

修士論文

中性子干渉計の高感度化の研究

東北大学大学院理学研究科  
物理学専攻

鈴木 善明

平成 21 年



## 概要

中性子干渉実験は基礎物理学の研究に非常に有効な手法である。中性子は質量やスピン、磁気モーメントを持ち、重力やスピン、磁気相互作用、核力などの効果を測定することが出来るため中性子干渉計は非常に強力な基礎物理学のツールとなり得る。中性子干渉計は、より長波長のビームを用いる、全体を拡大する、2経路を大きく分離するなどしてより高感度にすることが出来る。本研究では今までの熱中性子や冷中性子より長波長のILL ( Institut Laue-Langevin ) のPF2-VCN ビームラインの極冷中性子 ( 中心波長  $60\text{\AA}$  ) を利用した干渉計の開発を目指し、様々な要素について計算、設計した。

一つは極冷中性子用の多層膜ミラーの設計である。多層膜ミラーはブラッグ反射を利用しているので、ブラッグの条件を満たすように膜の厚さ、層数を調節し、波長  $60\text{\AA}$ 、入射角  $10^\circ$  の極冷中性子ビーム用の全反射用ミラー、ハーフミラーを設計した。もう一つは Jamin 型干渉計に用いるエタロンの基板間隔の拡大である。2枚の基板の間隔が広く、ビームを  $1.8\text{mm}$  の間隔で完全に分離できるエタロンを設計した。このエタロンを用いて Jamin 型干渉計を組めば従来のものより非常に大きく2経路を分離できる。

更に、このエタロンを用いた Jamin 型干渉計と、より自由度の高い Mach-Zehnder 型干渉計について各素子のアライメントの要求精度を計算し、従来のものに比べてどの程度の精度が必要になるのかを確認した。また、その要求精度を満たすために白色干渉法を用いたアライメント機構を考案した。これらが実現し、極冷中性子干渉計が実際に動けば、長波長化による高感度化だけでなく、Jamin 型冷中性子干渉計では難しかったビームの完全分離が実現でき、位相の量子パラメータ共鳴を用いたナノメートルスケールでの未知相互作用の探索など、従来の中性子干渉計では不可能な実験を行うことが出来る。

# 目次

|       |                                    |    |
|-------|------------------------------------|----|
| 第 1 章 | はじめに                               | 1  |
| 1.1   | 干渉計                                | 1  |
| 1.2   | 中性子干渉計                             | 1  |
| 1.3   | 量子パラメータ共鳴を利用した未知相互作用の探索            | 2  |
| 第 2 章 | 中性子光学                              | 4  |
| 2.1   | 中性子に対する物質の屈折率と光学ポテンシャル             | 4  |
| 2.2   | 干渉計による位相差                          | 4  |
| 2.3   | 2 光束干渉                             | 5  |
| 2.4   | 可干渉長                               | 7  |
| 2.5   | 交差角によるコントラストの低下                    | 9  |
| 2.6   | 干渉計の感度                             | 10 |
| 第 3 章 | 中性子ミラー                             | 15 |
| 3.1   | ブラッグ反射                             | 15 |
| 3.2   | 入射角と膜厚                             | 16 |
| 3.3   | 光学ポテンシャル法                          | 16 |
| 3.4   | 設計したミラーの反射率                        | 18 |
| 第 4 章 | Jamin 型干渉計                         | 20 |
| 4.1   | ビームスプリッティングエタロンの設計                 | 20 |
| 4.2   | セットアップ                             | 24 |
| 4.3   | ビームプロファイル                          | 24 |
| 4.3.1 | 発散角                                | 24 |
| 4.3.2 | 反射率の波長依存性                          | 27 |
| 4.3.3 | 検出器に到達するビームのプロファイル                 | 28 |
| 4.4   | 素子のアライメントの精度と光路差                   | 29 |
| 4.4.1 | 光路差と交差角                            | 29 |
| 4.4.2 | アライメントすべきパラメータ                     | 31 |
| 4.4.3 | 基板間距離が短い Jamin 型干渉計に要求されるアライメントの精度 | 32 |
| 4.4.4 | 要求されるアライメントの精度                     | 33 |
| 4.4.5 | 大型化の問題点                            | 33 |
| 4.4.6 | エタロン間の距離                           | 34 |

---

|       |                            |    |
|-------|----------------------------|----|
| 第 5 章 | Mach-Zehnder 型干渉計          | 36 |
| 5.1   | 4 枚基板型と 6 枚基板型             | 36 |
| 5.2   | セットアップ                     | 37 |
| 5.3   | ビームプロファイル                  | 38 |
| 5.3.1 | 発散角                        | 38 |
| 5.3.2 | 反射率の波長依存性                  | 38 |
| 5.3.3 | 検出器に到達するビームのプロファイル         | 39 |
| 5.4   | 素子のアライメントの精度と光路差           | 40 |
| 5.4.1 | 光路差と交差角                    | 40 |
| 5.4.2 | アライメントすべきパラメータ             | 41 |
| 5.4.3 | 要求されるアライメントの精度             | 41 |
| 5.4.4 | エタロン型ミラーの組み立て精度            | 42 |
| 5.4.5 | 素子間の距離                     | 43 |
| 第 6 章 | アライメント機構の考案                | 45 |
| 6.1   | 高分解能アライメント機構の難点            | 45 |
| 6.2   | 白色干渉法                      | 45 |
| 6.3   | Mach-Zehnder 型極冷中性子干渉計への適用 | 46 |
| 第 7 章 | まとめ                        | 49 |
|       | 謝辞                         | 51 |

# 目次

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | 実験によって確認されている領域                                 | 3  |
| 2.1  | 可干渉長  | 8  |
| 2.2  | 2経路の間に生じる交差角                                    | 9  |
| 2.3  | モアレ縞  | 10 |
| 2.4  | モアレ縞拡大図   | 10 |
| 2.5  | 熱中性子 Si 単結晶干渉計 (左) と極冷中性子 Mach-Zehnder 型干渉計 (右) | 13 |
| 3.1  | ブラッグ反射  | 15 |
| 3.2  | 20層 Ni:105Å/Ti:82Å                              | 19 |
| 3.3  | 20層 Ni:92Å/Ti:92Å                               | 19 |
| 3.4  | 8層 Ni:103Å/Ti:78Å                               | 19 |
| 3.5  | 8層 Ni:89Å/Ti:89Å                                | 19 |
| 4.1  | Jamin 型干渉計                                      | 20 |
| 4.2  | エタロンのパラメータ                                      | 21 |
| 4.3  | ミラーサイズ  | 22 |
| 4.4  | エタロン設計図   | 23 |
| 4.5  | Jamin 型干渉計のセットアップ                               | 24 |
| 4.6  | スリットとビームの発散                                     | 25 |
| 4.7  | 発散角対確率密度  | 26 |
| 4.8  | 発散角対確率密度 ( $w_1 = w_2$ )                        | 26 |
| 4.9  | 20層 Ni:105Å/Ti:82Å                              | 28 |
| 4.10 | 20層 Ni:92Å/Ti:92Å                               | 28 |
| 4.11 | 8層 Ni:103Å/Ti:78Å                               | 28 |
| 4.12 | 8層 Ni:89Å/Ti:89Å                                | 28 |
| 4.13 | Jamin 型アライメントパラメータ                              | 31 |
| 4.14 | $\Delta D_1$ 要求精度対エタロン間距離                       | 35 |
| 4.15 | $\Delta D_2$ 要求精度対エタロン間距離                       | 35 |
| 4.16 | $\Delta \theta_1$ 要求精度対エタロン間距離                  | 35 |
| 4.17 | $\Delta \theta_2$ 要求精度対エタロン間距離                  | 35 |
| 4.18 | $\Delta \phi_1$ 要求精度対エタロン間距離                    | 35 |
| 4.19 | $\Delta \phi_2$ 要求精度対エタロン間距離                    | 35 |

---

|      |                              |    |
|------|------------------------------|----|
| 4.20 | $\Delta\theta$ 要求精度対エタロン間距離  | 35 |
| 4.21 | $\Delta\phi$ 要求精度対エタロン間距離    | 35 |
| 5.1  | Mach-Zehnder 型干渉計            | 36 |
| 5.2  | 4 枚基板型                       | 37 |
| 5.3  | Mach-Zehnder 型干渉計のセットアップ     | 37 |
| 5.4  | 20 層 Ni:105Å/Ti:82Å          | 39 |
| 5.5  | 20 層 Ni:92Å/Ti:92Å           | 39 |
| 5.6  | 8 層 Ni:103Å/Ti:78Å           | 39 |
| 5.7  | 8 層 Ni:89Å/Ti:89Å            | 39 |
| 5.8  | Mach-Zehnder 型のアライメントパラメータ   | 41 |
| 5.9  | 4 枚基板型のミラー④                  | 42 |
| 5.10 | $\Delta\zeta_4$              | 42 |
| 5.11 | 6 枚基板型-ミラー②、③ 固定の可能性         | 43 |
| 5.12 | $\Delta d_2$ 要求精度対素子間の距離     | 44 |
| 5.13 | $\Delta\theta_2$ 要求精度対素子間の距離 | 44 |
| 5.14 | $\Delta\phi_2$ 要求精度対素子間の距離   | 44 |
| 5.15 | $\Delta d_{4y}$ 要求精度対素子間の距離  | 44 |
| 5.16 | $\Delta\theta_4$ 要求精度対素子間の距離 | 44 |
| 5.17 | $\Delta\phi_4$ 要求精度対素子間の距離   | 44 |
| 6.1  | Michelson 型干渉計               | 46 |
| 6.2  | 干渉計全体図とアライメントパラメータ           | 48 |

# 表 目 次

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | 一般的な物質の散乱長と光学ポテンシャル . . . . .                         | 4  |
| 4.1 | エタロン基板のプロファイル . . . . .                               | 23 |
| 4.2 | 基板間距離 $10\mu\text{m}$ のエタロンを用いた場合のアライメント精度 . . . . .  | 32 |
| 4.3 | 基板間距離 $200\mu\text{m}$ のエタロンを用いた場合のアライメント精度 . . . . . | 32 |
| 4.4 | 基板間距離 $1.8\text{mm}$ のエタロンを用いた場合のアライメント精度 . . . . .   | 33 |
| 5.1 | Mach-Zehnder 型干渉計のアライメント精度 . . . . .                  | 41 |
| 5.2 | $\Delta d_{4x}$ 、 $\Delta\zeta_4$ のアライメント精度 . . . . . | 42 |
| 7.1 | Jamin 型と Mach-Zehnder 型のまとめ . . . . .                 | 49 |



# 第1章 はじめに

## 1.1 干渉計

干渉計は今日まで物理学の発展に大きく貢献してきた。例えば 1805 年、ヤングは光源からの光を 2 つのスリットに通すと干渉縞が生じることを発見した。このことによって光の波動性が示され、その後光電効果など光の粒子性を示唆する現象が発見されるまで光が波動であるとする説は強く支持されることになる。このヤングが用いた 2 重スリットの実験装置は原始的な干渉計の一形態であると言える。また、従来の物理学の常識を覆す結果をもたらした 1887 年のマイケルソン・モーリーの実験はあまりにも有名である。この実験により光の媒質としてのエーテルの存在は否定され、そのことが相対性理論の誕生に繋がった。この実験で光速度を測定するために用いられたのが、今日ではマイケルソン干渉計と呼ばれる干渉計である。

このように、干渉計実験は現在信じられている物理学の根幹にかかわる多くの発見をしてきた、非常に強力な実験手法である。

## 1.2 中性子干渉計

干渉計は光の波としての性質をうまく利用したものであるが、1924 年、ド・ブロイによって光だけでなく物質もまた、粒子としてだけでなく波動として振舞えるのではないかという考え方が示された（ド・ブロイ波）。この理論は 1927 年にトムソンやデイヴィソンによって電子線の回折が確認されたことにより支持を得る。また、電子はヤングが行ったものと同様の 2 重スリットの実験で干渉が起こることなども確認されており、今日では粒子と波動の 2 重性は広く受け入れられている。

電子は非常に軽く、比較的その波動性を確認しやすい粒子であるが、電子の 1000 倍もの質量を持つ中性子でも波動性を確認することが出来る。ド・ブロイ波の概念からすれば中性子が波として振舞うのは当然のことではあるが、中性子も電子と同様に実際に物理現象として観測することが出来る。その中性子の波動性を利用した装置が中性子干渉計である。

中性子は質量やスピン、磁気モーメントを持ち、中性子干渉計では重力やスピン、磁気相互作用、核力などの効果を測定することが出来る。そのため中性子干渉計は非常に強力な基礎物理のツールとなり得る。例えば、MURR ( the University of Missouri Research Reactor ) で行われてきた COW 実験では重力の効果の測定に成功している [1][2]。これは非常に小さな効果であり、その検出に成功したことは驚くべきことである。しかし中性子干渉計には、より高感度にする余地がまだ残っている。詳しくは後

の章で扱うが、その高感度化の手段が干渉計の大型化（2 経路の分離の拡大）、中性子ビームの長波長化である。従来の干渉計は熱中性子（Thermal Neutron）や、長波長のもので冷中性子（Cold Neutron）を利用したものであったが、本研究では、より長波長の ILL（Institut Laue-Langevin）の PF2-VCN ビームラインの極冷中性子（Very Cold Neutron, VCN）ビーム（中心波長  $60\text{\AA}$ ）を利用した干渉計の開発を目指す。極冷中性子の利用によって、長波長化だけでなく、冷中性子の場合よりも 10 倍近い 2 経路の開き角を得ることが出来る。

### 1.3 量子パラメータ共鳴を利用した未知相互作用の探索

本研究は干渉計の高感度化を目指すものであり、本論文では干渉計を用いて目指す物理について詳しくは言及しないが、干渉計を利用して目指す実験、物理の一つとして量子パラメータ共鳴を利用した未知相互作用探索の可能性について触れておく [3][4]。

パラメータ共鳴とは振動系のあるパラメータを周期的に変化させることで系に振動を発生させることである。ブランコの立ち漕ぎなどはパラメータ共鳴の代表的な例である。この例では、ブランコを漕ぐ人の重心が屈伸運動によって変化し、振り子の腕の長さが周期的に変化するが、この屈伸運動の周期がブランコ（振り子）の周期の 2 倍のときパラメータ共鳴が起こり、ブランコの振幅が増大する。このようなパラメータ共鳴は古典的な系のみならず、量子力学的な系でも起こりうる。

量子力学では波動関数の振幅に加えて位相が重要な意味を持つが、この位相に関してパラメータ共鳴が起こりうる。外力となるポテンシャルが系のエネルギーと特定の関係を満たすときに位相が急激に進むというものである。

通常我々が観測する位置やエネルギーなどの物理量は波動関数の自乗に依存するため、位相の効果は現れない。しかし、干渉計では 2 経路に分けた波の干渉を見ることによって各々の経路を通過してきた波の位相のずれを観測することが出来る。

この干渉計の特性と位相の量子パラメータ共鳴を利用して、ナノメートルのスケールで作用する未知相互作用を探索することが出来る可能性がある。量子パラメータ共鳴現象では未知の微小相互作用による効果は位相のずれとして観測されるが、その位相のずれは中性子波長が長くなるほど大きくなるため長波長の極冷中性子干渉計であれば観測することが可能になる。また位相の量子パラメータ共鳴が起こるためには、非常に狭い間隙を持った物体を中性子が通過していく、というような状況が必要である。間隙が波長の  $1/4$  倍になったときに位相のパラメータ共鳴が起こり位相が急激に進むと予想されるが、中性子は物質波でありレーザー光に比べて非常に波長が短く、必要な間隙は非常に狭いものとなる。そのため、中性子の中でも長波長の極冷中性子を用いることで初めて適切な間隙を持った物体の製作などが可能になる。これらのことから、量子パラメータ共鳴を利用した未知相互作用の探索には極冷中性子干渉計を用いることが有力な手法となりうる。

この実験で主に対象とする相互作用の領域と現在実験により調べられている領域を（図 1.1[5]）に示す。縦軸は相互作用の強さ、横軸は有効距離である。図を見ると、重力相互作用の領域は数十マイクロメートル程度までしか確認されておらず、より短距

離の領域に未知の相互作用が存在していても矛盾は無い。位相の量子パラメータ共鳴を利用すれば、探査領域は大幅に広がり、ナノメートルのスケールまで探索することができる。

この実験は未知相互作用の探索において従来のように高エネルギーを追求するという方法をとらずとも今までにないほど短距離のスケールで微弱な相互作用を測定することができるという非常に興味深い実験であり、本研究において一つの大きな動機となっている。

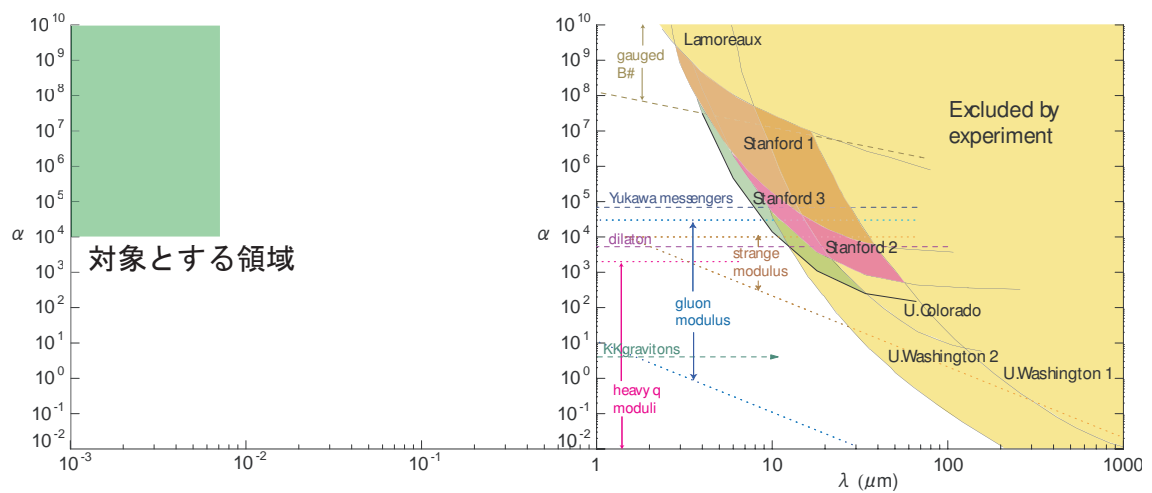


図 1.1: 実験によって確認されている領域

## 第2章 中性子光学

この章では干渉計について議論する際に必要となる、基礎的な中性子光学の概念や理論についてまとめる。

### 2.1 中性子に対する物質の屈折率と光学ポテンシャル

中性子に対しての光学ポテンシャルを  $V$ 、入射中性子波長  $\lambda_n$ 、波数  $k = 2\pi/\lambda$ 、中性子質量  $m_n$  とすると、中性子に対する物質の屈折率  $n$  は以下の式で表される。

$$n \equiv \frac{k'}{k} = \sqrt{1 - \frac{2m_n V}{(\hbar k)^2}} \quad (2.1)$$

また、光学ポテンシャル  $V$  は、物質の原子数密度  $\nu$ 、中性子散乱長  $b$  を用いて

$$V = \frac{2\pi\hbar^2}{m_n} \nu b \quad (2.2)$$

と表すことができる。(表 2.1) に一般的な物質の散乱長と光学ポテンシャルの値を挙げる。

| 物質           | Ni    | <sup>58</sup> Ni | Ti    | Ge   | V     | Si   | Al   | SiO <sub>2</sub> |
|--------------|-------|------------------|-------|------|-------|------|------|------------------|
| 散乱長 [fm]     | 10.3  | 14.4             | -3.36 | 8.19 | -0.41 | 4.15 | 3.45 | 15.8             |
| ポテンシャル [neV] | 243.4 | 340.4            | -50.0 | 94.1 | -7.5  | 54.0 | 54.1 | 108.5            |

表 2.1: 一般的な物質の散乱長と光学ポテンシャル

### 2.2 干渉計による位相差

干渉計では、2 経路間の位相差  $\Delta\phi$  は

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{m_n \lambda_n L}{h^2} \Delta E \quad (2.3)$$

と表される。ここで、 $m_n$  は中性子質量、 $\lambda_n$  は中性子のド・ブローイ波長、 $L$  は相互作用が作用する経路の長さ、 $\Delta E$  は作用する相互作用の差である。干渉計は微小相互作用の検出においては位相差  $\Delta\phi$  がつきやすいほど高感度であり、つまり波長  $\lambda_n$  が長

いほど、経路長  $L$  が長いほど高感度であると言える。よって、中性子干渉計を高感度化するということは、より長波長の中性子ビームを使用し、かつ大型化するということになる。

## 2.3 2 光束干渉

実験に用いる中性子ビームは波長（波数）分布を持つ。その分布を正規分布と仮定し、波数を  $k$ 、その平均を  $k_0$ 、標準偏差を  $\sqrt{2}\sigma_k$  とすると、波動関数  $\Psi_{inc}$  は

$$\Psi_{inc} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) \cdot e^{i(kx - \omega t)} dk, \quad (2.4)$$

$$g(k) \equiv \frac{1}{(2\pi\sigma_k^2)^{1/4}} \exp\left\{-\frac{(k - k_0)^2}{2(\sqrt{2}\sigma_k)^2}\right\} \quad (2.5)$$

$m_n$  を中性子質量とすると、 $\hbar\omega = \frac{(\hbar k)^2}{2m_n}$  である。 $|g(k)|^2$  は平均  $k_0$ 、標準偏差  $\sigma_k$  の正規分布になる。以下では、簡単のために  $g(k)$  の規格化のための定数  $1/(2\pi\sigma_k^2)^{1/4}$  を  $N$  と書く。この中性子波  $\Psi_{inc}$  を入射ビームとし、干渉現象を考察していく。

入射波  $\Psi_{inc}$  がビームスプリッタ（ハーフミラー）によって  $\psi_I$ 、 $\psi_{II}$  に分割されるとする。この2経路のうち的一方がフェイズシフタによって位相が変化するが、ここでは  $\psi_{II}$  の位相が  $\phi(k, \xi)$  変化するとする。ここで  $\xi$  はフェイズシフタのパラメータである。入射波の淡色度が十分に良く、 $\sigma_k \ll k_0$  であるとして、 $\phi(k, \xi)$  を1次まで  $(k - k_0)$  の冪でテイラー展開すると、

$$\phi(k, \xi) \sim \phi_0(\xi) + L_0(\xi) \cdot (k - k_0) \quad (2.6)$$

ここで、

$$\phi_0(\xi) \equiv \phi(k_0, \xi), \quad L_0(\xi) \equiv \left. \frac{\partial \phi(k, \xi)}{\partial k} \right|_{k=k_0} \quad (2.7)$$

とおいた。これらのことから、 $\psi_I$ 、 $\psi_{II}$  は実定数  $a_I$ 、 $a_{II}$  を使って次のように表すことが出来る。

$$\psi_I = \frac{a_I}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) e^{kx - \omega t} dk \quad (2.8)$$

$$= \frac{a_I N}{\sqrt{(\sqrt{2}\sigma_k)^{-2} + i\frac{\hbar}{m_n}t}} \exp\left\{-\frac{(x - \frac{\hbar k_0}{m_n}t)^2}{2((\sqrt{2}\sigma_k)^{-2} + i\frac{\hbar}{m_n}t)}\right\} e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \quad (2.9)$$

$$\psi_{II} = \frac{a_{II}}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) \cdot e^{kx - \omega t} \cdot e^{\phi(k, \xi)} dk \quad (2.10)$$

$$= \frac{a_{II} N}{\sqrt{(\sqrt{2}\sigma_k)^{-2} + i\frac{\hbar}{m_n}t}} \quad (2.11)$$

$$\times \exp\left\{-\frac{((x + L_0(\xi)) - \frac{\hbar k_0}{m_n}t)^2}{2((\sqrt{2}\sigma_k)^{-2} + i\frac{\hbar}{m_n}t)}\right\} e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \cdot e^{i\phi_0(\xi)} \quad (2.12)$$

ここで、 $\omega_0$  は  $\hbar\omega_0 \equiv \frac{(\hbar k_0)^2}{2m_n}$  によって定義されている。また、 $a_I^2$  と  $a_{II}^2$  は反射率と透過率に相当し、吸収を考えなければ  $a_I^2 + a_{II}^2 = 1$  である。(2.9)、(2.12) 式の絶対値の二乗は

$$|\psi_I|^2 = \frac{|a_I|^2}{\sqrt{2\pi((\sigma_{x0})^2 + (\sigma_v t)^2)}} \exp\left\{-\frac{(x - v_g t)^2}{2((\sigma_{x0})^2 + (\sigma_v t)^2)}\right\} \quad (2.13)$$

$$|\psi_{II}|^2 = \frac{|a_{II}|^2}{\sqrt{2\pi((\sigma_{x0})^2 + (\sigma_v t)^2)}} \exp\left\{-\frac{((x + L_0(\xi)) - v_g t)^2}{2((\sigma_{x0})^2 + (\sigma_v t)^2)}\right\} \quad (2.14)$$

となる。ここで、 $\sqrt{2}\sigma_{x0}$  は波数分布  $g(k)$  のフーリエ変換の標準偏差、 $v_g$  は波束中心の移動速度、 $\sigma_v$  は  $|g(k)|^2$  を速度分布に換算した時の標準偏差で、それぞれ

$$\sqrt{2}\sigma_{x0} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_k}, \quad v_g \equiv \frac{\hbar k_0}{m_n}, \quad \sigma_v \equiv \frac{\hbar}{m_n}\sigma_k \quad (2.15)$$

である。(2.13)、(2.14) 式を見ると、 $\psi_I$  と  $\psi_{II}$  の波数中心が  $(L_0(\xi))$  ずれている事が分かる。このことから、 $\phi(k, \xi)$  を  $(k - k_0)$  の冪で展開したときの1次の係数  $L_0(\xi)$  は2経路の間の光路差を与えていることが分かる。この2つの波動関数はアナライザで重ね合わされて観測される。その重ね合わされた波動関数を  $\Psi_{sup}$  とすると

$$\begin{aligned} \Psi_{sup} &= \frac{N}{\sqrt{(\sqrt{2}\sigma_{x0})^2 + i\frac{\hbar}{m_n}t}} e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \\ &\times \left\{ a'_I \exp\left\{-\frac{(x - v_g t)^2}{2((\sqrt{2}\sigma_{x0})^2 + i\frac{\hbar}{m_n}t)}\right\} + a'_{II} e^{i\phi_0 \xi} \exp\left\{-\frac{((x + L_0(\xi)) - v_g t)^2}{2((\sqrt{2}\sigma_{x0})^2 + i\frac{\hbar}{m_n}t)}\right\} \right\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

と与えられる。 $a'_I$ 、 $a'_{II}$  は  $a_I$ 、 $a_{II}$  にアナライザでの反射率、透過率をかけたものである。検出される強度  $I(\xi)$  はこの波動関数を使って

$$\begin{aligned} I(\xi) &= \int |\Psi_{sup}|^2 dx \quad (2.17) \\ &= (a_I'^2 + a_{II}'^2) + 2a'_I a'_{II} \exp\left\{-\frac{(2\pi)^2}{4} \left(\frac{\sqrt{2}\sigma_k L_0(\xi)}{k_0 \lambda_0}\right)^2\right\} \cos(\phi_0(\xi)) \end{aligned} \quad (2.18)$$

ここで、 $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  である。 $a'_I$ 、 $a'_{II}$  が  $\xi$  によって急激に変化しなければ、(2.18) 式は  $\cos(\phi_0(\xi))$  に従って強度変化する干渉縞を表している。

$\phi_0(\xi)$  は干渉縞の位相であり、中心波長  $k_0$  とフェイズシフトのパラメータ  $\xi$  の関数である。これは  $\sigma_k$  に依らないため、波数が分布していることの影響はここには現れない。 $\sigma_k$  と  $L_0(\xi)$  は干渉項の大きさを決めており、波数の分布は干渉縞のコントラストに影響する。 $I(\xi)$  の最大値を  $I_{max}$ 、最小値を  $I_{min}$  とすると、式(2.18)のコントラスト  $\Upsilon(\sigma_k, L_0(\xi))$  は

$$\Upsilon(\sigma_k, L_0) = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2.19)$$

$$= \frac{2a'_I a'_II}{a'^2_I + a'^2_{II}} \Gamma(\sigma_k, L_0(\xi)) \quad (2.20)$$

$$\Gamma(\sigma_k, L_0(\xi)) \equiv \exp \left\{ -\frac{(2\pi)^2}{2} \left( \frac{\sigma_k}{k_0} \frac{L_0(\xi)}{\lambda_0} \right)^2 \right\} \quad (2.21)$$

$$= \exp \left[ -\frac{(\sigma_k L_0(\xi))^2}{2} \right] \quad (2.22)$$

と表せる。式 (2.20) の係数  $\frac{2a'_I a'_II}{a'^2_I + a'^2_{II}}$  は  $a'_I = a'_{II}$  のとなる理想的な 2 光束干渉の場合に最大値 1 をとる。

$\Gamma(\sigma_k, L_0(\xi))$  を分散因子と呼ぶが、これは  $\sigma_k$ 、 $L_0(\xi)$  のいずれについても単調減少関数となっており、 $\sigma_k$ 、 $L_0(\xi)$  が大きくなればなるほどコントラストは減少していく。コントラストの減少が容認できる指標を  $\Gamma_0$  とすると

$$\Gamma(\sigma_k L_0(\xi)) > \Gamma_c \quad (2.23)$$

$$|L_0(\xi)| < l_c \lambda_0, \quad l_c \equiv \left( \frac{\sigma_k}{k_0} \right)^{-1} \sqrt{\frac{1}{2\pi^2} \ln \Gamma_c^{-1}} \quad (2.24)$$

となる。

## 2.4 可干渉長

干渉計を組む際には、もともと一つであったビームをハーフミラーなどを用いて 2 経路に分ける必要がある。この 2 経路を再び一つに戻してその干渉を観測することになるが、上述したように、その際に 2 経路の間に光路差が生じると、その大きさに応じて干渉縞のコントラストが落ちてくる。このコントラストの減少を容認できる指標を  $\Gamma_0$  としたが、以下では  $\Gamma_0 = 1/e$  とする。分散因子  $\Gamma(\sigma_k, L_0(\xi))$  が  $\Gamma(\sigma_k, L_0(\xi)) = \Gamma_0$  であるときの光路差を可干渉長と呼ぶ。言い換えれば、可干渉長とはコントラストが光路差が生じない理想の状態から  $1/e$  に落ちる光路差のことである。ここでは可干渉長についてまとめておく。

まず、コヒーレンス関数は (2.22) 式を 3 次元に拡張して以下のように定義される [6]。

$$\Gamma(\vec{L}) = \prod_{i=x,y,z} \exp \left[ -\frac{(\sigma_{ki} L_i)^2}{2} \right] \quad (2.25)$$

ここで、 $\vec{L} = (L_x, L_y, L_z)$  は 2 経路間の光路差、 $\sigma_{ki}$  はそれぞれの方向に対する波数の分散である。この式からコントラストが  $1/e$  になる光路差 (可干渉長)  $L_i^c$  が導かれる。

$$\frac{\Gamma(\vec{L}^c)}{\Gamma(0)} = \frac{1}{e} = \prod_{i=x,y,z} \exp \left[ -\frac{(\sigma_{ki} L_i^c)^2}{2} \right] \quad (2.26)$$

$$\therefore \sum_{i=x,y,z} (\sigma_{ki} L_i^c)^2 = 2 \quad (2.27)$$

この式を見て分かるとおり、可干渉長とはそれぞれの方向に対して一意に決まるわけではなく、お互いにこの式を満たすような相関を持っている。本研究では、この可干渉長を 3 次元でそのまま扱うのではなく、一方の経路のビームを基準として、ビーム進行方向のずれ  $L_L$  とそれとは垂直な方向のずれ、いわばビームの分離距離  $L_T$  をもとに考察を進めていく。

図 2.1 のように軸をとると、

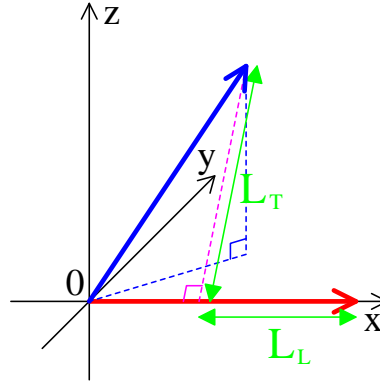


図 2.1: 可干渉長

$$L_L = L_x \quad (2.28)$$

$$L_T = \sqrt{L_y^2 + L_z^2} \quad (2.29)$$

となり、直観的に分かりやすい形で扱うことができる。

ビーム進行方向 ( $x$  軸方向) に垂直な方向 ( $y-z$  平面) の波数の分布は均一である ( $\sigma_{ky} = \sigma_{kz} = \sigma_{kT}$ ) とし、(2.27) 式に (2.28)、(2.29) 式を使うと、

$$\sum_{i=L,T} (\sigma_{ki} L_i^c)^2 = 2 \quad (2.30)$$

と書くことができる。

ここで、ビームのプロファイルは一般的に波長の分解能など、波長の分布で表されることが多いので、波数の分散  $\sigma_{ki}$  を波長のパラメータで表わしておく。波長  $\lambda$  と波数  $k$  の関係は、

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.31)$$

である。この関係式と誤差の伝播公式

$$(\Delta y)^2 = \sum_i \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2 \quad (2.32)$$

より、波長の中心値を  $\lambda_0$ 、分散を  $\sigma_\lambda$  とすると

$$(\sigma_k)^2 = \left( \frac{\partial k}{\partial \lambda} \sigma_\lambda \right)^2 = \left( -\frac{2\pi}{\lambda_0^2} \sigma_\lambda \right)^2 \quad (2.33)$$

$$\therefore \sigma_k = \frac{2\pi}{\lambda_0^2} \sigma_\lambda \quad (2.34)$$



(2.34) 式を (2.30) 式に使うと、

$$\sum_{i=L,T} \left( \frac{2\pi}{\lambda_{0i}^2} \sigma_{\lambda_i} L_i^c \right)^2 = 2 \quad (2.35)$$

ここで、 $\lambda_{0L}$ 、 $\lambda_{0T}$  はそれぞれの方向の平均値である。

## 2.5 交差角によるコントラストの低下

干渉縞のコントラストを低下させるものは光路差だけではない。2つに分けた経路を1つに戻したときにその間に生じる交差角 (図 2.2) もコントラストを低下させる。これは観測しようとしている干渉が起こるか否かに関わるものではないが、交差角によって空間的な干渉縞が生じ、観測しようとしている干渉縞を潰してしまう可能性がある。

2つの経路の間に交差角がある場合、モアレ縞が生じる。モアレ縞とは2つの平面波が交差したときに空間的に生じる干渉縞である (図 2.3, 2.4)。この干渉縞の明部と暗部が1つの検出器に収まってしまうと、モアレ縞の位相を積分した状態になり干渉縞が潰れてしまう。そのため、2つの経路の間の交差角はモアレ縞の明部と暗部の間隔が検出器の有感領域よりも十分に小さくなるような値でなければならない。

交差角を  $\Delta\theta_{cross}$ 、モアレ縞の明部と暗部の間隔を  $w_{moire}$  とすると (図 2.4)

$$w_{moire} = \frac{\lambda_n}{\sin \frac{\Delta\theta_{cross}}{2}} \quad (2.36)$$

$\Delta\theta_{cross} \ll 1$  を課すと、

$$w_{moire} \sim \frac{\lambda_n}{\Delta\theta_{cross}} \quad (2.37)$$

ここで検出器の有感領域を  $\Xi$  とすると、モアレ縞の間隔  $w_{moire}$  は  $\Xi$  よりも広くなければならないので、

$$\frac{\lambda_n}{\Delta\theta_{cross}} \gg \Xi \quad (2.38)$$

$$\therefore \Delta\theta_{cross} \ll \frac{\lambda_n}{\Xi} \quad (2.39)$$

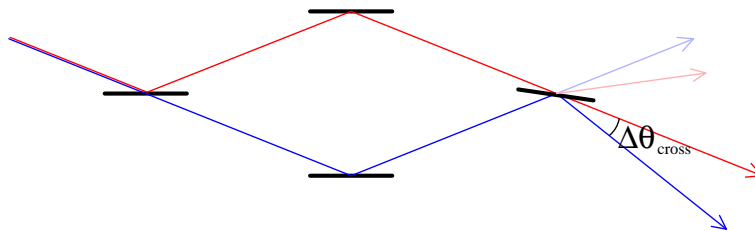


図 2.2: 2 経路の間に生じる交差角

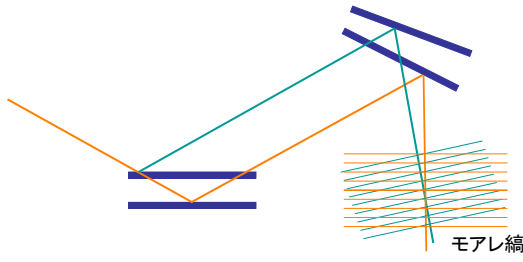


図 2.3: モアレ縞

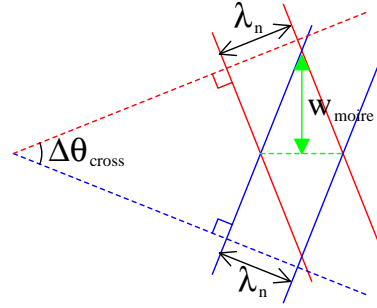


図 2.4: モアレ縞拡大図

実際に干渉計を組む際には交差角がこの範囲内に収まるように各素子を配置しなければならない。

## 2.6 干渉計の感度

検出器で観測される強度は (2.18) 式で表される。式中の  $\phi_0(\xi)$ 、 $L_0(\xi)$  は 2 経路の間に生じる位相差  $\phi(k, \xi)$  を  $(k - k_0)$  の冪で展開して求められたものであったが、前述したように干渉計では 2 経路の間に生じる位相差は (2.3) 式で表される。

ここで、干渉計の素子のアライメントについて考察する。実際の装置では、干渉計の素子を完全に理想的な位置に置くことは不可能で、いくらかのずれが生じる。そのずれによって、フェイズシフトで意図的に生じさせたものの他に位相差が生じる。フェイズシフトによって生じる位相差 ( (2.3) 式) を  $\Delta\phi_{shift}(k, \xi)$ 、アライメントのずれによって生じる位相差を  $\Delta\phi_{align}(k, \eta)$  とする。新たに導入した  $\eta$  はアライメントのパラメータである。アライメントのずれによって生じる光路差を  $\Delta L(\eta)$  とすると、

$$\Delta\phi_{align}(k, \eta) = \Delta L(\eta) \cdot k \quad (2.40)$$

である。また、 $\phi_{shift}(k, \xi)$  の  $\xi$  はフェイズシフトのパラメータであるから、(2.3) 式の  $(L \times \Delta E)$  に相当するとすると、

$$\Delta\phi_{shift}(k, \xi) = \frac{m_n \xi}{\hbar^2 k} \quad (2.41)$$

であると考えることが出来る。2 経路間に生じる位相差はこれらの和になるので、ここまで扱ってきた  $\phi(k, \xi)$  に  $\eta$  による効果を加えて、

$$\phi(k, \xi, \eta) = \Delta\phi_{shift}(k, \xi) + \Delta\phi_{align}(k, \eta) \quad (2.42)$$

$$= \frac{m_n \xi}{\hbar^2 k} + \Delta L(\eta) \cdot k \quad (2.43)$$

と表すことが出来る。すると (2.7) 式より、これらにも  $\eta$  の効果を加えて、

$$\phi_0(\xi, \eta) = \frac{m_n \xi}{\hbar^2 k_0} + \Delta L(\eta) \cdot k_0 \quad (2.44)$$

$$L_0(\xi, \eta) = -\frac{m_n \xi}{\hbar^2 k_0^2} + \Delta L(\eta) \quad (2.45)$$

と求まる。(2.18)式、及び(2.20)式から分かるように、 $\phi_0(\xi, \eta)$  は干渉縞の位相、 $L_0(\xi, \eta)$  は干渉項の大きさ、干渉縞のコントラストの大きさを表す。干渉計では  $\xi$ 、特に  $\Delta E$  を変化させることで  $\phi_0(\xi, \eta)$  を変化させながら強度を測定し、その効果を見るのが一般的である。このとき、(2.44)、(2.45)式より、アライメントのずれによる効果は干渉縞に対して、位相には平行移動の効果しか与えないがコントラストを低下させることが分かる。

ここで、本研究の主目的である微小相互作用の検出について考える。2経路間の相互作用の差  $\Delta E$  が微小であるため、従来の干渉計では  $\Delta E$  を変化させたとしても干渉縞の位相となる  $\phi_0(\xi, \eta)$  の変化量が小さく、干渉縞が見えない。そのため、 $\Delta E$  の変化による  $\phi_0(\xi, \eta)$  の変化をを引き伸ばす必要がある。そのためには(2.44)式より  $\Delta E$  の係数を大きくすれば良いことが分かる。この中で変化させることが可能なのは  $L$ 、 $k_0$  の2つの量であり、この係数を  $S(L, k_0)$  とすると、

$$S(L, k_0) = \frac{m_n L}{\hbar^2 k_0} = \frac{m_n}{2\pi\hbar^2} L \lambda_{n0} \quad (2.46)$$

この値が検出器の感度に等しい値である。

例えば、ある検出器の精度、解析方法で、解析するのに十分な干渉縞の位相の範囲(幅)が  $\Delta\Phi$  であったとする。この検出器で干渉計からの中性子を検出するとして、対象となる相互作用が  $\Delta E_1 \leq \Delta E \leq \Delta E_2$  の間で変化するとする。このとき、この相互作用の変化の幅で生じる干渉縞の位相の幅は、

$$\frac{m_n L}{\hbar^2 k_0} (\Delta E_2 - \Delta E_1) = S(L, k_0) \cdot (\Delta E_2 - \Delta E_1) \quad (2.47)$$

である。よってこの干渉計が測定できる範囲は

$$S(L, k_0) \cdot (\Delta E_2 - \Delta E_1) \geq \Delta\Phi \quad (2.48)$$

$$\therefore \Delta E_2 - \Delta E_1 \geq \frac{\Delta\Phi}{S(L, k_0)} \quad (2.49)$$

となる。より微小な相互作用を検出するためには、この下限  $\Delta\Phi/S$  を小さく、即ち  $S$  を大きくしなければならない。この  $S$  を2倍にすれば検出できる相互作用の大きさの下限は  $1/2$  になる。よって  $S(L, k_0)$  は干渉計の感度に等しい値であるとみなすことが出来る。実際には  $\Delta\Phi$  は干渉縞のコントラストに依存するため  $S$  のみで比較するのは適切ではないが、ここでは簡単のために、異なるセットアップであってもコントラストの低下が同程度になるように素子のアライメントが制御されているとしている。

この  $S(L, k_0)$  を大きくするためには(2.46)式より、相互作用の作用する経路の長さ  $L$  を大きくする、もしくは使用する中性子ビームの中心波長  $\lambda_{n0}$  を長くすることが必要であることが分かる。 $L$  を長くするという事は、干渉計を大型化するという事につながる。干渉計を大きくすればフェイズシフタを挿入するスペースが広がり、 $L$

を長くすることが可能である。相互作用が場による力（重力場、磁場）などであればその効果はより顕著に現れる。また、経路の長さだけでなく、ビームの分離距離をより大きく分離するように大型化すれば、場による力は 2 経路間の差が大きくなる、2 経路をしっかりと分離できればその間での干渉を抑えられる、などの利点がある。特に、従来の中性子干渉計では 2 経路を完全に分離できるものはなかったが、これが実現できれば一方の経路のみにフェイズシフタを挿入するなど、干渉計として非常に有効な実験ができるようになる。

中心波長  $\lambda_{n0}$  を長くすることは感度の向上という点では更に効果が高い。S 内での  $L$  と  $\lambda_{n0}$  のオーダーは等しく 1 次であるが、 $L$  は大型化しても高々数倍が限度であろう。しかし、 $\lambda_{n0}$  はかなりの変更の余地がある。実際に、従来の中性子干渉計では  $1\text{\AA}$  前後の熱中性子や  $10\text{\AA}$  前後の冷中性子を利用しているが、本研究では  $60\text{\AA}$  の極冷中性子の使用を想定している。

ここで、具体的に COW 実験などの重力相互作用の測定実験との比較を試みる。干渉計を用いた重力測定では分割された 2 経路に常に重力が作用するため、相互作用が作用する経路の長さ（(2.3) 式中の  $L$ ）は干渉計のサイズそのものになる。このような実験では、生じる位相差は 2 経路が囲む面積  $A$  と  $\Delta E$  を変化させるための干渉計の回転角  $\alpha$  によって表され、

$$\Delta\phi_{sift}(k, \xi) = \frac{m_n^2 g}{\hbar^2 k} A \sin \alpha \quad (2.50)$$

となる [1][2]。同様に先ほど定義した感度（(2.46) 式）も実際に  $\Delta E$  の変化を与える  $\sin \alpha$  以外の部分に定義しなおすと 2 経路が囲む面積によって表すことができ、

$$S(L, k_0) = \frac{m_n^2 g}{\hbar^2 k_0} A = \frac{m_n^2 g \lambda_{n0}}{2\pi \hbar^2} A \quad (2.51)$$

上記で定義した感度は絶対的な指標ではなく、他の干渉計との比をとり、比較することで初めて意味をなす値であるため、このように定数部分を調節しても問題はない。

COW 実験ではビームスプリッタとして Si 単結晶を使用しているが、Si 単結晶干渉計はその結晶格子による中性子回折を利用しているため、適用できる中性子波長が格子定数の 2 倍の約  $6\text{\AA}$  以下に制限され、専ら波長  $2\text{\AA}$  前後の熱中性子にしか用いられない。実際に COW 実験で用いられて中性子も  $0.8 \sim 2.4\text{\AA}$  である。ここでは簡単のために  $2.0\text{\AA}$  とする。Si 単結晶のブラッグ角は  $30^\circ$  程あり、分割した 2 経路の開き角は  $60^\circ$  程度と、大きく分けることが出来るが、Si 単結晶干渉計は作成可能な Si 単結晶の大きさに限度があるため、大型化が難しいという欠点もある。

比較する極冷中性子干渉計は経路をより大きく分離することが出来る Mach-Zehnder 型とし、比較を明確にするために 2 経路に分割された部分の幅は等しく、 $l$  とする（図 2.5）。極冷中性子干渉計では Si 単結晶を用いることが出来ないために真空蒸着で成膜された多層膜ミラーを使用するが、蒸着技術や基板の変形などの制約によって成膜出来る厚さ、つまり周期構造の大きさには上限がある。これらの事情を考慮すると、安定な多層膜では  $60\text{\AA}$  の中性子に対してブラッグ角は  $10^\circ$  程度が限度である。これらについては第 3 章でもう少し詳しく述べる。

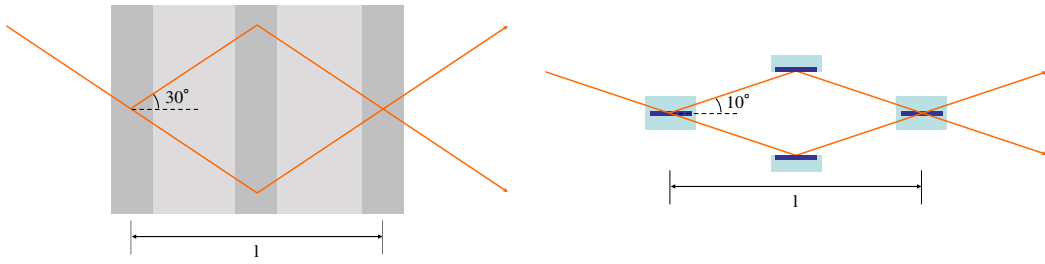


図 2.5: 熱中性子 Si 単結晶干渉計 (左) と極冷中性子 Mach-Zehnder 型干渉計 (右)

ここでこの 2 つの干渉計の感度の比を  $R$  とする。(2.51) 式より、

$$R = \frac{S^{VCN}}{S^{COW}} = \frac{\lambda_{n0}^{VCN} A^{VCN}}{\lambda_{n0}^{COW} A^{COW}} \quad (2.52)$$

上付きの VCN, COW はそれぞれ極冷中性子干渉計と COW 実験の干渉計のパラメータであることを表す。

分割された 2 経路の開き角がブラッグ角の 2 倍であるから、ブラッグ角を  $\theta_B$  とすると干渉計の 2 経路が囲む面積  $A$  は

$$A = \frac{l^2}{2} \tan \theta_B \quad (2.53)$$

である。(2.52) 式に適用すると、

$$R = \frac{\lambda_{n0}^{VCN} \tan \theta_B^{VCN}}{\lambda_{n0}^{COW} \tan \theta_B^{COW}} \quad (2.54)$$

$\lambda_{n0}^{VCN} = 60$  [Å]、 $\theta_B^{VCN} = 10^\circ$ 、 $\lambda_{n0}^{COW} = 2.0$  [Å]、 $\theta_B^{COW} = 30^\circ$  を代入すると、

$$R = 9.16 \quad (2.55)$$

となり、極冷中性子干渉計は COW 実験で使用された干渉計の 9 倍以上の感度が得られることが分かる。加えて、Mach-Zehnder 型干渉計は Si 単結晶干渉計に比べれば大型化が容易なため、この数倍の感度が得られる可能性もある。

また今回は重力相互作用の測定について検証したが、一方の経路に有限の大きさを持ったフェイズシフタを挿入してその効果を見るような場合、相互作用する経路の長さ  $L$  は固定であるから単純に中心波長の比だけで感度が決まり、極冷中性子干渉計は Si 単結晶干渉計の 30 倍の感度が得られることになる。

更に、COW 実験よりも長波長の冷中性子干渉計と比較しても極冷中性子干渉計の利点は多い。冷中性子を用いた干渉実験としては日本原子力研究所改 3 号炉単色冷中性子ビームライン MINE2 での実験がある [7]。冷中性子は波長が  $10$  Å 前後であるため Si 単結晶は使用できず多層膜ミラーを使用することになるが、冷中性子ではブラッグ角は  $1^\circ$  程度しかなく、ビームの完全な分離は困難である。対して極冷中性子は Si

単結晶には劣るものの十分なブラッグ角を持ち、波長も長いためより高感度な干渉計として動作することが期待される。前述のように一方の経路に有限の大きさを持ったフェイズシフタを挿入する場合を仮定すると、6 倍の感度が得られると予想される。

## 第3章 中性子ミラー

熱中性子では Si 単結晶によってビームを分割したが、より長波長の極冷中性子では格子定数がブラッグの条件を満たさないため Si 単結晶ではビームを分割できない。そのため、極冷中性子を用いて干渉計を組む際には多層膜ミラーを用いる。多層膜ミラーは何種類かの物質を交互に成膜することによってブラッグの条件を見たす周期構造を人工的に作り出し、ブラッグ反射を起こすことが出来るミラーである。中性子は電荷を持たず、非常に透過力が強いが、人為的にブラッグ反射を起こすことで反射させることが出来る。多層膜ミラーには磁気ポテンシャルを利用して中性子をスピンの向きについて選択的に反射することができるミラーなどもあるが、ここでは Ni、Ti の 2 種類の物質を用いた非磁気多層膜のミラーを設計する。

### 3.1 ブラッグ反射

周期構造を持つ物質に対して光を入射する場合、波長と入射角がある条件を満たした場合に強く反射し、それ以外ではほとんど反射しないというブラッグ反射という現象が起こる。中性子に対しても同様のことが起こるため、多層膜を設計するためにはこの条件を考慮しなければならない。

周期構造の幅を  $d$ 、入射角（視斜角）を  $\theta$ 、入射波の波長を  $\lambda$  とし、 $n$  を整数とすると、各層の境界で反射する波の光路差が波長の整数倍であるという条件を課すことにより、

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (3.1)$$

が導かれる（図 3.1）。この関係を満たす時にブラッグ反射が起こり、反射率が上がる。これをブラッグの条件という。特に  $n = 1$  の時、すべての境界面からの反射波が強め

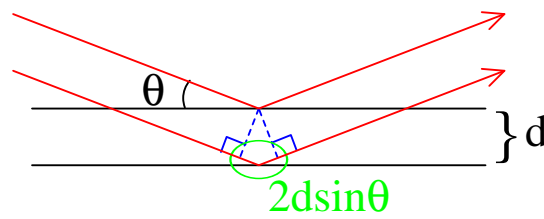


図 3.1: ブラッグ反射

合う。多層膜ミラーは、光学ポテンシャルの周期構造に中性子波が入射すると考え、Ni と Ti のペアを 1 周期として設計する。

### 3.2 入射角と膜厚

干渉計は 2 経路の開き角が大きいほど有利であり、またミラーに対する入射角が大きいほどビームが太くなり強度が稼げるため、多層膜ミラーは可能な限りブラッグ角を大きくしたい。そのためには、多層膜の構造の周期、つまり一層の膜の厚さを厚くすればよいことが (3.1) 式から分かる。しかし、多層膜の成膜は真空蒸着装置で行うが、蒸着による成膜は作成できる膜の厚さに限度がある [8]。これは、例えば厚くなりすぎると内部応力によって島状構造が出来、表面状態が悪くなってしまったり、膜を貼り付ける基板が変形したりしてしまうためである。2 種類の物質一層ずつのペアを複層と呼ぶが、真空蒸着で膜形成を行う場合の複層厚はおよそ  $50\text{\AA}$  から  $500\text{\AA}$  である [9][10][11]。これらのことから、長期的に安定な Ni/Ti 多層膜は極冷中性子に対してブラッグ角は  $10^\circ$  程度であることが導かれる。これに対して、従来の冷中性子の場合のブラッグ角は  $1^\circ$  程度であり、極冷中性子の方がビームの分離やビーム強度において有利であることが分かる。

上記の理由から、入射角  $10^\circ$  で波長  $60\text{\AA}$  の中性子が多層膜ミラーに入射するとする。それを Ni と Ti のペアを 1 周期とする多層膜ミラーで反射するには、ブラッグの条件 ( $n = 1$ ) より

$$d = 172.8 [\text{\AA}] \quad (3.2)$$

この  $d$  は光学的距離である。なお、これ以降膜厚の数値は装置の蒸着装置の分解能が一定であることを考慮し、有効数字ではなく  $0.1\text{\AA}$  にそろえる。単純に Ni と Ti が  $d/2 = 86.4 [\text{\AA}]$  ずつの厚さ (光学的距離) だとすると、実際の厚さはそれぞれ

$$\text{Ni} : 107.7 [\text{\AA}] \quad (3.3)$$

$$\text{Ti} : 83.3 [\text{\AA}] \quad (3.4)$$

となる。

### 3.3 光学ポテンシャル法

多層膜中性子ミラーの反射率は光学ポテンシャル方によって求められる [12]。光学ポテンシャル法とは、多層膜を連続した井戸型ポテンシャル (光学ポテンシャル) とみなし、境界条件を課してそれを満たす波動関数を求めるという方法である。この方法では、単純な周期構造だけでなく、任意の多層膜について数値解を求めることが可能である。

多層膜ミラーの平面に対して入射角 (視斜角)  $\theta$  で波数  $k$  の中性子ビームが入射する状況を考える。このとき波数を入射面に対して平行な成分と垂直な成分に分解し、



垂直な成分を  $k_0 = k \sin \theta$  とする。ミラーに入射する前の空間を第 0 層とし、 $j$  番目の層についてポテンシャルを  $V_j$ 、波数の垂直成分を  $k_j$  とすると、(2.1) 式より、

$$k_x^2 - \frac{2m_n V_j}{\hbar^2} = n_j^2 k^2 = k_j^2 \quad (3.5)$$

となる。入射面に垂直な方向を  $x_j$  方向として垂直成分に関するシュレーディンガー方程式をたてると、

$$\hat{H} \phi_j(x_j) = E \phi_j(x_j) \quad (3.6)$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_n} \frac{d^2}{dx_j^2} + V_j \quad (3.7)$$

$$E = \frac{\hbar^2 k_j^2}{2m_n} + V_j \quad (3.8)$$

となる。これを整理すると、

$$\frac{d^2 \psi_j(x_j)}{dx_j^2} + k_j^2 \psi_j(x_j) = 0 \quad (3.9)$$

これを解くと、

$$\begin{pmatrix} \psi_j(x_j) \\ \psi_j'(x_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_j x_j & \frac{1}{k_j} \sin k_j x_j \\ -k_j \sin k_j x_j & \cos k_j x_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_j(0) \\ \psi_j'(0) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

が得られる。 $j$  番目の層の厚さを  $d_j$  とすると、

$$\begin{pmatrix} \psi_j(d_j) \\ \psi_j'(d_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_j d_j & \frac{1}{k_j} \sin k_j d_j \\ -k_j \sin k_j d_j & \cos k_j d_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_j(0) \\ \psi_j'(0) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$j$  番目と  $j+1$  番目の層の境界の座標が  $x_j = d_j, x_{j+1} = 0$  となるように各座標軸をとり直すと  $\psi_j(d_j) = \psi_{j+1}(0)$  となり、

$$\begin{pmatrix} \psi_{j+1}(0) \\ \psi_{j+1}'(0) \end{pmatrix} = M_j \begin{pmatrix} \psi_j(0) \\ \psi_j'(0) \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$M_j = \begin{pmatrix} \cos k_j d_j & \frac{1}{k_j} \sin k_j d_j \\ -k_j \sin k_j d_j & \cos k_j d_j \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

となる。このようにして  $\psi_j$  は  $j$  の次数を小さく書き下していくことができる。これを使って層数  $N$  の多層膜を考え、ミラー透過後の空間を  $N+1$  番目の層とすると、以下の関係が得られる。

$$\begin{pmatrix} \psi_{N+1}(0) \\ \psi_{N+1}'(0) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \psi_0(d_0) \\ \psi_0'(d_0) \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

$$M = M_N \cdots M_1 M_0 = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

ここで、入射波の振幅を  $A$ 、反射波の振幅を  $B$ 、透過波の振幅を  $C$  とすると、

$$\psi_0(x_0) = Ae^{ik_0x_0} + Be^{-ik_0x_0} \quad (3.16)$$

$$\psi_{N+1}(x_{N+1}) = Ce^{ik_{N+1}x_{N+1}} \quad (3.17)$$

となり、以下の式が得られる。

$$\psi_0(d_0) = Ae^{ik_0d_0} + Be^{-ik_0d_0} \quad (3.18)$$

$$\psi'_0(d_0) = ik_0(Ae^{ik_0d_0} - Be^{-ik_0d_0}) \quad (3.19)$$

$$\psi_{N+1}(0) = C \quad (3.20)$$

$$\psi'_{N+1}(0) = ik_{N+1}C \quad (3.21)$$

これらの式を (3.14) 式に代入すると、

$$\begin{pmatrix} C \\ ik_{N+1}C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ae^{ik_0d_0} + Be^{-ik_0d_0} \\ ik_0(Ae^{ik_0d_0} - Be^{-ik_0d_0}) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

この2式を連立して解くことによって、反射率  $R$ 、透過率  $T$  は

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \frac{(k_{N+1}m_{11} - k_0m_{22})^2 + (k_{N+1}k_0m_{12} + m_{21})^2}{(k_{N+1}m_{11} + k_0m_{22})^2 + (k_{N+1}k_0m_{12} - m_{21})^2} \quad (3.23)$$

$$T = \frac{k_{N+1}}{k_0} \left| \frac{C}{A} \right|^2 = \frac{4k_{N+1}k_0(m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})^2}{(k_{N+1}m_{11} + k_0m_{22})^2 + (k_{N+1}k_0m_{12} - m_{21})^2} \quad (3.24)$$

と求められる。一方で、

$$1 - R = \frac{4k_{N+1}k_0(m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})}{(k_{N+1}m_{11} + k_0m_{22})^2 + (k_{N+1}k_0m_{12} - m_{21})^2} \quad (3.25)$$

であり、一見  $T \neq 1 - R$  であるが、

$$m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} = \det M = (\det M_N) \cdots (\det M_1)(\det M_0) \quad (3.26)$$

であるから、 $\det M_j = 1$  より

$$m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} = 1 \quad (3.27)$$

よって  $T = 1 - R$  は成立している。

### 3.4 設計したミラーの反射率

先ほど算出した Ni、Ti の膜厚を元に光学ポテンシャル法で反射率を計算し、層数を調整することで全反射用、半透過用のミラーを設計した。その反射率のグラフを以下に示す。横軸がビームの中心波長、縦軸が反射率である。入射中性子は波長分解能 5.3%、発散角 10mrad を想定している。また、その効果により反射率のピークが 60Å からずれるため、膜厚を微調整してある。層数を増やすほど反射率は上がるが、20 層以上ではその増加率は低く、またあまり厚くすると基板のゆがみが生じるため全反射ミラーの総数は 20 層とした。

## 全反射ミラー

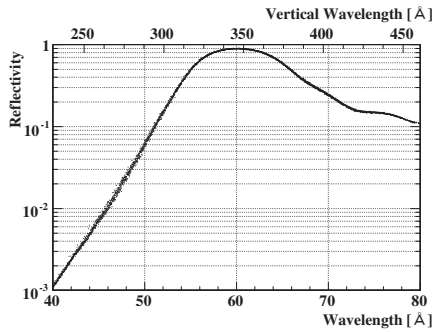


図 3.2: 20 層 Ni:105Å/Ti:82Å

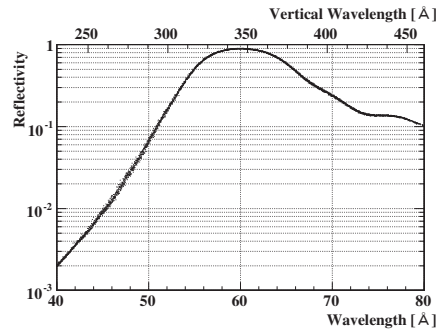


図 3.3: 20 層 Ni:92Å/Ti:92Å

## ハーフミラー

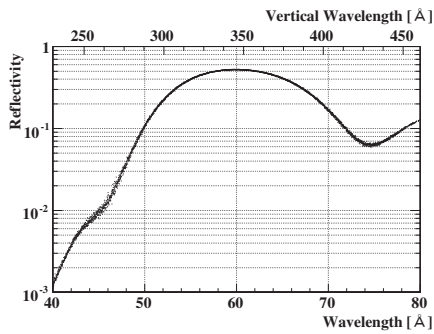


図 3.4: 8 層 Ni:103Å/Ti:78Å

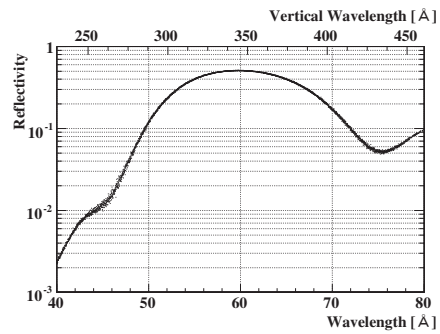


図 3.5: 8 層 Ni:89Å/Ti:89Å

このグラフの横軸は中心波長であり、それぞれの点は波長分解能の誤差を含んでいる。また、発散角の誤差も考慮しているが、実際の発散角はミラーやスリットの大きさや配置など、全体のセットアップで変わってくる。それぞれのセットアップでの反射率は後の各干渉計の章で議論する。更に、ミラーは特定の波長を選択的に反射することができるために、ミラーを経由してきた最終的に検出されるビームは、ビームライン本来のものよりも波長分解能はよくなる可能性がある。これについても各干渉計の章で考察する。

## 第4章 Jamin型干渉計

Jamin型干渉計とは、2枚のミラーを平行に固定したエタロンと呼ばれる素子を用いた干渉計で、中性子干渉計においては実績がある。干渉計は多くの場合、複数のミラーを用いて経路を制御しているため、そのアライメントが重要となるが、Jamin型は2枚のミラーを固定してしまうことによってアライメントすべき要素を減らすことができる。一方でエタロンを作成する際に精度よく2枚のミラーを固定することが求められるが、これに関してはミラーを貼り付ける基板の面精度、2枚の基板の平行度ともに、 $\lambda/100$  ( $\lambda = 630\text{nm}$ ) 以下の実績がある ([12],[9])。

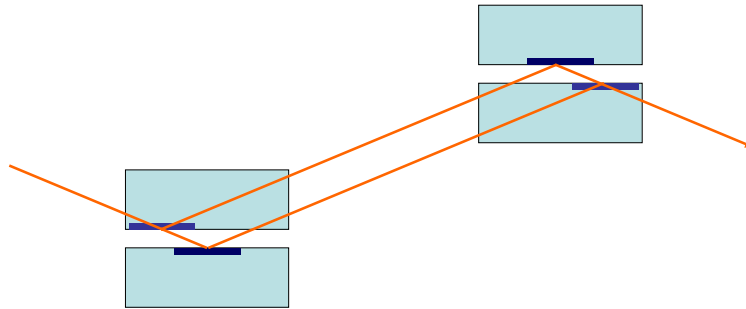


図 4.1: Jamin 型干渉計

### 4.1 ビームスプリットングエタロンの設計

エタロンとは、前述したとおり、2枚のペアミラーでビームを2つの平行ビームに分ける素子である。この2枚のミラーの一方は半透ミラーになっており、実質的にはその部分でビームを分けている。もう一方のミラーは2つの経路を一つに戻すための全反射ミラーである。これらの2枚のミラーの平行度によって分けられたビームの平行度が決まる。中性子干渉計では、2経路の条件づけを明確にするために、2つの経路は大きく分離されているのが好ましい。例えば重力相互作用を測定する場合などは、2経路が大きく分離されているほど2経路間の重力ポテンシャルの差は大きくなり、(2.3)式から、位相差がつきやすくなり感度がよくなることが分かる。また、データ量を確保するためにある程度のビームの太さも必要である。ビームの太さはエタロンに貼られたミラーのサイズで制限されるため、ミラーはできるだけ大きく貼る必要がある。これを踏まえてミラー間の距離が広いエタロンを設計していく。まずエタロン各

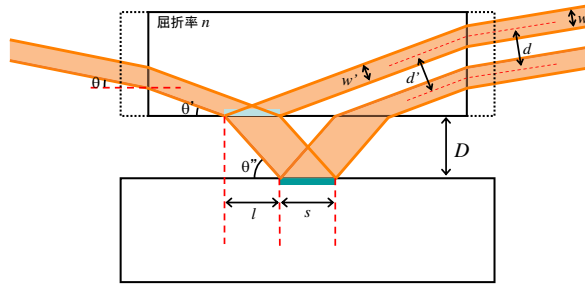


図 4.2: エタロンのパラメータ

部のサイズ、ビームパラメータを図 4.2 のように設定する。エタロン自体のパラメータは、有効領域の半径が  $R$ 、ミラーサイズが  $s$ 、基板間距離が  $D$  である。このエタロンに入射角  $\theta$  で  $60\text{\AA}$  の中性子ビームを入射すると、ビームの太さ  $w$ 、ビーム軸の分離距離  $d$  の平行光線が得られる。これらのパラメータについての関係式を導出し、要求する平行ビームのパラメータからエタロンのパラメータを決定する。

- 入射角  $\theta, \theta', \theta''$

スネルの法則より、

$$n = \frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{\cos \theta''}{\cos \theta'} \quad (4.1)$$

$\theta'$ 、 $\theta''$  について解くと、

$$\theta' = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta}{n} \right) \quad (4.2)$$

$$\theta'' = \cos^{-1} (n \cos \theta') = \cos^{-1} \left( \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \right) \quad (4.3)$$

- ビーム軸の分離幅  $d, d'$

$$l = \frac{D}{\tan \theta''} \quad (4.4)$$

$$d' = 2l \sin \theta' \quad (4.5)$$

$$d = \frac{d'}{\cos \theta'} \cos \theta = 2l \tan \theta' \cos \theta \quad (4.6)$$

- ビーム幅  $w, w'$

入射ビームがミラーのサイズ ( $s$ ) のビーム入射方向の大きさよりも大きい場合、ミラー通過後のビームの太さはミラーサイズで決定される。

$$w' = s \times \sin \theta' \quad (4.7)$$

$$w = \frac{w'}{\cos \theta'} \cos \theta = s \times \tan \theta \cos \theta \quad (4.8)$$

2つのビームが完全分離するためには、 $d - w > 0$  であればよい。

● ミラーサイズの上限

ハーフミラーは全反射ミラーで反射後のビームが通る領域には張ることはできないので、ミラーサイズには上限が与えられる。そこで、有効領域は半径  $R$  の円、ミラーは正方形としたときに貼ることができる最大のミラーを考える。このとき、有効領域の中心を原点として二次元座標をとると（図 4.3）、以下の連立方程式が立てられる。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 & (4.9a) \\ s = x - \frac{2l - s}{2} = 2y & (4.9b) \end{cases}$$

これを解くと、

$$y = \frac{1}{5} \left[ -(2l - s) \pm \sqrt{(2l - s)^2 + 5 \left\{ R^2 - \left( \frac{2l - s}{2} \right)^2 \right\}} \right] \quad (4.10)$$

ミラーサイズはこの2倍以下であればよいから、

$$s \leq 2y = \frac{2}{5} \left[ -(2l - s) \pm \sqrt{(2l - s)^2 + 5 \left\{ R^2 - \left( \frac{2l - s}{2} \right)^2 \right\}} \right] \quad (4.11)$$

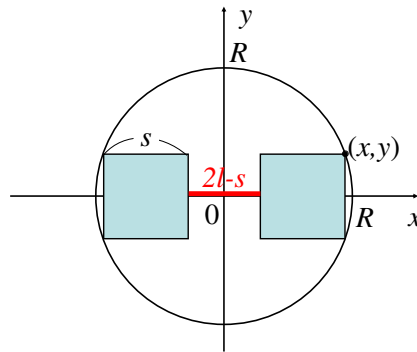


図 4.3: ミラーサイズ

以上の関係式を用いて、入射角  $\theta = 10^\circ$ 、 $d - w = 1.8\text{mm}$  のエタロンを設計する。使用するエタロン基板のプロファイルは（表 4.1）の通りである。まず、 $d - w = 1.8\text{mm}$  という設定と (4.6)、(4.8) 式から、

$$d - w = (2l - s) \tan \theta' \cos \theta = 1.8 \quad (4.12)$$

$$\therefore 2l - s = \frac{1.8}{\tan \theta' \cos \theta} \simeq 11.5 \quad (4.13)$$

|        |                          |
|--------|--------------------------|
| 材質     | 合成石英 (SiO <sub>2</sub> ) |
| ポテンシャル | 90.9 [neV]               |
| 屈折率    | 0.998                    |
| 直径     | 42 [mm]                  |
| 有効領域直径 | 30 [mm]                  |
| 厚み     | 12 [mm]                  |

表 4.1: エタロン基板のプロファイル

この値と  $R = 15\text{mm}$  を (4.11) 式に代入すると、

$$s \leq 9.12 \quad (4.14)$$

これが今の設定で貼ることができるミラーサイズの上限である。更に、(4.13)、(4.4) 式から、

$$D = l \tan \theta'' \simeq 1.82 \quad (4.15)$$

と求まる。以上よりエタロンのプロファイルを

$$D = 1.8 \quad [\text{mm}] \quad (4.16)$$

$$s = 9.0 \quad [\text{mm}] \quad (4.17)$$

と設定する。このプロファイルで作成したエタロンでは、

$$w \simeq 1.57 \quad [\text{mm}] \quad (4.18)$$

$$d - w \simeq 1.77 \quad [\text{mm}] \quad (4.19)$$

の平行ビームが得られる。(図 4.4) に各値を入れたエタロンの設計図を記す。

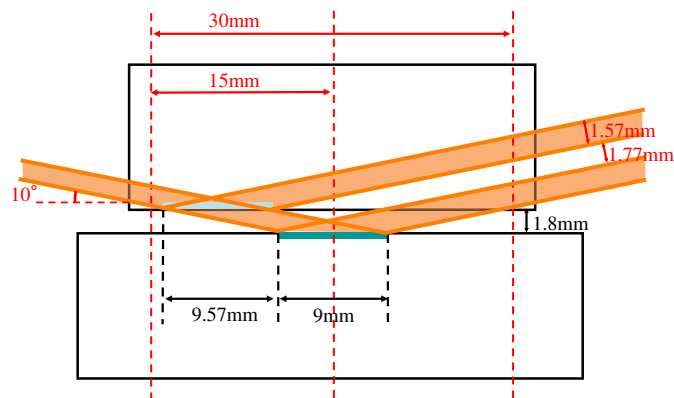


図 4.4: エタロン設計図

## 4.2 セットアップ

設計した基板間隔 1.8mm のエタロンを使った Jamin 型干渉計のセットアップは ( 図 4.5 ) の通りである。

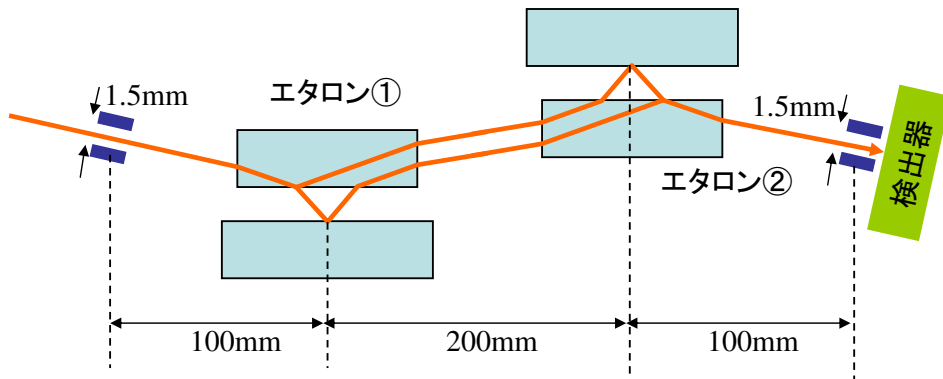


図 4.5: Jamin 型干渉計のセットアップ

## 4.3 ビームプロファイル

第 3 章でふれたように、ビームプロファイル ( 波長分布、発散角 ) は全体のセットアップに依存する。ここでは、発散角とミラーの反射率による波長分布について考察する。

### 4.3.1 発散角

発散角は実験装置の上流と下流に設置されたスリットのサイズとそのスリット間の経路長で決まる。まず、中性子源で減速されて出てくる中性子は等方的だとする。そこから上流のスリットに達するまで、中性子は Ni でできたガイド管を通して輸送されてくる。これらの条件を考えると、上流スリットからは Ni の臨界角以下で一様分布する発散角を持った、空間的にも一様なビームが出てくることになる。そこに下流のスリットを設置し、発散角を制限したビームを取り出す。

まず、上流のスリットの幅を  $w_1$ 、下流のスリットの幅を  $w_2$ 、その間の経路長を  $l$  とする。( 図 4.6 ) はその様子を簡略化したものである。このとき ( 図 4.6 ) のように  $\theta_{max}$ 、 $\theta_{min}$  をとると、

$$l \tan \theta_{max} = \frac{1}{2}(w_1 + w_2) \quad (4.20)$$



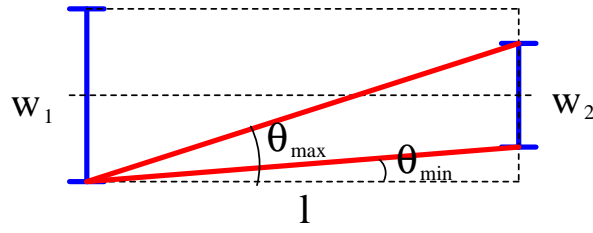


図 4.6: スリットとビームの発散

$$l \tan \theta_{min} = \frac{1}{2}(w_1 - w_2) \quad (4.21)$$

であるが、発散角は十分に小さいとすると、

$$\theta_{max} = \frac{w_1 + w_2}{2l} \quad (4.22)$$

$$\theta_{min} = \frac{w_1 - w_2}{2l} \quad (4.23)$$

となる。

ここで、角度  $\theta$  のビームについて考える。ビームの強度（確率密度） $f(\theta)$  はその角度を持ったビームが通ることが出来る下流のスリットの面積に比例し、比例定数を  $a$  とすると

$$\begin{cases} f(\theta) = aw_2 & (|\theta| \leq \theta_{min}) & (4.24a) \\ f(\theta) = a \left( \frac{1}{2}(w_1 + w_2) - l \tan |\theta| \right) & (\theta_{min} \leq |\theta| \leq \theta_{max}) & (4.24b) \\ f(\theta) = 0 & (\theta_{max} \leq |\theta|) & (4.24c) \end{cases}$$

と書ける。ここでも発散角が十分に小さいことを仮定すると、

$$\tan |\theta| \sim |\theta| \quad (4.25)$$

と近似でき、 $f(\theta)$  は

$$\begin{cases} f(\theta) = aw_2 & (|\theta| \leq \theta_{min}) & (4.26a) \\ f(\theta) = a \left( \frac{1}{2}(w_1 + w_2) - l|\theta| \right) & (\theta_{min} \leq |\theta| \leq \theta_{max}) & (4.26b) \\ f(\theta) = 0 & (\theta_{max} \leq |\theta|) & (4.26c) \end{cases}$$

と近似できる。この確率密度関数のグラフを描くと（図 4.7）のようになる。また、特に  $w_1 = w_2$  の条件では（図 4.8）のように 3 角形の分布になる。以下ではこの近似した式を用いて考察していく。

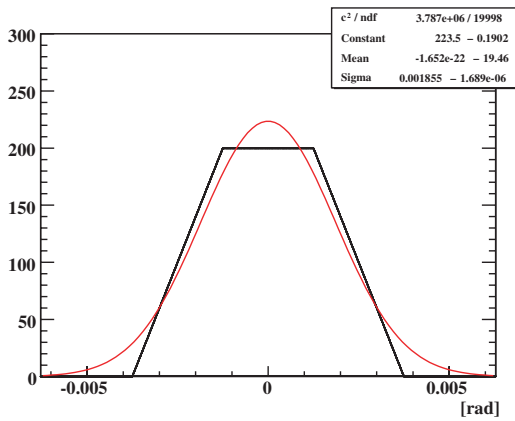
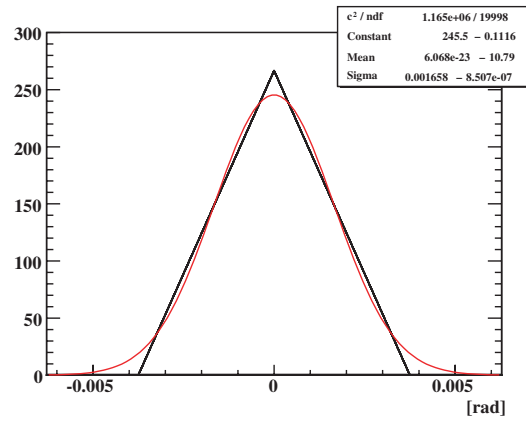


図 4.7: 発散角対確率密度

図 4.8: 発散角対確率密度 ( $w_1 = w_2$ )

### 確率密度関数の規格化

確率密度関数  $f(\theta)$  は規格化されていないから

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\theta) d\theta = 1 \quad (4.27)$$

であり、これを計算すると

$$a = \frac{l}{w_1 w_2} \quad (4.28)$$

と規格化定数を求めることができる。

### 標準偏差

ビームのプロファイルなどは一般に標準偏差を用いてあらわしているから、この分布の標準偏差を計算する。

まずこの分布の平均 (期待値)  $\bar{\theta}$  は

$$\bar{\theta} = \int_{-\infty}^{\infty} \theta f(\theta) d\theta = 0 \quad (4.29)$$

次に、分散  $V$  は

$$V = \int_{-\infty}^{\infty} (\theta - \bar{\theta})^2 f(\theta) d\theta \quad (4.30)$$

$$= 2 \int_0^{\infty} \theta^2 f(\theta) d\theta \quad (4.31)$$

$$= \frac{w_1^2 + w_2^2}{12l^2} \quad (4.32)$$

となる。よって標準偏差  $\sigma_\theta$  は

$$\sigma_\theta = \sqrt{V} \quad (4.33)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}l} \sqrt{\frac{w_1^2 + w_2^2}{2}} \quad (4.34)$$

となる。また、 $w_1$  と  $w_2$  の値が近い場合は分布は 3 角形に近づくが、以下では簡単のためにこの分布を標準偏差が (4.34) の正規分布であるとみなして話を進める。

この発散角の具体的な値を求めるためには  $l$ 、 $w_1$ 、 $w_2$  の値が必要である。 $l$  はフェイズシフターを挿入するのに十分なだけの長さを取り、(図 4.5) のようにする。エタロン基板 (合成石英) の中性子に対する屈折率はほぼ 1 であるから、その効果を見捨てる

$$l \simeq 400 / \cos \theta \quad (4.35)$$

$$\simeq 406 \text{ [mm]} \quad (4.36)$$

となる。

次に、 $w_1$ 、 $w_2$  を決める。仮にスリットがなかった場合、ビームサイズはミラーサイズによって制限される。設計したエタロン (図 4.4) で完全な平行ビームを仮定した場合、

$$w = s \times \sin \theta \quad (4.37)$$

である。ここで、 $w$  はビームの太さ、 $s$  はミラーの 1 辺の長さ、 $\theta$  は入射角で、 $s = 9 \text{ [mm]}$ 、 $\theta = 10 \text{ [deg]}$  である。これらの値を代入すると

$$w \simeq 1.6 \text{ [mm]} \quad (4.38)$$

となる。切りよく  $w = 1.5 \text{ [mm]}$  とし、スリットのサイズはこのビームの太さに合わせて、

$$w_1 = w_2 = 1.5 \text{ [mm]} \quad (4.39)$$

とする。これらの値を (4.34) 式に代入すると、

$$\sigma_\theta \simeq 1.51 \times 10^{-3} \text{ [rad]} \quad (4.40)$$

これがこの系における (正規分布とみなした) 発散角である。

#### 4.3.2 反射率の波長依存性

設計したミラーに上述の発散角でビームが入射したときのそれぞれの波長に対する反射率をプロットしたものが (図 4.9 ~ 4.12) である。

## 全反射ミラー

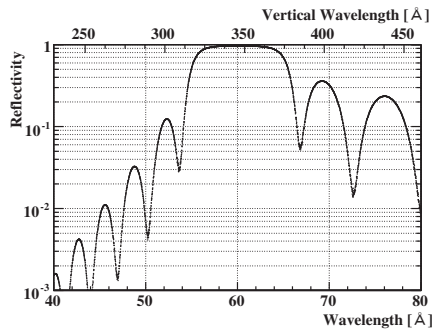


図 4.9: 20 層 Ni:105Å/Ti:82Å

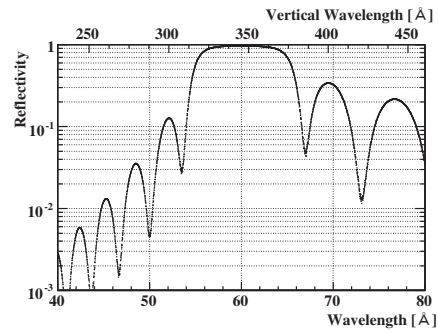


図 4.10: 20 層 Ni:92Å/Ti:92Å

## ハーフミラー

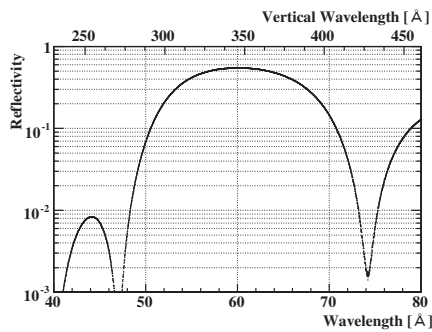


図 4.11: 8 層 Ni:103Å/Ti:78Å

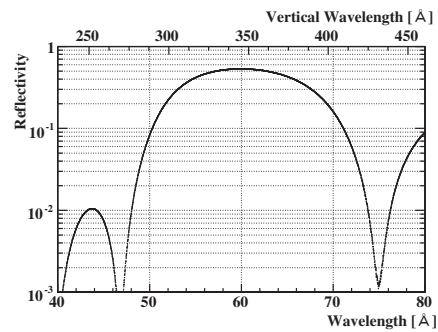


図 4.12: 8 層 Ni:89Å/Ti:89Å

前章で示した反射率のグラフ (図 3.2 ~ 3.5) は波長の分解能も考慮して各点を算出したため横軸は中心波長であったが、ここでは波長分解能の誤差は考慮していない。つまり、このグラフはミラーに白色光を入射した際に得られる反射光の波長分布である。ビームライン本来の波長分布にこの反射率をかけていったものが検出器に到達するビームの波長分布である。ここでは全反射ミラー、ハーフミラーについてそれぞれ 2 通りのミラーを考えているが、ここからは全反射ミラーは Ni:105Å/Ti:82Å のもの (図 4.9) ハーフミラーは Ni:103Å/Ti:78Å のもの (図 4.11) で考えていく。

## 4.3.3 検出器に到達するビームのプロファイル

中性子ビームは上述したような波長を選択的に反射することが出来るミラーなどのモノクロメータを用いて単色化される。ILL の VCN ビームラインはかなり幅のある

波長分布、発散角で取り出されるため、明確に定義するのは難しいが、ここでは干渉計に入射するまでに波長分布は波長分解能 (FWHM)5.3%の正規分布になるように絞られているとする。Jamin 型干渉計では、2 つに分けた経路の両方が全反射ミラーでの反射、ハーフミラーでの反射、透過をそれぞれ 1 回ずつ経由し、白色光であれば反射率の波長依存性によって波長分布が絞られていく。しかし、ここでは波長分解能は半値全幅で 5.3%まで絞られており、この範囲では設計したミラーはほとんどその分布を変えるほどの作用はしない。そのため、この干渉計で使用される範囲の中性子ビームは波長分解能 (FWHM)5.3%の正規分布であるとする。

#### 4.4 素子のアライメントの精度と光路差

干渉計では、測定される相互作用は 2 経路間の位相差として表れるため、相互作用以外の効果で位相差がつくのは好ましくない。この点で、最も問題になるのが各素子を設置する際の位置の精度である。素子が基準の位置からずれば、素子による反射や屈折を伴う中性子の経路もずれ、2 経路の間に光路差、交差角が生じる。中性子は光に比べて波長が短いため、わずかな光路差でも大きな位相差がついてしまい、干渉のコントラストが急激に落ちてしまう。また交差角が生じてしまうと、干渉が起こったとしても干渉縞がつぶれてしまう。そのため、中性子干渉計では非常に高い精度で素子の位置を制御しなければならない。

##### 4.4.1 光路差と交差角

前述したように、干渉計では光路差、交差角によって干渉のコントラストが低下するが、その低下の度合いは入射ビームの波長や波長分解能、発散角による。これらの要素は干渉計の全体的なセットアップに依存するため、ここでは Jamin 型干渉計のセットアップを想定してこれらの値を算出していく。

##### 可干渉長

可干渉長は (2.30) 式で与えられるが、これはビームのプロファイルが一定であっても  $L_L$  と  $L_T$  の波数をかけた和が 2 であるという関係を与えているだけなので、一意には決まらない。ここでは、簡単のために一方の光路差がないとした場合のもう一方の値を見してみる。

(2.30) 式の  $L_L$ 、 $L_T$  どちらか一方をゼロにした場合、可干渉長は

$$L_i^c = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_{ki}} \quad (i = L, T) \quad (4.41)$$

で与えられる。

まずはビーム進行方向  $L_L$  について考える。ビームの波長分解能を  $\Delta x_{FWHM} = 5.3\%$  (半値全幅) とすると、分布が正規分布であるとして、波数の分散  $\sigma_{kL}$  は

$$\sigma_{kL} = \frac{\Delta x_{FWHM}}{2\sqrt{2\ln 2}} \quad (4.42)$$

と表すことができる。可干渉長  $L_L$  は、(4.41) 式より

$$L_L \simeq 2.55 \times 10^{-8} \text{ [m]} \quad (4.43)$$

となる。

次にビーム軸に対して垂直な方向の成分  $L_T$  について考える。本来は完全な平行ビームであればこちらの方には運動量は持たないが、実際にはビームの発散によって垂直方向の運動量を持ち、この方向に対する可干渉長が定義できる。そしてその値はビームの発散角によって決まるが、ビームはスリットやミラーによって絞られるので、発散角はスリットとミラーのサイズ、全体の経路の長さによって決まる ((4.34) 式)。そしてその効果によってビームは進行方向とは垂直な方向に運動量を持つため、その方向に対する波数の分散が定義できる。ビーム軸からある角度  $\theta$  でずれた中性子の垂直方向の波数  $k_T$  は

$$k_T = k_0 \sin \theta \quad (4.44)$$

である。 $k_0$  は中性子の波数である。ここで、ビームの発散角は 1mrad 程度 ((4.40) 式参照) で十分に小さいので  $\sin \theta \sim \theta$  として、

$$k_T = k_0 \theta \quad (4.45)$$

この式から、

$$\sigma_{kT} = k_0 \times \sigma_\theta \quad (4.46)$$

$$\simeq \frac{1}{\sqrt{6}l} \sqrt{\frac{w_1^2 + w_2^2}{2}} k_0 \quad (4.47)$$

スリットのサイズを  $w_{slit} = w_1 = w_2$  とすると、

$$\sigma_{kT} = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{w_{slit}}{l} k_0 \quad (4.48)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{w_{slit}}{l} \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (4.49)$$

である。今、 $w_{slit} = 1.5 \text{ [mm]}$ 、 $l = 406 \text{ [mm]}$ 、 $\lambda_0 = 6.0 \text{ [nm]}$  であるから、

$$\sigma_{kT} \simeq 1.58 \times 10^{-3} \text{ [nm}^{-1}] \quad (4.50)$$

となる [13]。よって  $L_T$  は (4.41) 式より

$$L_T \simeq 8.96 \times 10^{-7} \text{ [m]} \quad (4.51)$$

と求まる。

### 交差角

交差角によるコントラストの低下は、前述したように時間的にコヒーレントではなく、空間的にコヒーレントな干渉によって起こる。これを防ぐための条件は (2.39) 式によって与えられる。ここでは、有感領域  $\Delta$  がビームの幅、即ちスリットの幅  $w = 1.5$  [mm] に等しいとする。(2.39) 式より、

$$\Delta\theta_{cross} \ll 4.0 \times 10^{-6} \text{ [rad]} \quad (4.52)$$

となる。

#### 4.4.2 アライメントすべきパラメータ

Jamin 型干渉計でアライメントすべきパラメータを (図 4.13) に示す。エタロン①を基準とし、それに対する相対的なずれで評価している。エタロンの組み立て精度についてはエタロン①は図で上の基板、エタロン②は下の基板が基準である。ここで、いくつかのパラメータは除外しているが、これは多少ずれても光学系に影響を与えないためである。例えば、後段のエタロンの平行移動は 2 経路の間に光路差を生じさせない。以下で求めるアライメントの要求精度はこれらのパラメータの一つ選んで動かした時に過干渉長や交差角の制限を越えない上限値である。

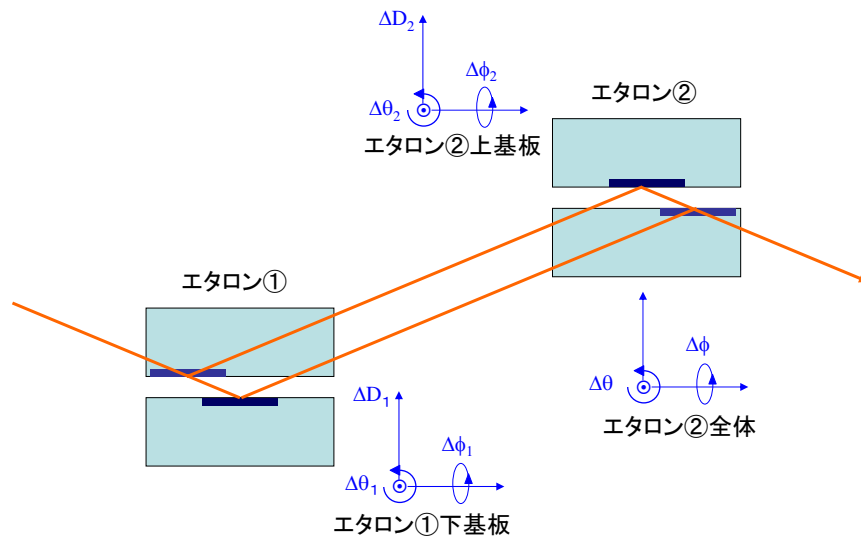


図 4.13: Jamin 型アライメントパラメータ

#### 4.4.3 基板間距離が短い Jamin 型干渉計に要求されるアライメントの精度

基板間距離  $10\mu\text{m}$ 、 $200\mu\text{m}$  のエタロンを用いた従来の Jamin 型干渉計で必要とされる素子のアライメント精度を計算する。このエタロンによる実験は実際に日本原子力研究所改 3 号炉例中性子ビームライン MINE2 で行われている。MINE2 は、中心波長が  $0.88\text{nm}$ 、波長分解能 (FWHM) が  $2.4\%$  の中性子ビームラインである。しかしここでは基板間距離の拡大による効果を明確にするために基板間距離以外は (図 4.5) と同じセットアップにする。

ここでは上述のパラメータのアライメントの精度を算出する。基本的なセットアップは (図 4.5) と同じなので、発散角や可干渉長、交差角の上限も同じ値を使う。各パラメータを単体で動かしたとき、干渉計の 2 経路の間には光路差、交差角が生じるが、それらが可干渉長や交差角の上限を超えない範囲を求める。 $10\mu\text{m}$ 、 $200\mu\text{m}$  のエタロンを場合でそれぞれ、(表 4.2、4.3) の通りである。

|      |                      | エタロン①                           | エタロン②                           |
|------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 可干渉長 | $\Delta\theta$       | —————                           | $\pm 1.38 \times 10^{-3}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi$         | —————                           | $\pm 4.70 \times 10^{-2}$ [rad] |
|      | $\Delta D_{1,2}$     | $\pm 6.84 \times 10^{-8}$ [m]   | $\pm 6.84 \times 10^{-8}$ [m]   |
|      | $\Delta\theta_{1,2}$ | $\pm 1.42 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 3.84 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi_{1,2}$   | $\pm 8.18 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 2.20 \times 10^{-5}$ [rad] |
| 交差角  | $\Delta\theta$       | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta\phi$         | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta D_{1,2}$     | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta\theta_{1,2}$ | $\pm 1.88 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 1.88 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi_{1,2}$   | $\pm 1.08 \times 10^{-5}$ [rad] | $\pm 1.08 \times 10^{-5}$ [rad] |

表 4.2: 基板間距離  $10\mu\text{m}$  のエタロンを用いた場合のアライメント精度

|      |                      | エタロン①                           | エタロン②                           |
|------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 可干渉長 | $\Delta\theta$       | —————                           | $\pm 6.88 \times 10^{-5}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi$         | —————                           | $\pm 2.60 \times 10^{-3}$ [rad] |
|      | $\Delta D_{1,2}$     | $\pm 6.84 \times 10^{-8}$ [m]   | $\pm 6.84 \times 10^{-8}$ [m]   |
|      | $\Delta\theta_{1,2}$ | $\pm 1.42 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 3.84 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi_{1,2}$   | $\pm 8.18 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 2.20 \times 10^{-5}$ [rad] |
| 交差角  | $\Delta\theta$       | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta\phi$         | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta D_{1,2}$     | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta\theta_{1,2}$ | $\pm 1.88 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 1.88 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi_{1,2}$   | $\pm 1.08 \times 10^{-5}$ [rad] | $\pm 1.08 \times 10^{-5}$ [rad] |

表 4.3: 基板間距離  $200\mu\text{m}$  のエタロンを用いた場合のアライメント精度



## 4.4.4 要求されるアライメントの精度

設計した基板間距離を拡大したエタロンを用いて干渉計を組むためにはどの程度のアライメントの精度が要求されるかを計算した。可干渉長については前章で述べたが、ここでは使用する中性子ビームの波長  $60\text{\AA}$ 、波長分解能  $5.4\%$ 、発散角  $1.51 \times 10^{-3}$  [rad] とすると表 4.4 のアライメントを要求される。

|      |                      | エタロン①                           | エタロン②                           |
|------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 可干渉長 | $\Delta\theta$       | —————                           | $\pm 7.65 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi$         | —————                           | $\pm 2.89 \times 10^{-4}$ [rad] |
|      | $\Delta D_{1,2}$     | $\pm 6.84 \times 10^{-8}$ [m]   | $\pm 6.84 \times 10^{-8}$ [m]   |
|      | $\Delta\theta_{1,2}$ | $\pm 1.43 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 3.87 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi_{1,2}$   | $\pm 8.18 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 2.21 \times 10^{-5}$ [rad] |
| 交差角  | $\Delta\theta$       | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta\phi$         | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta D_{1,2}$     | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta\theta_{1,2}$ | $\pm 1.88 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 1.88 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta\phi_{1,2}$   | $\pm 1.08 \times 10^{-5}$ [rad] | $\pm 1.08 \times 10^{-5}$ [rad] |

表 4.4: 基板間距離  $1.8\text{mm}$  のエタロンを用いた場合のアライメント精度

## 4.4.5 大型化の問題点

Jamin 型の大型化とは、エタロンの基板間距離の拡大と 2 つのエタロンの間の距離の拡大の 2 つがあるが、特に障害になるのはエタロンの基板間距離の拡大である。エタロン間の距離の拡大については後述するが、Jamin 型干渉計では大型化に際してこちらはあまり問題にならない。

エタロンの基板間距離の拡大によるビームの完全分離は高感度化の上では非常に重要なファクターであるが、今のところエタロンの基板間距離は  $200\mu\text{m}$  のものまでしか作られていない。 $200\mu\text{m}$  のものは 2 経路をなんとか分離できているようであるが、中性子干渉がしっかりと見えているものは  $10\mu\text{m}$  のものまでである。これは単純に基板間距離を拡大すると干渉計を組むのが難しくなるためであるが、ここではその理由を考察する。

基板間距離を拡大した場合、上記の 3 つの基板間距離 ( $10\mu\text{m}$ 、 $200\mu\text{m}$ 、 $1.8\text{mm}$ ) を比較してみると、基板間距離を拡大することによって要求される精度が厳しくなるのはエタロンの配置の要求精度だけでエタロンの組み立て精度にはほとんど変化がないことが分かる。これは基板間距離がどのパラメータに影響するかを考えれば理解できる。エタロンの組み立て精度のパラメータ ( $\Delta D_{1,2}$ 、 $\Delta\theta_{1,2}$ 、 $\Delta\phi_{1,2}$ ) は分割した 2 経路のうち片方にしか影響を与えず基板間距離にほとんど影響を受けないが、エタロンそのもののアライメントパラメータ ( $\Delta\theta$ 、 $\Delta\phi$ ) は変化させると 2 経路の両方が影響

を受け、大きく光路差を生じさせる。この生じる光路差は主に後段のエタロンの基板間の空間で生じ、エタロンの基板間距離を拡大すると生じる光路差も大きくなるためエタロンのアライメントの要求精度が厳しくなる。

以上のことから、エタロンの基板間距離を拡大する際に問題となるのは素子（エタロン）の配置の精度が厳しくなることであると分かる。つまり、エタロンの組み立て精度は現状の技術（平行度、面精度  $\lambda/100$  ( $\lambda = 630\text{nm}$ )) で十分であり、向上を図るべきなのは素子のアライメントの精度である。

#### 4.4.6 エタロン間の距離

干渉計の大型化のもう一つの方向性として、エタロン間の距離の拡大がある。これは 2 経路間の分離距離を拡大するものではないが、エタロン間の距離が拡大すればフェイズシフトを挿入しやすくなったり、重力などの場の相互作用を測定するとき相互作用する経路長を稼げたりと利点は多い。ここではそのエタロン間の距離を変化させていったときに各アライメントパラメータの精度がどのように変化するかを見ておく。

パラメータの要求精度を決定する上で「光路差が可干渉長を超えない」というリミットと、「交差角によって生じるモアレ縞が干渉縞をつぶさない」というリミットがあったが、交差角はエタロン間の距離に対する依存性はないので、ここでは前者のリミットの依存性を見る。

エタロン間の距離がゼロの付近で挙動がおかしくなるのは距離をエタロンの中心同士の距離として定義しているため、ゼロに近づけるとエタロン同士が重なり合ってしまうためである。実際には基板が接触してそれ以上は近づけることはできないため、そのような状況は想定しておらず、挙動がおかしくなっている。

それぞれのパラメータの振る舞いを見ると、明確に依存性を示しているのはエタロンのアライメントの要求精度である。エタロンの組み立て精度はあまり強い依存性を示さない。アライメントの要求精度もそれほど強い依存性は示していないが、エタロン間の距離を拡大するほど要求精度が緩くなっているのが分かる。通常、拡大していけばアライメントの要求精度は厳しくなると思われるが、ここで緩くなっていくのは入射前のスリットと検出器の前のスリットの間距離が大きくなっているためである。スリットの大きさは変えていないから発散角は小さくなり、可干渉長が伸びる。その一方で、広がっていくビームを同じ大きさのスリットで取り出すので、強度が落ちるといったデメリットもある。しかし、Jamin 型でエタロンの基板間距離を拡大する時の問題点はこのエタロンのアライメント要求精度が厳しくなる点であったから、エタロン間の距離はある程度大きくとったほうが有利であると言える。

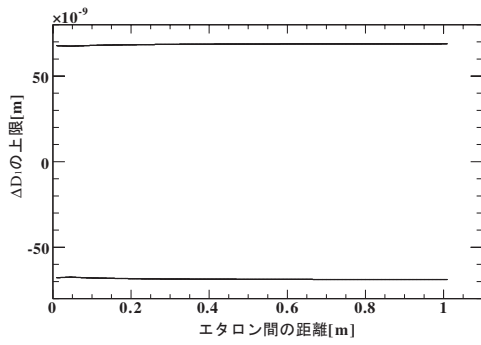


図 4.14:  $\Delta D_1$  要求精度対エタロン間距離

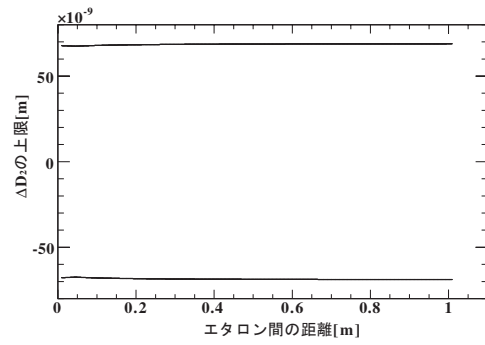


図 4.15:  $\Delta D_2$  要求精度対エタロン間距離

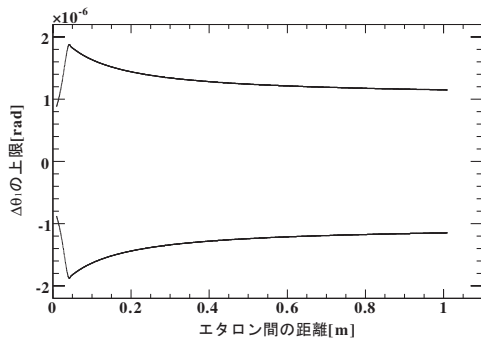


図 4.16:  $\Delta \theta_1$  要求精度対エタロン間距離

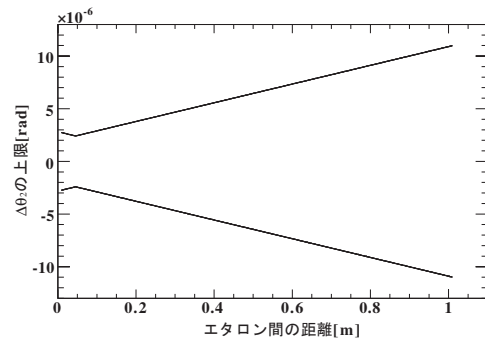


図 4.17:  $\Delta \theta_2$  要求精度対エタロン間距離

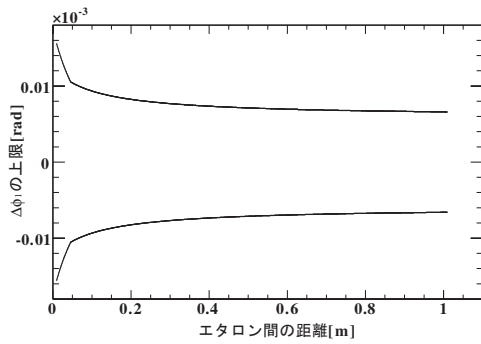


図 4.18:  $\Delta \phi_1$  要求精度対エタロン間距離

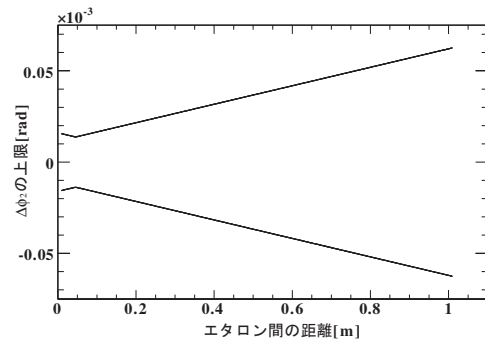


図 4.19:  $\Delta \phi_2$  要求精度対エタロン間距離

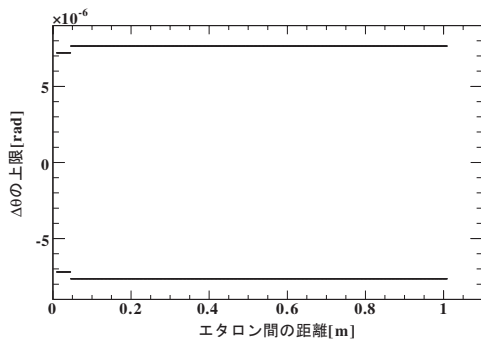


図 4.20:  $\Delta \theta$  要求精度対エタロン間距離

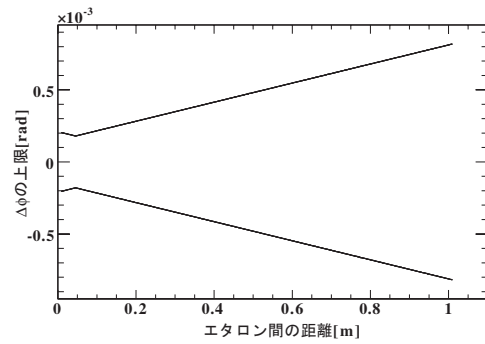


図 4.21:  $\Delta \phi$  要求精度対エタロン間距離

## 第5章 Mach-Zehnder型干渉計

中性子干渉計の高感度化の方法として、Jamin型でエタロンのギャップを拡大するという方法の他に、Mach-Zehnder型干渉計を使うという方法がある。Mach-Zehnder型というのは光学系としてはJamin型と同様のものであるが、Jamin型のエタロンのように2枚のミラーを固定せず、4枚のミラーがそれぞれ自由に動く。そのためMach-Zehnder型は制御すべきパラメータが多く、アライメントが難しいが、その分自由度が高く、経路も大きく分けることができる(図5.1)。また、Jamin型のように基板のミラー面をビームが2度通ることがないため、ミラーを大きく貼ることが出来、ビーム強度を稼ぐことができる。以下ではJamin型のエタロンと同じ基板(表4.1を使用するとする。

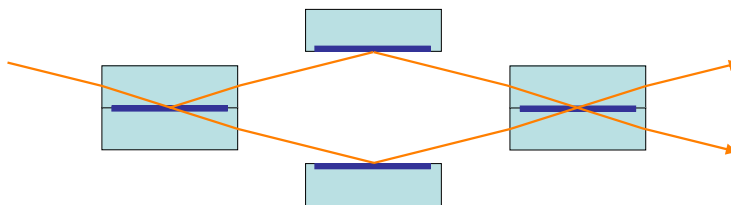


図 5.1: Mach-Zehnder 型干渉計

### 5.1 4枚基板型と6枚基板型

Mach-Zehnder型干渉計の特徴は4枚のミラーをそれぞれ独立して制御することによって2経路を大きく分離できる点にある。4枚のミラーを独立に制御する場合、最もスタンダードなのはそれぞれのミラーを1枚の基板に貼り付け、それを一つの素子とするものである。これを4枚基板型と呼ぶことにする(図5.2)。

一方で、図5.1のようなタイプを6枚基板型と呼ぶことにする。これは最初と最後のハーフミラーを2枚の基板で挟み、エタロンのような形状にすることで4枚基板型のような点対称の形から線対称(かつ点対称)の形にしたことに大きな意味がある。

4枚基板型のような点対称の形は図5.2に示すようにミラーの配置が入射角に依存する。実際のビームにはある程度の太さがあり、その範囲内で発散角をもつため、厳密に言えば入射角は中性子毎に異なる。そのためミラーの配置が入射角に依存する4枚基板型は好ましくない。一方で6枚基板型はミラーの配置(角度)が入射角に依存

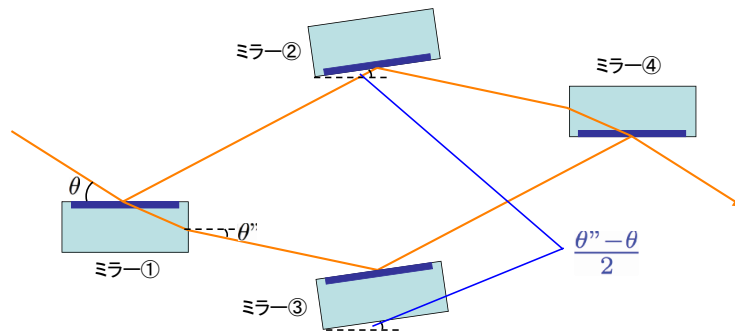


図 5.2: 4 枚基板型

せず、この問題を回避できる。また、6 枚基板型はいくつかのアライメントパラメータをエタロン型ミラーの組み立て精度に押し込むことが出来るため、アライメントパラメータを減らすことが出来る。これについては後述する。

さらに、次の章で扱う白色干渉法を用いたアライメント機構を使用するには、素子の配置（特に角度）が入射角や屈折率に依存するのは好ましくない。中性子とレーザー光では合成石英に対する屈折率が大きく異なるため（中性子  $\sim 1$ 、レーザー光  $\sim 1.46$ ）、同じ干渉計に中性子とレーザー光を同時に通すことが出来ない。これは 6 枚基板型ではレーザー光の入射角を調整することで回避できる。そのため、本研究では 6 枚基板型の Mach-Zehnder 型干渉計について取り扱う。

## 5.2 セットアップ

全体のセットアップを（図 5.3）のようにする。全体は Jamin 型より大きくしてあるが、これは実際には素子と素子の間にフェイズシフターを挿入するため、そのスペースををそろえるためである。つまり、Jamin 型のエタロン間の距離と Mach-Zehnder 型のミラー①、②間の距離をそろえてある。

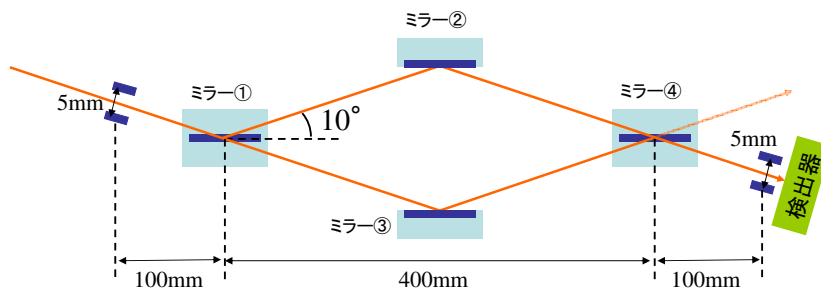


図 5.3: Mach-Zehnder 型干渉計のセットアップ

### 5.3 ビームプロファイル

第 3 章や Jamin 型の章で論じたように、最終的に検出器に到達するビームのプロファイルは干渉計のセットアップに依存する。以下では Jamin 型のとくと同様に Mach-Zehnder 型のセットアップでのビームプロファイルを導出していく。

#### 5.3.1 発散角

発散角は Jamin 型のとくと同様に (4.34) 式で与えられる。ここではその具体的な値を求めるために  $l$ 、 $w_1$ 、 $w_2$  の値を算出する。

$l$  は Jamin 型と同様に素子と素子の間にフェイズシフターを挿入するのに十分な長さをとるが、Jamin 型との比較のために素子間の距離を合わせておく。つまり、Jamin 型でのエタロン間の距離と、Mach-Zehnder 型のミラー①とミラー②、③間の距離、ミラー②、③とミラー④間の距離が等しくなるようにする。すると  $l$  は

$$l \simeq 600 / \cos \theta \quad (5.1)$$

$$\simeq 609 \text{ [mm]} \quad (5.2)$$

となる。また、ここでも Jamin 型のとくと同様に、屈折率による効果は無視している。

$w_1$ 、 $w_2$  も Jamin 型と同様にビームサイズ、即ちミラーサイズによって決める。Mach-Zehnder 型は Jamin 型と違い、基板の全面にミラーを貼ることが出来、また 2 経路を十分に分離することが出来るため、ビームサイズを大きくすることが出来る。ミラーの基板として Jamin 型のエタロンに用いたものと同じ基板を使用すると、その有効領域全面にミラーを張るとすると、直径 30mm のミラーを作ることが出来る。そうするとビームサイズ  $w$  はミラーサイズを  $s = 30 \text{ [mm]}$ 、入射角を  $\theta = 10 \text{ [deg]}$  として

$$w = s \times \sin \theta \quad (5.3)$$

$$\simeq 5.2 \text{ [mm]} \quad (5.4)$$

となる。切りよく  $w = 5.0 \text{ [mm]}$  として、スリットのサイズ ( $w_1, w_2$ ) をこれに合わせて、(4.34) 式より

$$\sigma_\theta \simeq 3.35 \times 10^{-3} \text{ [rad]} \quad (5.5)$$

と求めることが出来る。

#### 5.3.2 反射率の波長依存性

第 3 章で設計したミラーに上述の発散角でビームが入射したときの波長に対する反射率は (図 5.4 ~ 5.7) の通りである。

以降は、Jamin 型のとくと同様に、全反射ミラーは Ni:105Å/Ti:82Å のもの (図 4.9)、ハーフミラーは Ni:103Å/Ti:78Å のもの (図 4.11) で考えていく。

## 全反射ミラー

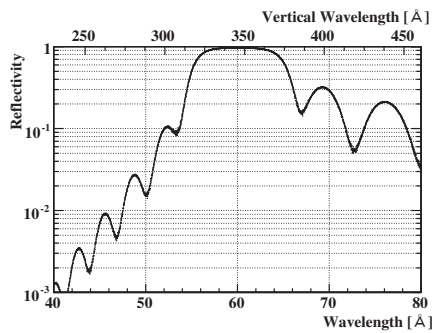


図 5.4: 20 層 Ni:105Å/Ti:82Å

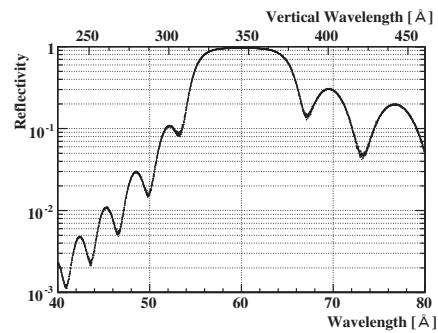


図 5.5: 20 層 Ni:92Å/Ti:92Å

## ハーフミラー

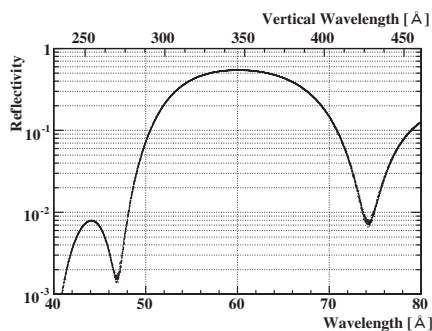


図 5.6: 8 層 Ni:103Å/Ti:78Å

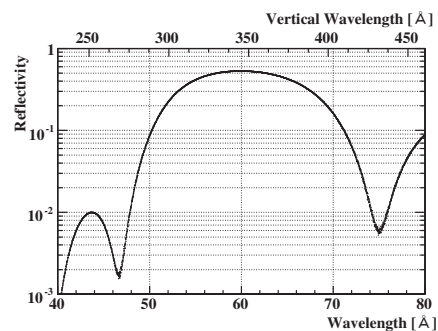


図 5.7: 8 層 Ni:89Å/Ti:89Å

## 5.3.3 検出器に到達するビームのプロファイル

Mach-Zehnder 型干渉計では 2 箇所中性子を検出することが出来る。(図 5.3) のようにそれぞれ検出器①、検出器②とすると、検出器①では上の経路はハーフミラーでの反射 2 回、全反射ミラーでの反射 1 回、下の経路はハーフミラーでの透過 2 回、全反射ミラーでの反射 1 回であるのに対して、検出器②では Jamin 型と同じく両方の経路が全反射ミラーでの反射、ハーフミラーでの反射、透過を 1 回ずつ経由する。本論分では以降、簡単のため、また Jamin 型との比較のために検出器②での検出を想定して考察を進めていく。

Jamin 型の時と同様に、ここではビームラインからのビームがすでにモノクロメータなどによって波長分解能 (FWHM) 5.3% まで単色化されているものとする。十分に単色化されていない中性子ビームは干渉計のミラーが波長依存性 (図 5.4~5.7) をもつために単色化されていくが、ここでは波長分解能 5.3% と十分に単色化されたビー

ムを入射しているなのでその影響はほとんど現れず、検出器に到達するビームプロファイルも波長分解能 5.3%を保っているとする。

## 5.4 素子のアライメントの精度と光路差

Jamin 型のとおりと同様に可干渉長、交差角による素子のアライメント要求精度を算出していく。

### 5.4.1 光路差と交差角

Jamin 型のとおりと同じことを今回は Mach-Zehnder 型のセットアップで計算していく。

#### 可干渉長

(2.30) 式の  $L_L$ 、 $L_T$  どちらか一方をゼロにした場合をしてみる。このとき可干渉長は (4.41) 式で表される。

まず  $L_L$  について試みる。こちらの方向は干渉計のセットアップに依存せず、ビームの波長分解能のみで決まるので、Jamin 型と等しく

$$L_L \simeq 2.55 \times 10^{-8} \text{ [m]} \quad (5.6)$$

である。

$L_T$  はスリットのサイズや経路の長さに依存するので Jamin 型とは値が異なるが、考え方は同じで  $\sigma_{kT}$  は (4.49) 式で表される。今、 $w_{slit} = 5.0 \text{ [mm]}$ 、 $l = 609 \text{ [mm]}$ 、 $\lambda_0 = 6.0 \text{ [nm]}$  であるから、

$$\sigma_{kT} \simeq 3.51 \times 10^{-3} \text{ [nm}^{-1}] \quad (5.7)$$

となり、(4.41) 式から

$$L_T \simeq 4.03 \times 10^{-7} \text{ [m]} \quad (5.8)$$

と求まる。

#### 交差角

検出器の有感領域はスリットの幅に等しく、

$$\Xi = 5.0 \text{ [mm]} \quad (5.9)$$

であるとする。(2.39) 式より、

$$\Delta\theta_{cross} \ll 1.2 \times 10^{-6} \text{ [rad]} \quad (5.10)$$

が導かれる。



## 5.4.2 アライメントすべきパラメータ

Mach-Zehnder 型干渉計でアライメントすべきパラメータを（図 5.8）に示す。ミラー①を基準とし、それに対するそれぞれの素子の相対的なずれを考える。ここでも Jamin 型の時と同様にいくつかのパラメータは除外しているが、これは多少ずれても光学系に影響を与えないためである。また、ミラー②とミラー③は対象であり、ミラー③の値はミラー②と等しいため、以下ではミラー②のみを扱う。以下で扱うアライメントの要求精度はこれらのパラメータのうちの一つを動かしたときに可干渉長や交差角の制限を越えない上限の値である。

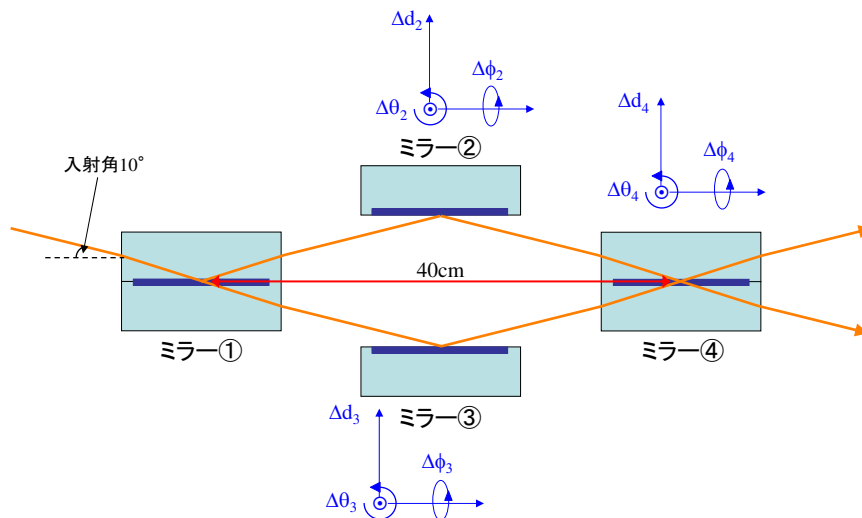


図 5.8: Mach-Zehnder 型のアライメントパラメータ

## 5.4.3 要求されるアライメントの精度

以上の条件で各素子をアライメントすべき精度を算出したものが（表 5.1）である。

|      |                 | ミラー②,③                          | ミラー④                            |
|------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 可干渉長 | $\Delta d$      | $\pm 6.95 \times 10^{-8}$ [m]   | $\pm 6.95 \times 10^{-8}$ [m]   |
|      | $\Delta \theta$ | $\pm 6.61 \times 10^{-7}$ [rad] | $\pm 1.78 \times 10^{-6}$ [rad] |
|      | $\Delta \phi$   | $\pm 3.81 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 1.03 \times 10^{-5}$ [rad] |
| 交差角  | $\Delta d$      | —————                           | —————                           |
|      | $\Delta \theta$ | $\pm 6.00 \times 10^{-7}$ [rad] | $\pm 6.00 \times 10^{-7}$ [rad] |
|      | $\Delta \phi$   | $\pm 3.46 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 3.46 \times 10^{-6}$ [rad] |

表 5.1: Mach-Zehnder 型干渉計のアライメント精度

## 5.4.4 エタロン型ミラーの組み立て精度

上述したが、Mach-Zehnder 型干渉計ではエタロン型のミラーを使って 6 枚基板型にすることによって、アライメントパラメータのいくつかをエタロン型ミラーの組み立て制度に押し込むことが出来る。具体的には、ミラー④のミラー平面を傾けないような回転とミラー④の水平方向の移動である。これらを 4 枚基板型についてそれぞれ  $\Delta\zeta_4$ 、 $\Delta d_{4x}$  とする（図 5.9、5.10）。このパラメータの要求精度を表 5.2 に示す。

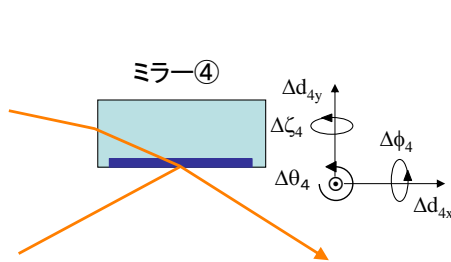
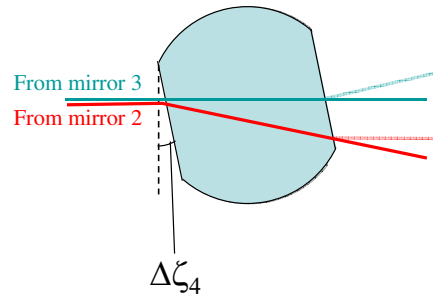


図 5.9: 4 枚基板型のミラー④

図 5.10:  $\Delta\zeta_4$ 

## 可干渉長

|                 |                                 |
|-----------------|---------------------------------|
| $\Delta d_{4x}$ | $\pm 1.25 \times 10^{-5}$ [m]   |
| $\Delta\zeta_4$ | $\pm 1.44 \times 10^{-3}$ [rad] |

## 交差角

|                 |                                 |
|-----------------|---------------------------------|
| $\Delta d_{4x}$ | —                               |
| $\Delta\zeta_4$ | $\pm 5.92 \times 10^{-4}$ [rad] |

表 5.2:  $\Delta d_{4x}$ 、 $\Delta\zeta_4$  のアライメント精度

4 枚基板型では、このアライメントが必要になるが、6 枚基板型ではこのパラメータは 2 枚の基板の組み立て精度として組み込まれ、その要求精度は表 5.2 の値とほぼ一致する。

更に 6 枚基板型では、分割された 2 経路が線対称であればよいため、ミラー②、③を一つの大きなエタロンとして組み合わせることが出来る可能性がある。分割された 2 経路が線対称であるためには、ミラー②、③の平面の中間面がミラー①、④の平面と一致しさえすればよい（図 5.11）。この図 5.11 ではミラー④も調整のために水平方向に平行移動しているが、ミラーはそれなりの大きさをもっているため、よほど大きくミラー②、③が傾かない限りミラー④は移動させなくても問題ない。この方法では、本来線対称にアライメントすべきミラー②、③を固定してしまうため、別々に制御するよりもミラー②、③が平行の場合で 2 倍程度要求精度が厳しくなり、ミラー②、③

の傾き（組み立て精度）に応じて要求精度が厳しくなっていくデメリットもあるが、アライメントすべき素子の数を一つ減らせるというのはアライメント機構を組む上で非常に有効である。

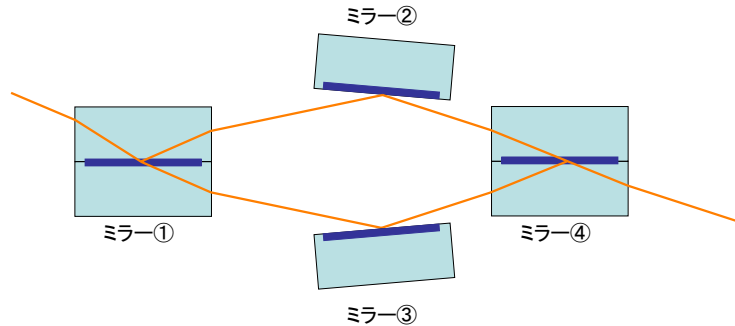
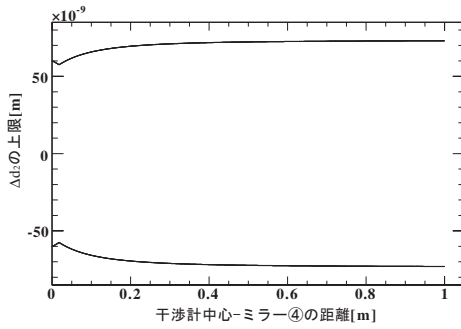
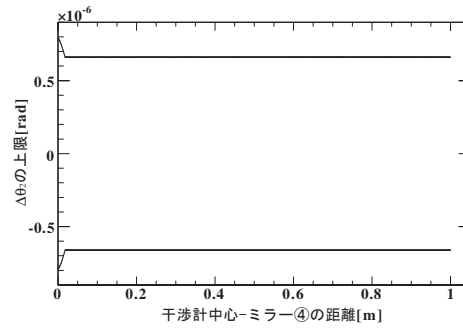
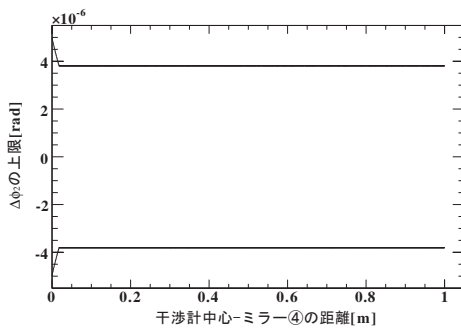
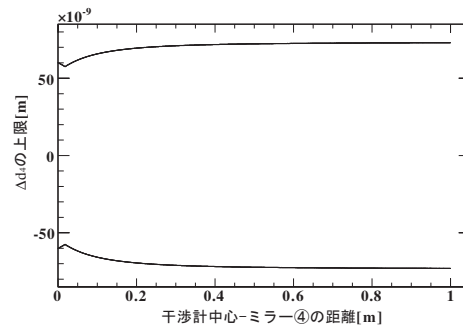
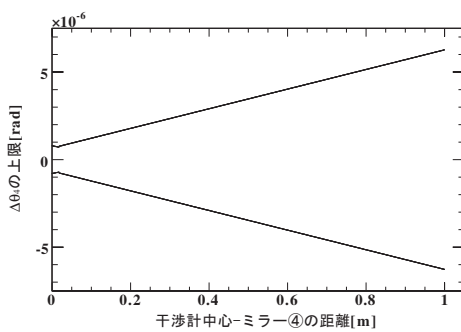
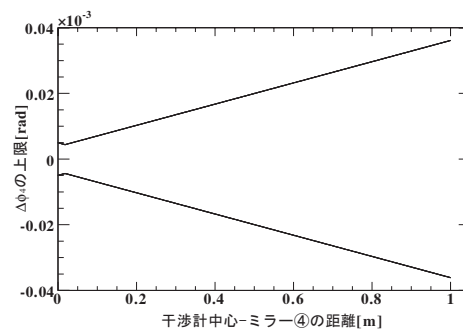


図 5.11: 6 枚基板型-ミラー②、③ 固定の可能性

#### 5.4.5 素子間の距離

Mach-Zehnder 型も Jamin 型と同様に大型化が求められるが、ビームの分離（2 経路の開き角）は多層膜ミラー製作上の理由から、 $20^\circ$  程度が限界であることは既に述べた。ここでは大型化のもう一つの方向として、単純に系を拡大していく場合に各素子のアライメントの要求精度がどう変化していくかを見る（図 5.12 ~ 5.17）。このように単純に拡大する場合、交差角は変化しないので可干渉長によるリミットのみを見る。図の横軸は干渉計の中心を原点としたときのミラー④の座標、縦軸は各素子のアライメントの要求精度である。

これらの図を見ると、ミラー④の角度のアライメント以外はほとんど干渉計のサイズに依存しないことが分かる。そのミラー④の角度のアライメントも Jamin 型の時と同じ理由で大型化すると要求精度は緩くなるため、ミラー④よりも数倍厳しいミラー②、③のアライメント要求精度が達成できれば、かなりの大型化が可能である。

図 5.12:  $\Delta d_2$  要求精度対素子間の距離図 5.13:  $\Delta \theta_2$  要求精度対素子間の距離図 5.14:  $\Delta \phi_2$  要求精度対素子間の距離図 5.15:  $\Delta d_{4y}$  要求精度対素子間の距離図 5.16:  $\Delta \theta_4$  要求精度対素子間の距離図 5.17:  $\Delta \phi_4$  要求精度対素子間の距離

## 第6章 アライメント機構の考案

Mach-Zehnder 型干渉計の方が Jamin 型干渉計よりも要求精度が厳しいため、本研究では Mach-Zehnder 型のアライメント機構を作成することを目標とする。Jamin 型干渉計は基板間距離の狭いエタロンを用いたものは実績があり、また第4章、第5章で算出した要求される素子のアライメントの精度比較から考えても Mach-Zehnder 型干渉計のアライメント機構を Jamin 型干渉計に転用するのは容易である。

### 6.1 高分解能アライメント機構の難点

干渉計の素子のアライメント機構を考える上で、問題となるのは位置の測定方法である。要求精度を満たすような分解能のアライメント用ステージは実は既に存在する。ピエゾ素子を用いたステージなどは、直動、傾斜共に非常に高分解能なものが存在している。

しかし、現在までこのようなステージを利用した厳しいアライメント精度を求められる干渉計が組まれなかったのは、素子の位置を測定する方法がなかったためである。ステージがどれほど高分解能であっても、現在の素子の位置が基準となる位置からどれだけずれているかを測定する方法がなければ動かしようがない。本研究では、この問題を解決するために白色干渉法を利用したアライメント機構を提案する。この手法では個々の素子の位置を測定するのではなく、2経路の間の光路差を測定する。そのため個々の素子の位置を基準となる位置に合わせるのではなく、2経路の間の光路差がゼロになるように全体を調整するという方針をとる。

### 6.2 白色干渉法

白色干渉法とは、波長分布がある程度の幅を持つ光（白色光）を入射させ、検出される光強度のピークの位置で2経路間の光路差を測定する手法である。この手法はすでに物質の表面の形状を探るために実用化されており、垂直方向では0.1～3nmの分解能を実現している[14]。この装置は Michelson 型や Mirau 型の干渉計を利用しており、ミラーの一つを表面形状を測定したいサンプルに置き換えた構造になっている。図6.1に Michelson 型干渉計の概略図を示す。

この装置は Michelson 型干渉計を利用した顕微鏡のような形状をしているが、アライメントすべき素子がサンプルであると考えれば Mach-Zehnder 型の極冷中性子干渉計にこの技術を転用するのはそう難しいことではない。これが実現できれば、白色で

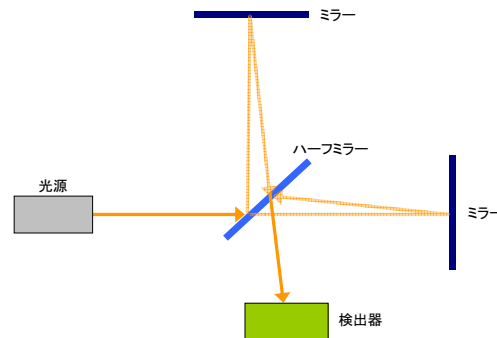


図 6.1: Michelson 型干渉計

あった光が検出器ではどの波長の位置にピークを持つかを見ることで 2 経路間の光路差（位相差）を測定することが出来る。この手法を用いれば光路差を 3nm 以下に合わせられるので、可干渉長 26nm に対して十分な精度であるといえる。

またこの方法では、各素子の位置を測定して理想的な位置に合わせるのではなく、2 経路の光路差だけを測定するので交差角は測定できない。しかし、ある程度の太さをもったビームが一様に光路差 3nm 以下に合わせられるとすると、2 経路の間に生じる最大の交差角を見積もることができる。例えば、ビームの太さが 5.0mm であったとすると、交差角は  $6.0 \times 10^{-7}$  [rad] 以下である。これは交差角の上限が 1mrad 程度であった（(5.10) 式）ことを考えると、要求を満たしている。また交差角の上限は検出器の有感領域の大きさによって決められていたので（式 2.39）、ピクセル検出器などの有感領域が小さいものや CCD のように高い位置分解能を持つ検出器を利用すれば交差角の上限は大きく緩和される。これらのことから、交差角についても要求精度を満たすことが可能である。

### 6.3 Mach-Zehnder 型極冷中性子干渉計への適用

Mach-Zehnder 型極冷中性子干渉計にレーザー光を通す場合、中性子と同じ入射角で入射すると、屈折率の違いから光軸が各ミラーの中心を通らず、検出器に到達するビームが細くなるため強度が落ちる。そこで、前章で示したように 6 枚基板型では入射角を変えても問題はないので、この極冷中性子用干渉計で最大の強度を得られるように（光軸が書くミラーの中心を通過するように）レーザー光の入射角を調整する。その入射角は  $10.415^\circ$  である。前述した通り入射角は多少変化しても干渉計としては機能するので、この値はそれほど精度を要求される値ではないが、あまりずれるとレーザー光の強度の低下やカバーできるミラーの面積の減少が起こる。ミラー面のアライメントを考えるとレーザー光が通過しない部分は出来るだけ減らすべきである。

以下に実際に設計した干渉計の全体図とそのアライメントパラメータを記す（図 6.2）。アライメントの要求精度の計算ではミラー①を固定して基準としたが、実際の

装置では入射角の調整や他の素子との相対的な位置の補正のためにミラー①にもアライメント機構が必要である。

ここでは、ミラー②、③を固定するものとして設計している。前章で述べたようにアライメントの要求精度が厳しくなるデメリットはあるが、それにも増してアライメントする素子の数が減るメリットは大きい。それを踏まえた上で必要になるアライメント用ステージを考える。この干渉計は2つの経路が線対称になることが重要なポイントであったが、そのためにはミラー①、ミラー②、③の中間面、ミラー④が同一平面内であればよかった。そのため、その平面内での多少のずれは容認できる。これらのことから最低限必要なステージは、図 6.2 の  $x - y$  平面を水平面 ( $-z$  が重力の方向) とすると、各々の素子について直動ステージ ( $\Delta d_y$ ) 1 台、回転ステージ ( $\Delta \theta$ ) 1 台、傾斜ステージ ( $\Delta \phi$ ) 1 台が必要であることが分かる。

この白色干渉法による光路差の測定とアライメント用精密ステージによる制御を組み合わせれば、2 経路の間の光路差を可干渉長 26nm に対して十分に小さい 3nm 以下におさえることが可能である。また、交差角も上限の 1mrad に対して 0.6mrad 以内に抑えることができ、必要に応じて有感領域の小さい検出器を選択すれば交差角も十分に要求されるリミット内に収めることが可能なアライメント機構を組むことが出来る。

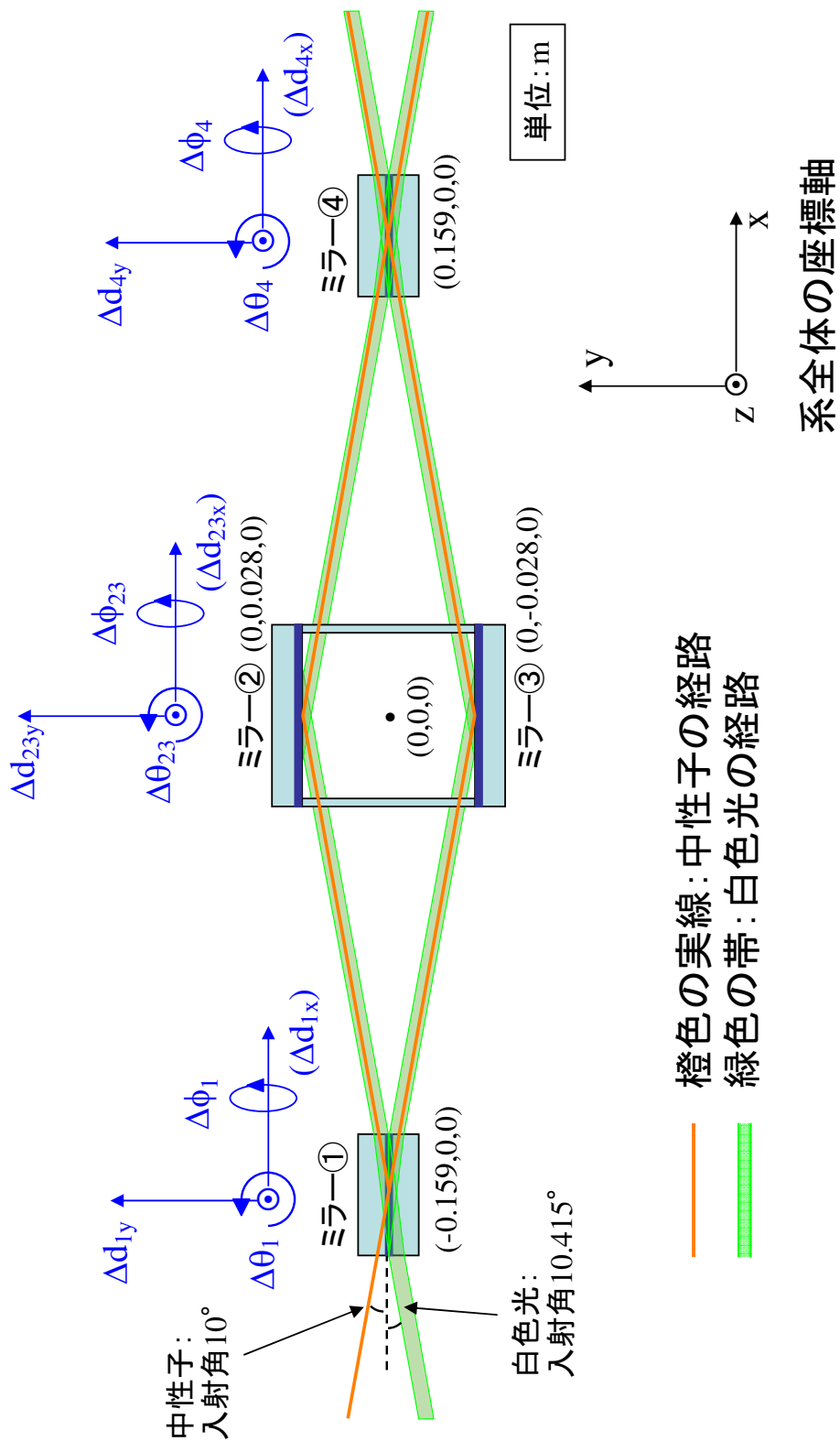


図 6.2: 干渉計全体図とアライメントパラメータ



## 第7章 まとめ

今日まで、熱中性子や冷中性子を用いた中性子干渉計は目覚ましい成果を挙げ、中性子干渉計が基礎物理の強力な実験手法であることを示してきた。その中性子干渉計の更なる高感度化のため、極冷中性子を用いた干渉計の開発を検討した。

中性子干渉計は長波長化、大型化すると高感度になるが、今まで最も長波長であった冷中性子はビームスプリッタとなる多層膜の製作技術の限界からビームスプリッタへの入射角は $1^\circ$ 程度しかとれず、ビームを大きく分離することは難しかった。また、入射角が浅いとビーム進行方向から見たミラーのサイズが小さくなり、ビームが細く絞られてビーム強度が下がってしまうという短所もある。しかし、冷中性子より更に波長の長い極冷中性子を使用することによって入射角を $10^\circ$ まで広げることが可能である。そのための全反射用ミラーとハーフミラー（ビームスプリッタ）をそれぞれ設計した。光学ポテンシャル法によってその反射率を計算し、それぞれおよそ90%、50%であることを確認した。反射率は層数が増えるほど高くなるが、全反射用ミラーはこれ以上層数を増やしても反射率の増加は鈍く、また内部応力のために基板がゆがむため20層とした。

また、Jamin型極冷中性子干渉計に用いるエタロンの基板間隔を拡大し、より大きくビームが分離できるエタロンを設計した。このエタロンではビームは1.8mmの間隔で完全に分離する。更に、そのエタロンを用いたJamin型干渉計とMach-Zehnder型干渉計の開発を各素子のアライメントの要求精度などの面から検討した。その結果とJamin型、Mach-Zehnder型の特徴をまとめたものを表7.1に示す。

この表から、干渉計が実現できた場合の自由度はMach-Zehnder型干渉計の方が高いが、アライメントの要求精度はJamin型より10倍程度厳しくなることが分かる。

|                       | Jamin 型                        | Mach-Zehnder 型                 |
|-----------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 素子数                   | 2                              | 4                              |
| アライメント自由度 (自由度 × 素子数) | $2 \times 2$                   | $3 \times 4$                   |
| ミラーサイズ自由度             | 小                              | 大                              |
| 2 経路の分離               | 小                              | 大                              |
| 全体の形の自由度              | 小                              | 大                              |
| 位置 (平行移動) アライメント要求精度  | —————                          | $\pm 7.0 \times 10^{-8}$ [m]   |
| 角度アライメント要求精度          | $\pm 7.7 \times 10^{-6}$ [rad] | $\pm 6.0 \times 10^{-7}$ [rad] |

表 7.1: Jamin 型と Mach-Zehnder 型のまとめ

これらのアライメントを達成するために、要求精度のより厳しい Mach-Zehnder 型のアライメント機構を考案した。既に存在する高分解能のステージと白色干渉法を組み合わせることによって2経路間の光路差を3nm以内に合わせることができ、極冷中性子干渉計における可干渉長26nmに対して十分な精度を達成することが出来る。また交差角についても、5.0mmの太さをもったビームを一様に3nm以下の光路差で合わせられるとすると交差角の上限1mradに対して0.6mrad以下にすることが出来る。更に必要に応じて有感領域の小さい検出器を選択すれば、十分に要求精度を満たすことが出来る。これらの技術、手法を組み合わせたアライメント機構によって極冷中性子干渉計実現の可能性を示した。これにより極冷中性子干渉計が上手く動作すれば、熱中性子を利用したSi単結晶干渉計に比べて重力相互作用の測定では9倍以上、有限の大きさを持ったフェイズシフタの挿入では30倍以上の感度が得られることが見込める。

また位相の量子パラメータ共鳴における微弱な未知相互作用による位相の効果は中性子波長が長いほど大きくなるため、長波長の極冷中性子干渉計が実現できればその効果を測定できる可能性が出てくる。さらに、長波長化することで量子パラメータ共鳴を起こすために必要となる波長の1/4の間隙を持った素子の作成も機械加工が可能な領域に入り、これを利用したナノメートルスケールでの短距離力の探索の実験が行える可能性がある。この実験が実現されれば、極冷中性子干渉計は今までにない非常に強力な実験手法となり得る。

## 謝辞

本研究を進めるにあたって、多くの方々にお世話になりました。私を支えてくださった皆様に、この場を借りて厚く御礼申し上げます。

指導教官である佐貫智行准教授には研究テーマの設定や研究の方針など全体を通してご指導いただきました。まだ研究とはどういうものなのかすら分かっていなかった私を根気強く導いてくださり、ありがとうございます。

京都大学の北口雅暁助教には中性子干渉計のスペシャリストとして様々な助言をいただきました。干渉計に関する知識は北口助教のご指導によって得られたところが大きいと感じています。

また、高エネルギー加速器研究機構の清水裕彦教授をはじめ Neutron Optics and Physics (NOP) グループの皆様からは中性子に関する基礎知識から実験の流れまで、様々なことを学ばせていただきました。実際の現場で、研究とはどういうものなのかを肌で感じることができました。

東北大学素粒子実験研究室の山本均教授をはじめスタッフ、学生の皆様には、学生生活そのものから素粒子に関する知識や技術まで、あらゆる面で支えていただきました。

今こうして修士論文という形で今までの研究をまとめることができたのは、皆様のご協力あってのことだと強く感じています。私の学生生活を支えてくださった皆様に、改めて感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] R. Collella, A. W. Overhauser, and S. A. Werner, Phys. Rev. Lett. 34, 1472 (1975); J. L. Staudenmann, S. A. Werner, R. Collella, and W. Overhauser, Phys. Rev. A21, 1419 (1979).
- [2] HELMUT RAUCH and SAMUEL A. WERNER, Neutron Interferometry, OXFORD SCIENCE PUBLICATIONS (2000).
- [3] V. Gudkov, H. M. Shimizu, G. L. Greene, arXiv:0709.3266 [hep-ph] (2007).
- [4] G. L. Greene and V. Gudkov, Phys. Rev. C75, 015501 (2007).
- [5] Andrew A. Geraci *et al.*, arXiv:0802.2350v2 [hep-ex] (2008).
- [6] H. Rauch, *et al.*, Phys. Rev. A53 902 (1996)
- [7] M. Kitaguchi *et al.*, Phys. Rev. A67, 033609 (2003)
- [8] 麻蒔 立男 著, 薄膜作成の基礎 第4版, 日刊工業新聞社 (2005).
- [9] 北口 雅暁, 修士論文, Jamin 型多層膜冷中性子干渉計の開発, 京都大学 (2001).
- [10] S. Tasaki, T. Ebisawa, T. Akiyoshi, T. Kawai, and S. Okumoto, Nucl. Instr. and Meth. A355, 501 (1995).
- [11] S. Tasaki, Doctor thesis, Dep. of Nuclear Engineering, Kyoto University (1995).
- [12] KITAGUCHI Masaaki, Doctor thesis, Cold-neutron interferometry using beam splitting etalons, Kyoto University (2004).
- [13] Masaaki Kitaguchi *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. 72 (2003) pp. 3079-3081.
- [14] 佐藤 敦; 白色干渉法を利用した最新の表面形状評価技術, 表面技術, Vol. 57, p.554 (2006) .