで、式 (A.22) において、同じエッジの値に対して 2 つの解があるため、 $m_{A_H} = 81 \text{ GeV}$ 、 $m_{W_H} = 218 \text{ GeV}$ という解も存在する。しかし、これは 2 つの質量の和が小さく ($m_{A_H} + m_{W_H} = 299 \text{ GeV}$)、ILC 実験における $\sqrt{s}=1 \text{ TeV}$ 以下の探索で発見されていないならば、こちらの解は排除される。

5.3.3 W_H^\pm のスピン

$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ において、 W_H^\pm の生成角度の分布を測定することで、 W_H^\pm のスピンに関する情報を得られるか検証した。

W_H^{or} (W_H^+ または W_H^-) の生成角度の $|\cos \theta_{W_H^{\text{or}}}|$ 分布を図 5.15 にしめす。「真値」が物理事象の生成における正しい情報であり、一方、「再構成」が測定器シミュレーション後に再構成したものである。角度 $\theta_{W_H^{\text{or}}}$ は、 $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の e^+ ビームの進行方向を z 軸としたときの、 z 軸と W_H^{or} の進行方向のなす角度である。図 5.15 は、 W_H^\pm がスピン 0 ではないことをしめしており、また、模型におけるスピン 1 という事実に矛盾しない¹⁵。 W_H^\pm がスピン 0 ならば、全角運動量の保存により軌道角運動量を持ち、 $|\cos \theta_{W_H^{\text{or}}}| = 1$ の方向に W_H^\pm は生成されないからである。

一般に、始状態 e^+e^- が対消滅し、s チャンネルで中間状態 γ, Z が伝播し、終状態 $X_1 X_2$ が対生成する過程： $e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow X_1 X_2$ について、「V,A 結合」と「全角運動量の保存」を考慮することにより、 X^{or} (X_1 または X_2) の生成角度の分布を考察す

¹⁵第 2 章の式 (2.5)(2.9)(2.10) において、 \mathbf{W} はベクトルであり、つまりスピン 1 である。

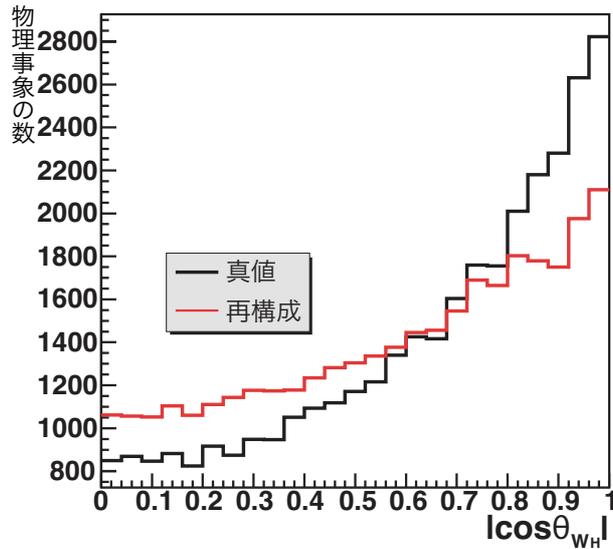


図 5.15: $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ における W_H^0 の生成角度の分布

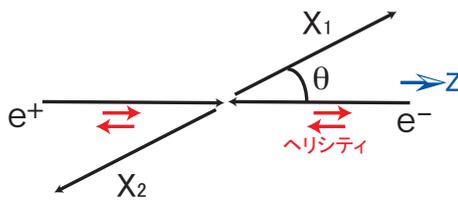


図 5.16: $e^+e^- \rightarrow X_1 X_2$ の模式図

る。始状態 e^+e^- は, γ, Z と結合するので「V,A 結合」を考慮すると, ヘリシティの状態は,

$$|\pm \frac{1}{2}\rangle_{e^+} |\mp \frac{1}{2}\rangle_{e^-}$$

の 2 状態である。ここで, e^+, e^-, X_1, X_2 の全角運動量の量子化軸を, 全て e^+ の進行方向 (z 軸) にとると (図 5.16), 始状態 e^+e^- は軌道角運動量の z 軸成分を持たない¹⁶。よって, 中間状態 γ, Z の全角運動量は,

$$|1, \pm 1\rangle_{\text{all}}^{\text{中間}} \tag{5.27}$$

である。一方, 終状態の X_1, X_2 がスピン 0 (つまり, スピン角運動量を持たない) と”仮定”すると, 全角運動量は軌道角運動量と一致して,

$$|l, m\rangle_{\text{all}}^{\text{終}} = |l, m\rangle_{\text{orbit}}^{\text{終}} \tag{5.28}$$

である。式 (5.27), (5.28) において, 「全角運動量の保存」より $l = 1, m = \pm 1$ となり, 終状態の軌道角運動量は,

$$|l, m\rangle_{\text{orbit}}^{\text{終}} = |1, \pm 1\rangle \tag{5.29}$$

¹⁶軌道角運動量 l は, 座標ベクトル r と運動量ベクトル p の外積で, $l = r \times p$ と表される。よって, 軌道角運動量の運動量方向成分は 0 である。

となる。そして、終状態 X^{or} の角度分布は、球面調和関数 $Y_l^m(\theta, \phi)$ を用いて、

$$\left| Y_1^{\pm 1}(\theta_{X^{\text{or}}}, \phi_{X^{\text{or}}}) \right|^2 = \left| \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta_{X^{\text{or}}} e^{\pm i\phi_{X^{\text{or}}}} \right|^2 \quad (5.30)$$

$$\propto 1 - \cos^2 \theta_{X^{\text{or}}} \quad (5.31)$$

となる。これは図 5.15 の分布に反するので、 $X_{1,2}$ はスピン 0 ではない。

以上から、模型に依存しない方法で、 W_H^\pm がスピン 1 に矛盾しないことがわかり、 W_H^\pm の生成角度の分布を測定することで、 W_H^\pm のスピンに関する情報を得られることがしめされた。また、このスピンの測定結果により、他の模型との比較も可能となる（第 6.4 節を参照）。

5.3.4 W^\pm の偏極

$W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ において、 $q(\bar{q})$ の生成角度の分布を測定することにより、 W^\pm の偏極に関する情報を得られるか検証した。

q^{or} (q または \bar{q}) の生成角度の $|\cos \theta_{q^{\text{or}}}^*|$ 分布を図 5.17 にしめす。角度 $\theta_{q^{\text{or}}}^*$ は、 $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ の W^\pm の進行方向を z 軸とした W^\pm の静止系における、 z 軸と q^{or} の進行方向のなす角度である。図 5.17 は、 W^\pm の偏極が縦波優勢であり、つまり、対称性の破れにおいて吸収された南部-ゴールドストーンボソンの成分が優勢であることをしめしている。

「V-A 結合」を考慮することにより、ヘリシティの関係から q^{or} の生成角度の分布を考察する¹⁷。始状態 W^\pm は横波と縦波があるので、ヘリシティの状態は、

$$\begin{cases} |\pm 1\rangle & \dots \text{横波} \\ |0\rangle & \dots \text{縦波} \end{cases}$$

の 1 状態である¹⁸。ここで、始状態 W^\pm について、全軌道角運動量の量子化軸を z 軸にとると（図 5.18）、始状態 W^\pm は軌道角運動量の z 軸成分を持たない。よって、始状態 W^\pm の全軌道角運動量は、

$$\begin{cases} |1, \pm 1\rangle_{\text{all}}^{\text{始}} & \dots \text{横波} \\ |1, 0\rangle_{\text{all}}^{\text{始}} & \dots \text{縦波} \end{cases} \quad (5.32)$$

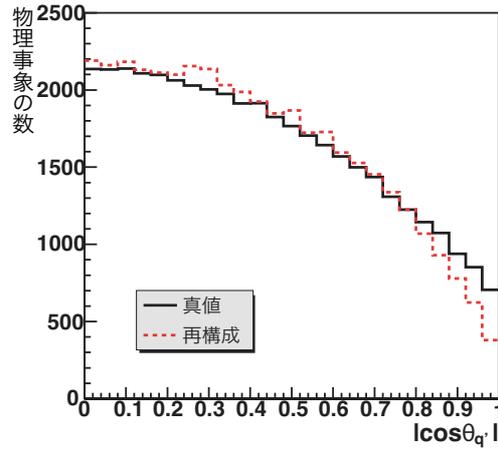
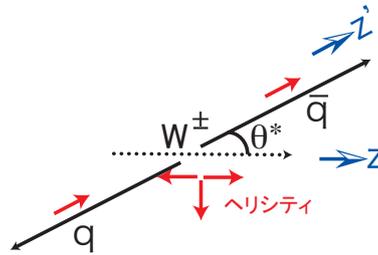
となる。一方、終状態 $q\bar{q}$ は、 W^\pm との結合なので「V-A 結合」を考慮すると、ヘリシティの状態は、

$$\left| -\frac{1}{2} \right\rangle_q \left| \frac{1}{2} \right\rangle_{\bar{q}}$$

である。ここで、終状態 $q\bar{q}$ について、全軌道角運動量の量子化軸を \bar{q} の進行方向 (z' 軸)にとると（図 5.18）、終状態 $q\bar{q}$ は軌道角運動量の z' 軸成分を持たない。

¹⁷ W^\pm からの 2 体崩壊なので、軌道角運動量は持たないとみなせる。

¹⁸ヘリシティが縦方向 $|\pm 1\rangle$ の場合、 $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ より、横波となる。 \mathbf{h} はヘリシティ、 \mathbf{r} は座標ベクトル、 \mathbf{p} は運動量である。縦波の場合も同様に考えられる。

図 5.17: $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ における q^{or} の生成角度の分布図 5.18: $W^\pm \rightarrow q\bar{q}$ の模式図

よって、終状態 $q\bar{q}$ の全軌道角運動量は、

$$|1, 1\rangle_{\text{all}}^{\text{終}} \quad (5.33)$$

となる。そして、 q^{or} の生成角度の分布は、

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta_{q^{\text{or}}}^*} \propto \sum_{m, m'} \left| \langle j, m' | j, m \rangle_{\text{all}}^{\text{終}} \right|^2 \quad (5.34)$$

により求まるので、Clebsch-Gordan 係数 $d_{m, m'}^j(\theta)$ ¹⁹ を用いて、 W^\pm が横波の場合、

$$\frac{d\sigma_{\text{横}}}{d \cos \theta_{q^{\text{or}}}^*} \propto \underbrace{\left| \langle 1, 1 | 1, 1 \rangle_{\text{all}}^{\text{始}} \right|^2}_{d_{1,1}^1(\theta_{q^{\text{or}}}^*)} + \underbrace{\left| \langle 1, 1 | 1, -1 \rangle_{\text{all}}^{\text{始}} \right|^2}_{d_{-1,1}^1(\theta_{q^{\text{or}}}^*)} = \left| \frac{1 + \cos \theta_{q^{\text{or}}}^*}{2} \right|^2 + \left| \frac{1 - \cos \theta_{q^{\text{or}}}^*}{2} \right|^2 = \frac{1 + \cos^2 \theta_{q^{\text{or}}}^*}{2} \quad (5.35)$$

となり、 W^\pm が縦波の場合、

$$\frac{d\sigma_{\text{縦}}}{d \cos \theta_{q^{\text{or}}}^*} \propto \underbrace{\left| \langle 1, 1 | 1, 0 \rangle_{\text{all}}^{\text{始}} \right|^2}_{d_{0,1}^1(\theta_{q^{\text{or}}}^*)} = \left| \frac{\sin \theta_{q^{\text{or}}}^*}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1 - \cos^2 \theta_{q^{\text{or}}}^*}{2} \quad (5.36)$$

¹⁹ $d_{m, m'}^j(\theta) = \langle j, m' | j, m \rangle$

となる。これより，図 5.17 の角度分布は，縦波が横波より優勢であることをしめしている。

以上から， $q(\bar{q})$ の生成角度の分布を測定することで， W^\pm の偏極に関する情報を得られることがしめされた。

5.3.5 W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷

$e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ において， e^- ビームを偏極させて²⁰，その反応断面積を測定することで， W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷に関する情報を得られるか検証した。

e^- ビームの偏極を $-80\%, 0\%, +80\%$ (マイナスが左巻き，プラスが右巻き) としたときの， $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の反応断面積の測定値を図 5.19 にしめす。図 5.19 は， W_H^\pm が $SU(2)_L$ 荷を持ち， $U(1)_Y$ 荷を持たないことをしめしている。 e^- ビームの偏極が $+100\%$ ，つまり，ビーム中の e^- が全て右巻きのとき，反応断面積が 0 になっているからである。

第 5.3.3 節と同様に，始状態 e^+e^- が対消滅し， s チャンネルで γ, Z が伝播し，終状態 $X_1 X_2$ が対生成する過程： $e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow X_1 X_2$ について，「高エネルギー反応」と「ゲージ理論」を考慮することで， $X_{1,2}$ の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷を考察する。一般に，スピン 1 の粒子が伝播するとき，その伝播関数は，

$$D_F^{\alpha\beta}(p) \propto \frac{1}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \quad (5.37)$$

と表される。 p は 4 元運動量， m は質量， ϵ は正の微小な値である。 γ の質量は 0 なので， γ の伝播関数は

$$D_F^{\alpha\beta}(p_\gamma) \propto \frac{1}{p_\gamma^2 - \underbrace{m_\gamma^2}_0 + i\epsilon} \quad (5.38)$$

となる。一方， Z の質量は有限の値を持つので γ と異なるが，「高エネルギー反応」では， Z の伝播関数は

$$D_F^{\alpha\beta}(p_Z) \propto \frac{1}{\underbrace{p_Z^2 - m_Z^2}_{p_Z^2(1 - \frac{m_Z^2}{p_Z^2})} + i\epsilon} \quad (5.39)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\sim 0}$

と近似され， γ の伝播関数と等しくなり， γ と Z は同一のものとみなすことができる。よって， s チャンネルで伝播するものは， $SU(2)_L \times U(1)_Y$ における中性項の混合²¹

$$\begin{pmatrix} B \\ W^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ Z \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

²⁰ e^+ ビームについては，偏極させていない。

²¹ A が γ を表しており， θ_W はワインバーグ角である。また，この式は，第 2 章の式 (2.11) に対応する。

の B と W^3 になる (図 5.20)。つまり、電弱対称性の破れ $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ が対称性を取り戻し、 $U(1)_Y$ 結合をする B と、 $SU(2)_L$ 結合をする W^3 が、 s チャンネルで伝播することになる。よって、「ゲージ理論」を考慮すると、 e^- ビーム中の e^- のヘリシティ状態によって、伝播するものは

- 左巻き e^-_L のとき： B と W^3
- 右巻き e^-_R のとき： B

となる。図 5.19 より、ビーム中の e^- が全て右巻き e^-_R のとき $X_1 X_2$ の反応断面積が 0 なので、それは、 $X_{1,2}$ が B と結合せず、 W^3 とのみ結合することを意味する。つまり、 $X_{1,2}$ は $U(1)_Y$ 荷を持たず、 $SU(2)_L$ 荷を持つことになる。

以上から、模型に依存しない方法で、 W_H^\pm が $SU(2)_L$ 荷を持ち $U(1)_Y$ 荷を持たないことがわかり、 e^- ビームを偏極させて、その反応断面積を測定することで、 W_H^\pm の $SU(2)_L$ 荷と $U(1)_Y$ 荷に関する情報を得られることがしめされた。

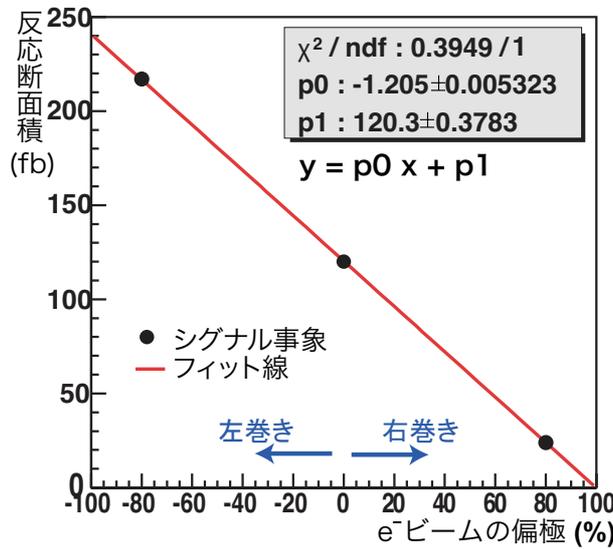


図 5.19: e^- ビームの偏極による $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の反応断面積の変化
 e^- ビームの偏極 -80% , 0% , $+80\%$ の 3 点で、反応断面積を測定した。

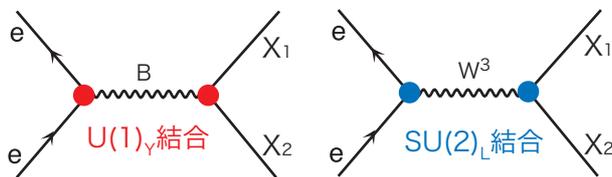


図 5.20: $e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow X_1 X_2$ のファインマン・ダイアグラム

第6章 模型パラメータの決定精度

前節の解析で求められた物理量の測定精度から，模型のパラメータ f, κ_l の決定精度を求める。また，ILC 実験で決定することができる，暗黒物質の残存密度についての精度が，天文観測の結果に対して果たす役割をしめす。最後に，リトルヒッグス模型以外の模型との比較についても言及する。

6.1 模型のパラメータ f

変数値 f は， $SU(5) \rightarrow SO(5)$ の対称性の破れにおける真空期待値なので，最も重要な模型の変数値である。この変数値 f は，第2章の式 (2.14)(2.14)(2.14) より，重いゲージボソンの質量と関係がある。重いゲージボソンの質量は精度良く測定できるので，変数値 f を決定することができる。

重いゲージボソンの質量の測定精度について， $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ から求まる A_H と Z_H の質量の測定精度を表す等高線 ($1\sigma, 2\sigma$) と， $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ から求まる A_H と W_H^\pm の質量の測定精度を表す等高線 ($1\sigma, 3\sigma, 5\sigma$) を図 6.1 にしめす。これより，変数値 f は，

$$\begin{cases} f = 576.0 \pm 25.0 & (\sqrt{s} = 500\text{GeV}) \\ f = 580.0 \pm 0.69 & (\sqrt{s} = 1\text{TeV}) \end{cases}$$

と求まる。ここで，模型を数値シミュレーションによって検証するために決めた値は， $f=580\text{GeV}$ である (第2.2節を参照)。そして，それぞれの f の測定精度は，

$$\begin{cases} 25.0 \div 576.0 = 4.3\% & (\sqrt{s} = 500\text{GeV}) \\ 0.69 \div 580.0 = 0.1\% & (\sqrt{s} = 1\text{TeV}) \end{cases}$$

となった。

6.2 模型のパラメータ κ_l

変数値 κ_l は， $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ と $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の，反応断面積から決定することができる。その理由は，第2章の式 (2.21) より，

- 変数値 κ_l は， e_H と ν_{e_H} の質量と関係

があり，また，第2章の図 2.1 より，

- $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の t チャンネルで e_H
- $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の t チャンネルで ν_{e_H}

が存在するため、それぞれの反応断面積は e_H と ν_{e_H} の質量に依存するからである。

κ_l に対する、 $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の反応断面積の関係を図 6.2(a) に、 $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の反応断面積の関係を図 6.2(b) にしめす。黒線がモデルにおける κ_l と反応断面積の関係、斜線が測定における反応断面積の 1σ の精度の領域を表している。反応断面積は、

$$\begin{cases} \sigma = 1.91 \pm 0.423 & (\sqrt{s} = 500\text{GeV}) \\ \sigma = 277 \pm 1.49 & (\sqrt{s} = 1\text{TeV}) \end{cases}$$

と測定されたので、 κ_l は、

$$\begin{cases} \kappa_l = 0.5^{+0.474}_{-0.0361} & (\sqrt{s} = 500\text{GeV}) \\ \kappa_l = 0.5^{+0.0042}_{-0.00402} & (\sqrt{s} = 1\text{TeV}) \end{cases}$$

と求まる。ここで、モデルを数値シミュレーションによって検証するために決めた値は、 $\kappa_l=0.5$ である（第 2.2 節を参照）。そして、それぞれの κ_l の測定精度は、

$$\begin{cases} 0.0474 \div 0.5 = 9.5\% & (\sqrt{s} = 500\text{GeV}) \\ 0.0042 \div 0.5 = 0.8\% & (\sqrt{s} = 1\text{TeV}) \end{cases}$$

となった¹。また、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ では、 κ_l にもう 1 つの候補 (~ 0.75) が存在するが、 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での測定により排除される。

6.3 暗黒物質の残存密度

暗黒物質の残存密度に対する ILC 実験からの精度評価は、素粒子物理学だけでなく、天文学や宇宙論においても大きな役割を果たす。リトルヒッグス模型では、WIMP (Weakly Interacting Massive Particle) [8, 9] の暗黒物質が予言されており、その暗黒物質の残存密度 $\Omega_{\text{DM}} h^2$ は、付録 B より、真空期待値 f とヒッグス粒子の質量 m_h が決まれば求められる。ヒッグス粒子の質量 m_h は、ILC 実験で非常に精度良く測定されることが期待されているので [30]、真空期待値 f の測定精度が、暗黒物質の残存密度 $\Omega_{\text{DM}} h^2$ に対する精度を決める。

真空期待値 f の測定精度は、第 6.1 節において求められており、真空期待値 f がガウス分布をすると仮定して計算した、暗黒物質の残存密度 $\Omega_{\text{DM}} h^2$ に関する確率密度分布を図 6.3 にしめす。 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ での測定精度は $\mathcal{O}(10\%)$ であり、WMAP による観測結果に相当する。また、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ では、さらに測定精度が上がり $\mathcal{O}(1\%)$ となり、PLANCK 衛星 [31] による次世代の天文観測に匹敵することをしめしている。

¹ κ_l の誤差は非対称なので、その測定精度の計算には、大きい誤差の方を用いた。

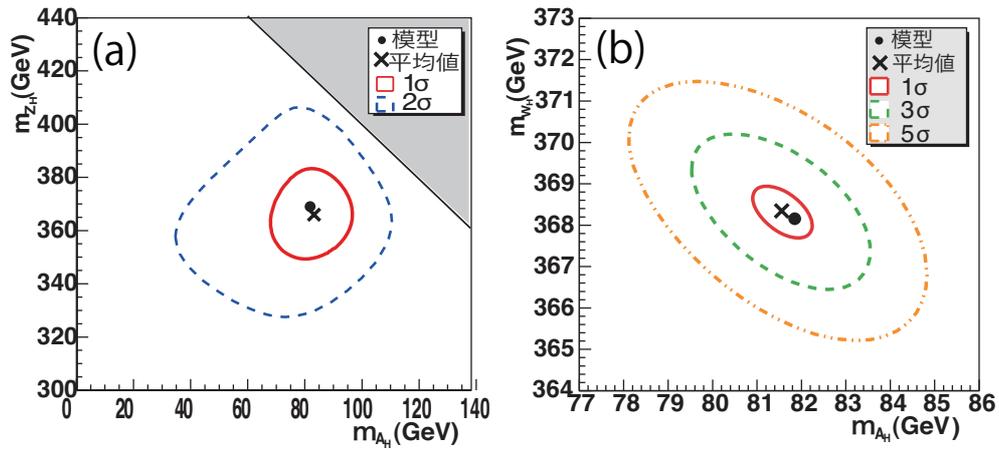


図 6.1: 重いゲージボソンの質量の測定精度を表す等高線

(a) A_H と Z_H の質量の測定精度 (1σ , 2σ), (b) A_H と W_H^\pm の質量の測定精度 (1σ , 3σ , 5σ)

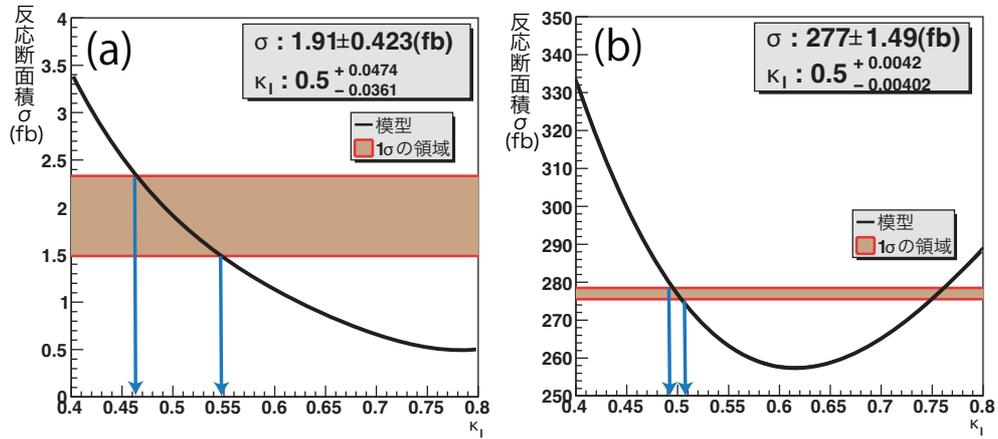


図 6.2: 模型のパラメータ κ_l と反応断面積の関係

(a) $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H$ の反応断面積, (b) $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^-$ の反応断面積

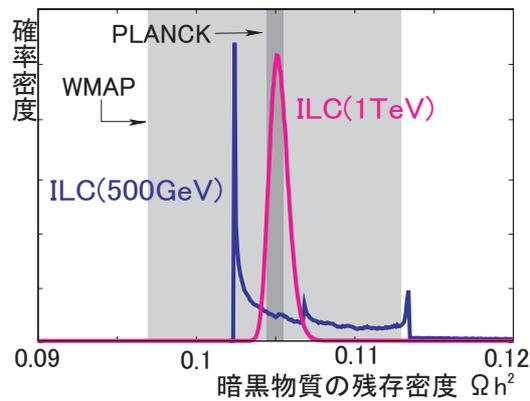


図 6.3: 暗黒物質の残存密度 $\Omega_{DM} h^2$ に関する確率密度分布

6.4 他の模型との比較

標準模型を超える新しい物理を検証するためには、数多くある新しい物理の模型をそれぞれ識別する必要がある。また、新しい物理には、WIMPの暗黒物質の候補を预言している模型があり、特にそれらの模型を比較することは重要である。

新しい物理の模型では、

$$e^+e^- \rightarrow X^+X^-(X^\pm \rightarrow X^0W^\pm)$$

のような、荷電粒子 X^\pm を対生成し、暗黒物質の候補 X^0 と W^\pm に崩壊する過程が存在する(図 6.4)。この過程は、各模型における粒子のスピンの違いで識別される(表 6.1)。

上記の過程に対応する、リトルヒッグス模型における過程は、

$$e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^-(W_H^\pm \rightarrow A_HW^\pm)$$

であり、第 5.3.3 節において、 W_H^\pm の生成角度の分布から W_H^\pm のスピンに関する情報を得られることが検証されている。そこで、他の模型(Dark doublet, SUSY)についても、同様にシミュレーションをおこない、 X^\pm の生成角度の分布から X^\pm のスピンに関する情報を得られるか検証し、各模型を比較する研究が現在進められている。

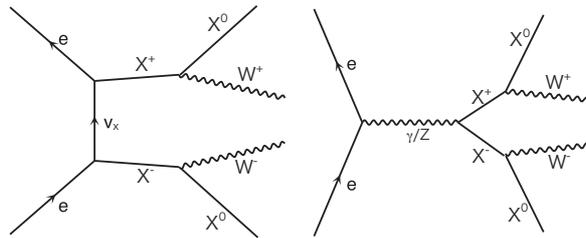


図 6.4: 各模型に共通な $e^+e^- \rightarrow X^+X^-(X^\pm \rightarrow X^0W^\pm)$ のファインマン・ダイアグラム

	Dark doublet	Unknown	SUSY	Unknown	LHT
X^0	0	0	1/2	1	1
X^\pm	0	1	1/2	0	1

表 6.1: 各模型における粒子のスピン

SUSY は Super Symmetry model, LHT は Little Higgs with T-parity の略であり, Unknown はまだ知られていない模型。 X^0 が暗黒物質の候補である。 X^\pm は X^0 と W^\pm に崩壊する。

第7章 まとめ

リトルヒッグス模型 (Littlest Higgs model with T-parity) は、標準模型を超える新しい物理であり、エネルギースケールの「階層性問題」を解決し、また、暗黒物質の予言もしている。この模型では、標準模型のゲージボソンに対応する、重いゲージボソン — A_H, Z_H, W_H^\pm — の存在が重要である。この重いゲージボソンは、模型におけるグローバル対称性の破れにより質量を得る。よって、重いゲージボソンの質量の精密測定は、模型を検証する上で非常に重要となる。本研究では、モンテカルロ・シミュレーションにより、典型的な模型のパラメータで ILC における模擬実験をおこなった。

ILC の重心系エネルギー $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ では、 $A_H Z_H$ を 3.7σ の統計有意性で物理事象を示唆することがしめされた。そして、 Z_H から崩壊する h のエネルギー分布を測定することにより、 A_H の質量が 16.2%、 Z_H の質量が 4.3% の精度で求まることが分かった。

一方、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ では、 $W_H^+ W_H^-$ を非常に高い反応断面積で生成することができるため、 A_H の質量が 0.8%、 W_H^\pm の質量が 0.2% の非常に高い精度で求まることが分かった。さらに、 W_H^\pm のスピン、 W_H^\pm から崩壊する W^\pm の偏極、および、 W_H^\pm のゲージ荷の情報が得られることも検証された。

また、模型におけるパラメータも決定することができた。真空期待値 f は、 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ で 4.3%、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ で 0.1% の精度で決められた。 κ_l は、それぞれの過程の生成断面積から求めることが可能であり、 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ で 9.5%、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ で 0.8% の精度で決められた。さらに、ILC 実験が天文学・宇宙論に果たす役割についても考察し、暗黒物質の残存密度は、 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ で $\mathcal{O}(10)\%$ 、 $\sqrt{s}=1\text{TeV}$ で $\mathcal{O}(0.1)\%$ の精度で検証することができた。今後は、標準模型を超える新しい物理の候補である Dark doublet や SUSY など、他の模型との比較について研究を進めていく。

本研究の結果については、2009/01/09 に高エネルギー物理のアーカイブ (arXiv: High Energy Physics - Phenomenology) へ提出しており [33]、2009/01/21 に Physical Review D に投稿している。また、2009/02/16-18 の ILD Work Shop at Seoul において発表し、ILC 測定器の研究内容がまとめられる LOI (Letter Of Intent) に掲載する予定である。

付録 A エネルギー分布のエッジからの質量導出

$\sqrt{s} = 500\text{GeV}$ での $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$ において h のエネルギー分布から A_H, Z_H の質量を求め、 $\sqrt{s} = 1\text{TeV}$ での $e^+e^- \rightarrow W_H^+ W_H^- (W_H^\pm \rightarrow A_H W^\pm)$ において W^\pm のエネルギー分布から A_H, W_H^\pm の質量を求める。まず、一般的な $e^+e^- \rightarrow aa' (a \rightarrow bc)$ の過程について計算し、その結果を利用して、上記の 2 つの過程について計算する。

A.1 $e^+e^- \rightarrow aa' (a \rightarrow bc)$

e^+e^- ビームの衝突後、2 つの粒子 a, a' が生成し、親粒子 a が 2 つの娘粒子 b, c に崩壊する過程を考える。 e^+e^- ビームの重心系エネルギーと粒子 c の質量が分かっているとき、粒子 c のエネルギー分布の 2 つのエッジから粒子 a, b の質量を求めることができる。

まず、 e^+e^- ビームの重心系 (実験室系) を考える。それぞれの粒子の 4 元運動量を

$$\begin{cases} P_{\text{beam}} &= (\sqrt{s}, \mathbf{0}) \\ P_a &= (E_a, \mathbf{P}_a) \\ P_{a'} &= (E_{a'}, \mathbf{P}_{a'}) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

とする。4 元運動量の保存 $P_{\text{beam}} = P_a + P_{a'}$ より、

$$\begin{aligned} \underbrace{P_{a'}^2}_{m_{a'}^2} &= (P_{\text{beam}} - P_a)^2 \\ &= s - 2\sqrt{s}E_a + m_a^2 \\ &\rightarrow \boxed{E_a = \frac{s + m_a^2 - m_{a'}^2}{2\sqrt{s}}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

となる。

次に、粒子 a の静止系を考え、その系を実験室系にローレンツ変換する。静止系でのそれぞれの粒子の 4 元運動量を

$$\begin{cases} P_a^* &= (m_a, \mathbf{0}) \\ P_b^* &= (E_b^*, \mathbf{P}_b^*) \\ P_c^* &= (E_c^*, \mathbf{P}_c^*) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

とする。4元運動量の保存 $P_a^* = P_b^* + P_c^*$ より,

$$\begin{aligned} \underbrace{P_b^{*2}}_{m_b^2} &= (P_a^* - P_c^*)^2 \\ &= m_a^2 - 2m_a E_c^* + m_c^2 \\ \rightarrow \boxed{E_c^* = \frac{m_a^2 - m_b^2 + m_c^2}{2m_a}} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

となる。この粒子 a の静止系を, 粒子 a の運動方向 (実験室系) にローレンツ変換する。実験室系での粒子 c のエネルギー E_c と, ローレンツ変換の方向に平行な運動量 $\mathbf{P}_{//c}$ は,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_c \\ \mathbf{P}_{//c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \gamma_a & \eta_a \\ \eta_a & \gamma_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_c^* \\ |\mathbf{P}_c^*| \cos \theta^* \end{pmatrix} \\ \rightarrow E_c &= \gamma_a E_c^* + \eta_a |\mathbf{P}_c^*| \cos \theta^* \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

となる。 θ^* は, 粒子 a の静止系における, 粒子 a のローレンツ変換の方向と粒子 c の進行方向のなす角度である。 γ_a と η_a は, 式 (A.2) より

$$\begin{aligned} \gamma_a &= \frac{E_a}{m_a} = \frac{s + m_a^2 - m_a'^2}{2\sqrt{s}m_a} \\ \eta_a &= \sqrt{\gamma_a^2 - 1} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

である。よって, E_c の最大値 E_{\max} と最小値 E_{\min} は,

$$\begin{aligned} \boxed{E_{\max} = \gamma_a E_c^* + \eta_a |\mathbf{P}_c^*|} & \quad (\theta^* = 0) \\ \boxed{E_{\min} = \gamma_a E_c^* - \eta_a |\mathbf{P}_c^*|} & \quad (\theta^* = \pi) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

となり, これがエネルギー分布の2つのエッジとなる。

ここで, 次節からの計算のため,

$$\begin{aligned} E_+ &\equiv \frac{E_{\max} + E_{\min}}{2} = \gamma_a E_w^* \\ E_- &\equiv \frac{E_{\max} - E_{\min}}{2} = \eta_a |\mathbf{P}_w^*| \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

とする。

A.2 $e^+e^- \rightarrow A_H Z_H (Z_H \rightarrow A_H h)$

h のエネルギー分布の2つのエッジから, A_H と Z_H の質量を求めるために, 第 A.1 節の, 粒子 $a(a'), b, c$ を, $Z_H(A_H), A_H, h$ に置き換える。

この過程の特徴として、粒子 a' と粒子 b の質量が等しいため (m_{A_H})、式 (A.2) は

$$E_{Z_H} = \frac{s + m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2}{2\sqrt{s}} \quad (\text{A.9})$$

となり、式 (A.6) は

$$\gamma_{Z_H} = \frac{s + m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2}{2\sqrt{s}m_{Z_H}} \quad (\text{A.10})$$

となる。

E_+ については、

$$\begin{aligned} E_+ &= \gamma_{Z_H} E_h^* \\ &= \frac{s + m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2}{2\sqrt{s}m_{Z_H}} \frac{m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2 + m_h^2}{2m_{Z_H}} \\ &= \frac{\sqrt{s}}{2m_{Z_H}} \left(1 + \underbrace{\frac{m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2}{s}}_{\equiv x} \right) \frac{s}{2m_{Z_H}} \left(\underbrace{\frac{m_h^2}{s}}_{\equiv M_h} + \underbrace{\frac{m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2}{s}}_x \right) \\ &= \frac{s\sqrt{s}}{4m_{Z_H}^2} (1+x)(M_h+x) \\ &\rightarrow (1+x)(M_h+x) = \underbrace{\frac{4E_+}{\sqrt{s}}}_{\equiv A} \underbrace{\frac{s}{s}}_{\equiv y} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

となり、 E_- については、

$$\begin{aligned} E_-^2 &= \eta_{Z_H}^2 |\mathbf{P}_h^*|^2 \\ &= (\gamma_{Z_H}^2 - 1)(E_h^{*2} - m_h^2) \\ &= \underbrace{\gamma_{Z_H}^2 E_h^{*2}}_{E_+^2} - \frac{s}{4m_{Z_H}^2} (1+x)^2 m_h^2 - \frac{s^2}{4m_{Z_H}^2} (M_h+x)^2 + m_h^2 \\ &\rightarrow (M_h+x)^2 + M_h(1+x)^2 = \underbrace{\frac{4(E_+^2 - E_-^2 + m_h^2)}{s}}_{\equiv B} \underbrace{\frac{m_{Z_H}^2}{s}}_y \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

となり、式 (A.11) $\times B =$ 式 (A.12) $\times A$ より、

$$\begin{aligned} &\{(M_h+1)A - B\}x^2 + \{4M_h A - (M_h+1)B\}x + M_h\{(M_h+1)A - B\} = 0 \\ \rightarrow x &= \frac{-4M_h A + (M_h+1)B \pm \sqrt{\{4M_h A - (M_h+1)B\}^2 - 4M_h\{(M_h+1)A - B\}^2}}{2\{(M_h+1)A - B\}} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

となる。

x と y の定義より,

$$\begin{aligned} x = \frac{m_{Z_H}^2 - m_{A_H}^2}{s} &\rightarrow m_{A_H} = \sqrt{m_{Z_H}^2 - sx} \\ y = \frac{m_{Z_H}^2}{s} &\rightarrow m_{Z_H} = \sqrt{sy} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

となり, 式 (A.11)(A.13) より, A_H と Z_H の質量は

$$\begin{aligned} m_{A_H} &= \left(m_{Z_H}^2 - s \frac{-4M_h A + (M_h + 1)B \pm \sqrt{\{4M_h A - (M_h + 1)B\}^2 - 4M_h \{(M_h + 1)A - B\}^2}}{2\{(M_h + 1)A - B\}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ m_{Z_H} &= \sqrt{s} \left(\frac{1}{A} \left[1 + \frac{-4M_h A + (M_h + 1)B \pm \sqrt{\{4M_h A - (M_h + 1)B\}^2 - 4M_h \{(M_h + 1)A - B\}^2}}{2\{(M_h + 1)A - B\}} \right] \right. \\ &\quad \left. \left[M_h + \frac{-4M_h A + (M_h + 1)B \pm \sqrt{\{4M_h A - (M_h + 1)B\}^2 - 4M_h \{(M_h + 1)A - B\}^2}}{2\{(M_h + 1)A - B\}} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

と表される。 A と B は, \sqrt{s} と m_h と E_{\pm} で表され, 式 (A.8) より E_{\pm} は, h のエネルギー分布の 2 つのエッジで表される。よって, 重心系エネルギー \sqrt{s} と h の質量 m_h が分かっているとき, A_H と Z_H の質量は, h のエネルギー分布の 2 つのエッジによって求めることができる。

A.3 $e^+e^- \rightarrow W_H^+W_H^- (W_H^{\pm} \rightarrow A_H W^{\pm})$

W^{\pm} のエネルギー分布の 2 つのエッジから, A_H と W_H^{\pm} の質量を求めるために, 第 A.1 節の, 粒子 $a(a'), b, c$ を, $W_H^{\pm}(W_H^{\mp}), A_H, W^{\pm}$ に置き換える。

この過程の特徴として, 粒子 a と粒子 a' の質量が等しいため ($m_{W_H^+} = m_{W_H^-}$), 式 (A.2) は

$$E_{W_H} = \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (\text{A.16})$$

となり, 式 (A.6) は

$$\gamma_{W_H} = \frac{\sqrt{s}}{2m_{W_H}} \quad (\text{A.17})$$

となる¹。

E_+ については,

$$E_+ = \gamma_{W_H} E_W^*$$

¹これ以降は, $W_H^{\pm} (W^{\pm})$ をまとめて $W_H (W)$ と表記する。

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{s}}{2m_{W_H}} \underbrace{\frac{m_{W_H}^2 - m_{A_H}^2 + m_W^2}{2m_{W_H}}}_{\frac{m_{W_H}}{2} \left(1 + \underbrace{\frac{m_W^2 - m_{A_H}^2}{m_{W_H}^2}}_{\equiv x}\right)} \\
&= \frac{\sqrt{s}}{4}(1+x) \\
&\rightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{s}} - 1
\end{aligned} \tag{A.18}$$

となり, E_- については,

$$\begin{aligned}
E_-^2 &= \eta_{W_H}^2 |\mathbf{P}_W^*|^2 \\
&= (\gamma_{W_H}^2 - 1)(E_W^{*2} - m_W^2) \\
&= \underbrace{\gamma_{W_H}^2 E_+^{*2}}_{E_+^2} - \underbrace{\gamma_{W_H}^2 m_W^2}_{\frac{s}{4m_{W_H}^2}} - \underbrace{E_W^{*2}}_{\frac{m_{W_H}^2}{4}(1+x)^2} + m_W^2 \\
&\rightarrow (1+x)^2 \underbrace{m_{W_H}^4}_{y^2} - 4(E_+^2 - E_-^2 + m_W^2) \underbrace{m_{W_H}^2}_{\equiv y} + sm_W^2 = 0
\end{aligned} \tag{A.19}$$

となり, 式 (A.19) に式 (A.18) を代入して,

$$\begin{aligned}
&16E_+^2 y^2 - 4s(E_+^2 - E_-^2 + m_W^2)y + s^2 m_W^2 = 0 \\
\rightarrow y &= s \frac{(E_+^2 - E_-^2 + m_W^2) \pm \sqrt{(E_+^2 - E_-^2 + m_W^2)^2 - 4E_+^2 m_W^2}}{8E_+^2}
\end{aligned} \tag{A.20}$$

となる。

x と y の定義より,

$$\begin{aligned}
x &= \frac{m_W^2 - m_{A_H}^2}{m_{W_H}^2} \rightarrow m_{A_H} = \sqrt{m_W^2 - xm_{W_H}^2} \\
y &= m_{W_H}^2 \rightarrow m_{W_H} = \sqrt{y}
\end{aligned} \tag{A.21}$$

となり, 式 (A.18)(A.20) より, A_H と W_H の質量は

$$\boxed{
\begin{aligned}
m_{A_H} &= \left\{ m_W^2 + \left(1 - \frac{4E_+}{\sqrt{s}}\right) m_{W_H}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\
m_{W_H} &= \sqrt{s} \left\{ \frac{(E_+^2 - E_-^2 + m_W^2) \pm \sqrt{(E_+^2 - E_-^2 + m_W^2)^2 - 4E_+^2 m_W^2}}{8E_+^2} \right\}^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
} \tag{A.22}$$

と表される。式 (A.8) より E_\pm は W^\pm のエネルギー分布の 2 つのエッジで表される。よって, 重心系エネルギー \sqrt{s} と W^\pm の質量 m_W が分かっているとき, A_H と W_H^\pm の質量は, W^\pm のエネルギー分布の 2 つのエッジによって求めることができる。

付録B 暗黒物質の残存密度の計算

リトルヒッグス模型での暗黒物質 A_H は対消滅して、主に W^+W^- と ZZ が対生成される。また、暗黒物質 A_H がヒッグス粒子 h より重い場合 ($m_{A_H} > m_h$)、暗黒物質 A_H は対消滅して、 hh も対生成される。それぞれの過程のファインマン・ダイアグラムを図 B.1 にしめす。これらの消滅断面積を計算することにより、暗黒物質の残存密度が求まる [29]。

暗黒物質 A_H の対消滅の過程に関わる、相互作用のラグランジアンは、第 2 章の式 (2.5) と $H = (0, v + h)^T/\sqrt{2}$ より、

$$\mathcal{L}_{\Sigma}^{\text{相互}} = c \left(vh + \frac{h^2}{2} \right) A_H^2 + \frac{g^2 v}{2} h W^+ W^- + \frac{(g^2 + g'^2) v}{4} h Z^2 - \frac{m_h^2}{2v} h^3 \quad (\text{B.1})$$

と表される。 c は $c = -(g \sin \theta_H - g' \cos \theta_H)^2$ 、 v は電弱対称性の破れにおけるヒッグスの真空期待値である。この相互作用より、それぞれの過程の暗黒物質 A_H の消滅断面積は、

$$\begin{aligned} \sigma v|_{WW} &= \frac{1}{96\pi m_{A_H}^2} \frac{(g^2 v^2 c)^2}{(4m_{A_H}^2 - m_h^2)^2 + m_h^2 \Gamma_h^2} \left(4 \frac{m_{A_H}^4}{m_W^4} - 4 \frac{m_{A_H}^2}{m_W^2} + 3 \right) \sqrt{1 - \frac{m_W^2}{m_{A_H}^2}} \\ \sigma v|_{ZZ} &= \frac{1}{192\pi m_{A_H}^2} \frac{\{(g^2 + g'^2) v^2 c\}^2}{(4m_{A_H}^2 - m_h^2)^2 + m_h^2 \Gamma_h^2} \left(4 \frac{m_{A_H}^4}{m_Z^4} - 4 \frac{m_{A_H}^2}{m_Z^2} + 3 \right) \sqrt{1 - \frac{m_Z^2}{m_{A_H}^2}} \\ \sigma v|_{hh} &= \frac{c^2}{48\pi m_{A_H}^2} \left| 1 + \frac{3m_h^2}{4m_{A_H}^2 - m_h^2 + im_h \Gamma_h} \right|^2 \sqrt{1 - \frac{m_h^2}{m_{A_H}^2}} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

と表される。 v は暗黒物質 A_H 対の相対速度、 Γ_h は標準模型ヒッグス粒子の崩壊幅である。暗黒物質 A_H は、凍結温度でほとんど静止しているため、非相対論の極限 ($v \rightarrow 0$) をとり、反応断面積の計算をおこなった。

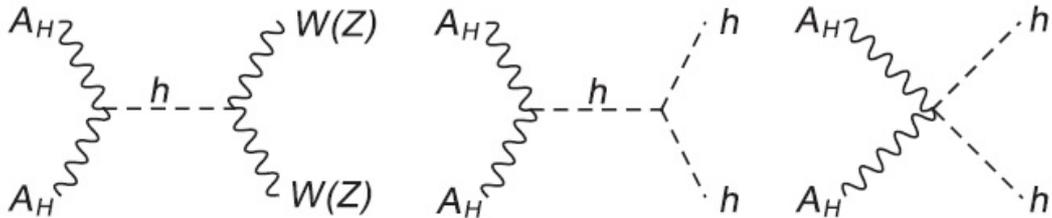


図 B.1: 暗黒物質 A_H の対消滅のファインマン・ダイアグラム

暗黒物質の残存量は，以下のボルツマン方程式を解くことにより求められる。

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{\langle \sigma v \rangle}{Hx} s(Y^2 - Y_{eq}^2) \quad (\text{B.3})$$

$Y = n/s$ は暗黒物質の生成量 (Yield) で，暗黒物質の数密度 n と宇宙のエントロピー密度 s の比で表され， $s = 0.439g_*m_{A_H}^3/x^3$ ($g_* = 86.25$) である。 x は $x \equiv m_{A_H}/T$ で，暗黒物質の質量 m_{A_H} と宇宙の温度 T の比である。 H はハッブル定数 (Hubble parameter) $H = 1.66g_*^{1/2}m_{A_H}^2m_{Pl}/x^2$ であり， m_{Pl} はプランク質量 (Planck mass) $m_{Pl} = 1.22 \times 10^{19}\text{GeV}$ である。熱平衡状態における暗黒物質の生成量 Y_{eq} は，

$$Y_{eq} = \frac{45}{2\pi^4} \left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \frac{3}{g_*} x^{3/2} e^{-x} \quad (\text{B.4})$$

と表される。また，暗黒物質 A_H は，非相対論の極限で考えているので，その消滅断面積の熱平均 $\langle \sigma v \rangle$ は，

$$\langle \sigma v \rangle = \sigma v_{WW} + \sigma v_{ZZ} + \sigma v_{hh} \quad (\text{B.5})$$

となる。

式 (B.3) のボルツマン方程式を解くことにより，現在の暗黒物質の残存量 Y_∞ が求まる。そして，暗黒物質の残存密度 $\Omega_{\text{DM}}h^2$ を，暗黒物質の密度 n と臨界密度 (critical density) ρ_c の比で定義する ($\Omega_{\text{DM}}h^2 \equiv m_{A_H}nh^2/\rho_c = m_{A_H}s_0Y_\infty h^2/\rho_c$)。ここで， $\rho_c = 1.1 \times 10^{-5}h^2\text{cm}^{-3}$ ， $h = 0.71_{-0.03}^{+0.04}$ ， $s_0 = 2900\text{cm}^{-3}$ である。式 (B.3) のボルツマン方程式の解は，非常に良い近似で，

$$\Omega_{\text{DM}}h^2 = \frac{1.07 \times 10^9 x_f \text{GeV}^{-1}}{\sqrt{g_*} m_{Pl} \langle \sigma v \rangle} \quad (\text{B.6})$$

と表される。 $x_f = m_{A_H}/T_f$ は暗黒物質の凍結温度， $x_f = \ln(X) - 0.5 \ln(\ln(x))$ ， $X = 0.0038 \cdot (3/g_*^{1/2})m_{Pl}m_{A_H} \langle \sigma v \rangle$ である。 x_f の典型的な値は $x_f \simeq 23$ である。

以上の式 (B.2)(B.5)(B.6) より，暗黒物質の残存密度 $\Omega_{\text{DM}}h^2$ は， m_{A_H}, m_h ，その他ゲージ結合定数 [8] から求められることが分かる。また，式 (2.14) において， m_{A_H} は真空期待値 f に依存しているため，暗黒物質の残存密度 $\Omega_{\text{DM}}h^2$ は，模型のパラメータ f, m_h が決定すると求められることが分かる。

謝辞

本研究は、ILC 物理グループの中でおこなわれたので、グループの関係者に感謝の意を表したいです。特に、共同研究者である、理論グループ — 松本重貴さん（富山大 準教授）、浅野雅樹さん（東大宇宙線研 研究員）、浅川恵理さん（明治学院大 研究員） — と実験グループ — 藤井恵介さん（KEK 準教授）、山本均さん（東北大 教授）、田窪洋介さん（東北大 助教）、草野智則くん（東北大 院生） — の方々には非常にお世話になりました。

KEK の藤井さんは、この研究活動と論文執筆の両方において、最もご協力していただきました。研究活動に関しては、隔週でおこなわれるテレビ会議にて、研究の方向性から、細かなプログラミングの作業まで、幅広く教えていただきました。また、この論文を執筆するにあたっては、シミュレーションの説明に力を入れたかったので、数え切れないほどの質問に答えていただきました。メールは数知れず年末・年始・祝日に関わらず返信していただき、また、テレビ会議をつないだり、直接押しかけたり、非常にご迷惑をかけてしまったと思います。しかし、普段は聞けない物理の面白い話などしていただいたり、大変良い経験をさせてもらいました。

富山大の松本さんには、模型の理解をするために、何度も質問に答えていただきました。標準模型はある程度理解しているものの、新しい物理に関しては理解が非常に困難だったため、直接電話で問い合わせ、小一時間ほど質問攻めをしたこともありました。また、直接お会いしたときは、ホワイトボードで講義のようなものでしていただきました。理論分野が身近に感じれて、非常に楽しかったです。また、東大宇宙線研の浅野さんと明治学院大の浅川さんとは、Phys. Rev. D への論文作成で協力をしました。特に浅野さんには、修士論文を厳しく添削していただいて、実験家の自分では気付かなかった論理展開などを指摘してもらいました。

田窪さんには、この修士論文のテーマに関わる前の、ILC におけるビームモニター用検出器の読み出し回路の開発の仕事から長い間お世話になりました。様々な仕事を次々と振ってくれたおかげで、それに耐える持久力を身に付けることができ、多くの発表の機会を用意してくれたおかげで、きちんとした業績も残すことができました。特に、修士1年の秋の日本物理学会で、発表の指導をしていただいたことが印象に残っています。もちろん、発表前日に激辛豆腐を食べさせられて、発表当日にお腹を壊してしまったのも良い思い出の1つです。

草野くんには、 $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ の物理の解析でお世話になりました。もともと草野くんの仕事を引き継ぐということでしたが、なかなか引き継ぎ作業が終わらず、最後まで頼りっぱなしでした。修論で忙しいときにご迷惑をかけました。

また、同じ研究室の伊藤和俊くんには、プログラミング作業においてお世話になり

ました。伊藤くんがいなければ，この研究室全体の作業効率が半減するだろうというくらい頼られている，歩くプログラミング百科事典であり，自分の研究でも伊藤くんの協力がなければ，この短期間で成果を出すことは無理だったと思います。

最後に，この研究テーマを与えてくれた山本先生に感謝をしたいと思います。また，解析結果の物理的解釈をする上で，何度も質問に答えていただき，非常に楽しかったです。民間就職という道を選ぶことになりましたが，影ながら ILC 計画の実現を応援させて頂きたいと思います。

参考文献

- [1] R. Barbieri and A. Strumia, Phys. Lett. B **433** (1998) 63; R. Barbieri and A. Strumia, arXiv:hep-ph/0007265.
- [2] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen and H. Georgi, Phys. Lett. B **513** (2001) 232; N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz, A. E. Nelson, T. Gregoire and J. G. Wacker, JHEP **0208** (2002) 021.
- [3] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz and A. E. Nelson, JHEP **0207** (2002) 034.
- [4] C. Csaki, J. Hubisz, G. D. Kribs, P. Meade and J. Terning, Phys. Rev. D **67** (2003) 115002; J. L. Hewett, F. J. Petriello and T. G. Rizzo, JHEP **0310** (2003) 062; C. Csaki, J. Hubisz, G. D. Kribs, P. Meade and J. Terning, Phys. Rev. D **68** (2003) 035009; T. Gregoire, D. R. Smith and J. G. Wacker, Phys. Rev. D **69** (2004) 115008; M. C. Chen and S. Dawson, Phys. Rev. D **70** (2004) 015003; Z. Han and W. Skiba, Phys. Rev. D **72** (2005) 035005; W. Kilian and J. Reuter, Phys. Rev. D **70** (2004) 015004.
- [5] H. C. Cheng and I. Low, JHEP **0309** (2003) 051.
- [6] H. C. Cheng and I. Low, JHEP **0408** (2004) 061.
- [7] I. Low, JHEP **0410** (2004) 067.
- [8] J. Hubisz and P. Meade, Phys. Rev. D **71** (2005) 035016, (For the correct parameter region consistent with the WMAP observation, see the figure in the revised version, hep-ph/0411264v3).
- [9] M. Asano, S. Matsumoto, N. Okada and Y. Okada, Phys. Rev. D **75** (2007) 063506; A. Birkedal, A. Noble, M. Perelstein and A. Spray, Phys. Rev. D **74** (2006) 035002; M. Perelstein and A. Spray, Phys. Rev. D **75** (2007) 083519.
- [10] C. T. Hill and R. J. Hill, Phys. Rev. D **75** (2007) 115009; C. T. Hill and R. J. Hill, Phys. Rev. D **76** (2007) 115014.
- [11] D. Krohn and I. Yavin, JHEP **0806** (2008) 092; C. Csaki, J. Heinonen, M. Perelstein and C. Spethmann, arXiv:0804.0622 [hep-ph].

-
- [12] Q. H. Cao and C. R. Chen, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 075007.
- [13] M. Schmaltz and D. Tucker-Smith, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **55** (2005) 229; M. Perelstein, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **58** (2007) 247.
- [14] G. Burdman, M. Perelstein and A. Pierce, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 241802 [Erratum-ibid. **92** (2004) 049903]; T. Han, H. E. Logan, B. McElrath and L. T. Wang, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 095004; M. Perelstein, M. E. Peskin and A. Pierce, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 075002.
- [15] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], arXiv:0803.0547 [astro-ph].
- [16] ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collaborations, LEP Electroweak Working Group, SLD Electroweak Group, and SLD Heavy Flavor Group, *Phys. Rept.* **427** (2006) 257.
- [17] R. R. de Austri, R. Trotta and L. Roszkowski, *JHEP* **0605** (2006) 002.
- [18] J. Hubisz, P. Meade, A. Noble and M. Perelstein, *JHEP* **0601** (2006) 135.
- [19] J. F. Arguin *et al.* [CDF Collaboration], arXiv:hep-ex/0507091.
- [20] W. M. Yao *et al.* [Particle Data Group], *J. Phys. G* **33** (2006) 1.
- [21] For reviews,
G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, *Phys. Rept.* **267** (1996) 195;
L. Bergstrom, *Rept. Prog. Phys.* **63**, (2000) 793; G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, *Phys. Rept.* **405** (2005) 279; C. Munoz, *Int. J. Mod. Phys. A* **19** (2004) 3093.
- [22] GLD Detector Outline Document, arXiv:physics/0607154.
- [23] <http://madgraph.hep.uiuc.edu/>.
- [24] <http://acfahep.kek.jp/subg/sim/softs.html>.
- [25] H. Murayama, I. Watanabe, K. Hagiwara, KEK-91-11, (1992) 184.
- [26] T. Ishikawa, T. Kaneko, K. Kato, S. Kawabata, *Comp, Phys. Comm.* **41** (1986) 127.
- [27] T. Sjöstrand, *Comp, Phys. Comm.* **82** (1994) 74.
- [28] <http://wasm.home.cern.ch/wasm/goodies.html>.
- [29] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe*, (Addison-Wesley, Reading, MA, 1990).

-
- [30] P. Garcia-Abia and W. Lohmann, *Eur. Phys. J. direct C* **2** (2000) 2; N. T. Meyer and K. Desch, *Eur. Phys. J. C* **35** (2004) 171; P. Garcia-Abia, W. Lohmann and A. Raspereza, arXiv:hep-ex/0505096; F. Richard and P. Bambade, arXiv:hep-ph/0703173.
- [31] [Planck Collaboration], arXiv:astro-ph/0604069.
- [32] <http://www-jlc.kek.jp/subg/physics/ilcphys/>.
- [33] <http://arxiv.org/abs/0901.1081/>.