

修士論文

ILCにおけるヒッグス・電子結合測定のスミュレーション研究 A simulation study of the Higgs-electron coupling at the ILC

2016年2月19日

東北大学理学研究科物理学専攻
学籍番号 B0SM2035

菊池 美裕

概要

標準模型を越えた模型は、ヒッグスの結合に関して標準模型から特徴的なずれのパターンを示す。国際リニアコライダー (ILC) に於けるヒッグス粒子と様々な素粒子との結合定数の精密測定は、この標準模型からのずれのパターンを弾き出し、標準模型を越える新物理の方向性を同定する事が出来る。本研究の目的は、ILC を使ってヒッグスの質量 $M_H = 125\text{GeV}$ 付近でのエネルギースキャンをする事によって、 $\Gamma_{e^+e^-}$ を測ること、若しくはその上限を求める事である。積分ルミノシティを 30.15fb^{-1} 、ビームの偏極率を無偏極とし、既存の電子陽電子衝突実験の 125GeV 付近のハドロニック生成断面積測定値を元に、生成断面積をそのエネルギーでの Luminosity に対応する揺らぎによってランダム生成し、それに $e^+e^- \rightarrow H$ の形をフィットした。

崩壊幅 $\Gamma_{e^+e^-}$ とその崩壊分岐比 $Br_{e^+e^-}$ の測定誤差はそれぞれ、 $1.42 \times 10^{-7}(\text{GeV})$ 、 3.38×10^{-5} となった。上限値を求めるに当たって、標準模型の示す通りヒッグスのピークは検出できないと仮定し、ヒッグスピークの面積の測定誤差を表すガウシアン分布の正の部分の、下から 90% のところを 90% confidence level (C.L.) 上限値とした。 $\Gamma_{e^+e^-}$ の 90% C.L. 上限値は $2.34 \times 10^{-7}(\text{GeV})$ 、分岐比の 90% C.L. は 5.57×10^{-5} となった。ここでは、ビームは無偏極と仮定したが、電子の偏極が 0.8, 陽電子の偏極が 0.3(0.6) だとすると、誤差及び上限値は 0.7(0.5) 倍となる。理論計算から求められる標準模型の $\Gamma_{e^+e^-}$ の値は、本研究で求めた値の 4 桁程小さい値であるが、他の模型の中にはこの崩壊幅が大きいものがある可能性もある。

目次

第 I 部	理論背景	7
1	ヒッグス場とヒッグス-レプトン結合	7
第 II 部	ILC について	10
2	概要	10
3	加速器	11
3.1	電子源と陽電子源	13
3.2	減衰リング	14
3.3	RTML システム及び主線形加速器	15
4	ILD 測定器	17
4.1	PFA(: Particle Flow Algorithm)	17
4.2	概要	18
4.3	飛跡検出器	19
4.4	カロリメーター	20
第 III 部	ILC におけるヒッグス・電子結合測定のシミュレーション研究	22
5	研究目的	22
6	方法	22
6.1	生成断面積の E_{cm} による積分	22
6.2	Luminosity spectrum の影響	24
6.3	Luminosity の見積もり	25
6.4	Luminosity Spectrum (: Yokoya 分布)	25
6.5	H-Z/ γ 干渉	26
6.6	Beam Energy Spread の実験的検証	28
6.7	Energy Scale の校正	30
6.8	データ生成	31
7	結果と考察	37
第 IV 部	APPENDIX	39
8	式の詳細	39

8.1	相対論的な生成断面積の積分	39
8.2	Beam energy spread の影響の式導出詳細	41
8.3	ルミノシティの見積もりへの補足	41
8.4	ビームの偏極率と検出効率	42
	謝辞	44

図目次

1	ヒッグスポテンシャル	9
2	ILC の外観	12
3	電子源	13
4	陽電子源	14
5	減衰リングの構想図	15
6	RTML システムと主線形加速器	16
7	ILC のパラメータ表	17
8	ILD	18
9	非相対論的な spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式の模式図	23
10	Luminosity Spectrum	26
11	干渉項	27
12	干渉項がある場合のピーク形状の例	28
13	Bhabha 散乱のファインマン図	29
14	$\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}}$ の再構成	30
15	Chicane	31
16	$e^+e^- \rightarrow hadrons$ 生成断面積測定値	32
17	$e^+e^- \rightarrow hadrons$ 生成断面積測定値 125GeV 付近拡大図	33
18	10 点フィット	34
19	3 点フィット	35
20	Luminosity 分配率の最適化	37

表目次

1	ILC の運転エネルギーとターゲットとなる物理事象	10
---	-------------------------------------	----

はじめに

2012年7月、欧州原子核研究機構(CERN)の大型ハドロンコライダー(LHC)により質量約126GeVを持つヒッグスらしき粒子が観測された。このヒッグス粒子は標準模型で予言された粒子に非常に近い性質を持つことがわかっている。しかしながら、標準理論のみでは説明出来ない物理が未だに多くあり、それらを解決する為に標準模型を越えた模型が数多く提起されている。標準模型を越えた模型は、ヒッグスの結合に関して標準模型から特徴的なずれのパターンを示す。ILCに於けるヒッグス粒子と様々な素粒子との結合定数の精密測定は、この標準模型からのずれのパターンを弾き出し、標準模型を越える新物理の方向性を同定する事が出来る。本研究ではヒッグスの質量125GeVでの $H \rightarrow e^+e^-$ の崩壊幅 $\Gamma_{e^+e^-}$ に焦点を当てる。標準模型では4MeV程度と極めて小さく、ピークは見えないと予想される。しかし他の模型の中にはこの崩壊幅が大きいものがある可能性もある。そのためにも、ILCにおける上限値をシミュレーションしておく事には意味がある。

第I部

理論背景

1 ヒッグス場とヒッグス-レプトン結合

標準理論に於けるヒッグス場は、ダブレットで表される。

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

宇宙が冷却し、相転移が起こった後のヒッグス場は、ローカルゲージ変換によって、

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ a + \chi \end{pmatrix} \quad (2)$$

と書ける。ここで a と χ は実数で、 a は真空期待値、 χ は真空期待値からの摂動を表す。

荷電レプトンとニュートリノは左巻き部分がSU(2)ダブレット、右巻き部分がシングレットである。

$$L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, e_R, \nu_R \quad (3)$$

荷電レプトンの質量生成に関わるラグランジアンで、SU(2)不変で、かつ荷電が保存されるものは

$$L = \lambda(\bar{L}\phi)e_R + h.c.$$

と書ける。このラグランジアンに対称性が破れた後のヒッグス場を代入すると、

$$\begin{aligned} L &= \lambda \frac{1}{\sqrt{2}} (a + \chi) \bar{e}_L e_R + h.c. \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda a \bar{e}_L e_R + h.c. + \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \chi \bar{e}_L e_R + h.c. \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\bar{e}_L e_R + h.c. = \bar{e} e$$

なので、

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda a\bar{e}e + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda\chi\bar{e}e + h.c.$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda a$ が荷電レプトンの質量で、 $\frac{1}{\sqrt{2}}\lambda$ がヒッグスとレプトンの結合定数である。一般的に、ヒッグスとフェルミオンとの結合定数 (湯川結合定数) と、フェルミオンの質量とは比例関係にある。

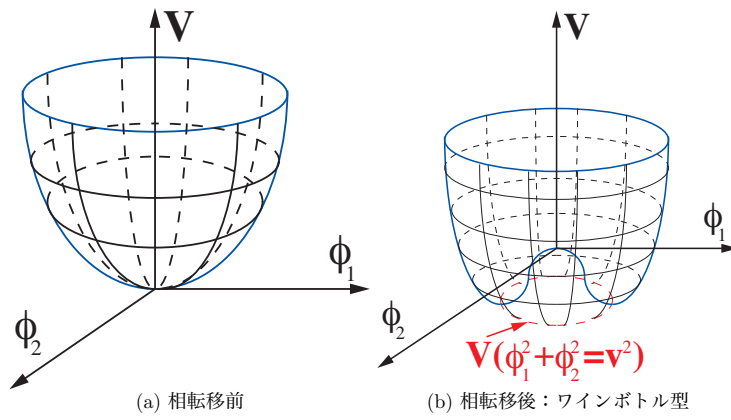


図1 ヒッグスのポテンシャル V

第II部

ILC について

2 概要

国際リニアコライダー (International Linear Collider, ILC) は、全長 31 km の電子・陽電子衝突の線形加速器実験である。その主な目的は、素粒子物理学の標準模型において要となるヒッグス粒子の性質の精密測定、トップの精密測定、標準模型を超える物理の検証をおこなうことである。LC の主な特徴は2点ある。一つは重心系エネルギーを自由に設定できるため、物理のモチベーションに合わせたエネルギーでの閾値測定が可能であること、もう一つは、電子・陽電子ともに偏極率の設定が可能のため、反応率をコントロールして背景事象を抑制することが可能であることである。本研究ではこの2つの特徴を利用して、ILC の重心エネルギー 125GeV におけるヒッグス・電子結合測定のシミュレーションを行った。ILC の予定されている可能な重心エネルギー範囲での物理ターゲットとのうち代表的な物を表1に示す [6][4][5]。

表1 ILC の運転エネルギーとターゲットとなる物理事象。重心エネルギー 250GeV、350GeV、500GeV までによる実験を行い、その後アップグレードにより 1TeV の実験を行うことが計画されている。また、ILC のエネルギーシナリオでは 250GeV、500GeV の積分ルミノシティはそれぞれ 500fb⁻¹、1000fb⁻¹(アップグレード後は 4500fb⁻¹) が予定されている

重心エネルギー \sqrt{s} (GeV)	主崩壊過程	目的
91	$e^+e^- \rightarrow Z$	電弱力についての超精密測定
160	$e^+e^- \rightarrow WW$	W 質量の超精密測定
250GeV	$e^+e^- \rightarrow Zh$	ヒッグス結合の精密測定
350-450	$e^+e^- \rightarrow tt$ $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu} h$ $e^+e^- \rightarrow WW$	トップ質量及び結合の精密測定 ヒッグス結合の精密測定 W 結合の精密測定
500	$e^+e^- \rightarrow t\bar{t}h$ $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ $e^+e^- \rightarrow Zh h$ $e^+e^- \rightarrow \tilde{\chi}\tilde{\chi}h$ $e^+e^- \rightarrow AH, H^+H^-$	トップ湯川結合測定 Z' の探索 ヒッグス自己結合測定 超対称性の探索 拡張ヒッグス模型の探索
700-1000	$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}hh$ $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}VV$ $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}t\bar{t}$ $e^+e^- \rightarrow \tilde{t}\tilde{t}^*$	ヒッグス自己結合測定 複合ヒッグスについての測定 複合ヒッグスと t の測定 超対称性の探索

3 加速器

ILC は電子・陽電子衝突型の線形加速器であるため、これを構成する要素は大別して以下の 3 点となる [1] [2]。

- 電子・陽電子源 (: e^- source, e^+ source)
- 減衰リング (:Damping Ring)
- 主線形加速器 (:Main Linac)

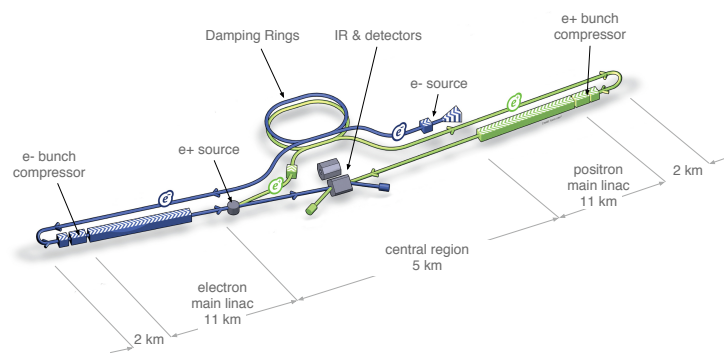


図2 ILCの外観

3.1 電子源と陽電子源

■電子源 ILC の特徴はビーム電子・陽電子を偏極させられることにある。そのために電子源では偏極したレーザーを用いる。

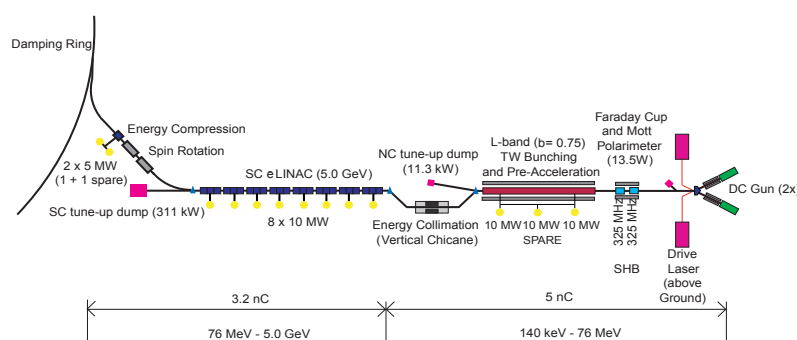


図3 電子源

DC 銃を用いて偏極したレーザーを半導体 GaAs 等に照射すると、光電効果により、140-160 keV の、同じく偏極された電子が放出される。ILC の偏極シナリオにも依るが、目標とする偏極率は $\pm 80\%$ である。そうして得られた偏極電子は、まず常伝導加速空洞に入れられ、バンチと呼ばれる 2×10^{10} 個程度が集まった塊を形成しながら、76 MeV まで加速、さらに超伝導加速空洞により 5 GeV まで加速される。この間、エネルギーコリメータにより偏極電子のエネルギーや入射方向は均一に揃えられ、また減衰リングに入射される前に、超伝導ソレノイドによってスピンも垂直方向に揃えられる。

■陽電子源 一方、陽電子源は電子源で生成された偏極電子を利用している。後述するように電子は最終的に主線形加速器にて 150 GeV まで加速される。ここで電子はアンジュレータと呼ばれる螺旋状の装置を通過する

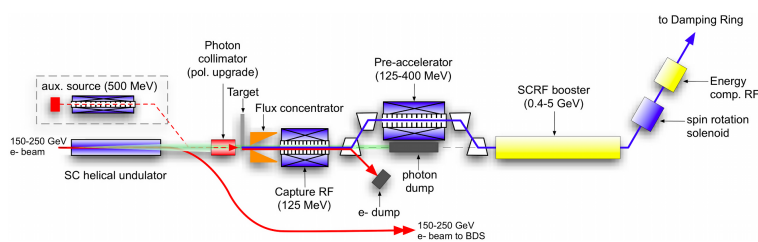


図4 陽電子源

アンジュレータでは磁場の向きが交互に変わっており、この中を電子が通過すると電子は蛇行し、制動放射によりエネルギーを持った光子 (10-30 MeV 程度) を放出する。この光子を厚さ 1.4 cm のチタン合金の円盤に衝突させることで、電磁シャワーを発生し電子・陽電子対を大量に生成する。この時、用いた電子ビームの電子数以上の陽電子を得るために、電子ビームのエネルギーが 150GeV 以上必要となる。これをビームとして調整し、125 MeV まで加速させた後に、磁場をかけることで電子と陽電子は分離され、陽電子ビームが得られる。得られた陽電子は電子と同じく常伝導加速空洞で加速され (400 MeV)、さらに超伝導加速空洞によって 5 GeV まで加速され、スピン方向とエネルギーを与えられた後にキッカーシステムと呼ばれる、瞬間的に磁場を発生させる装置により、減衰リングに注入される。基本設計の段階で $\pm 30\%$ の陽電子偏極が可能とされるが、アンジュレータ増設のスペースが確保されており、アップグレード後は $\pm 60\%$ までの偏極も可能になると予想される。ただしその場合、チタン標の前に光子のコリメータが必要となる。

3.2 減衰リング

5 GeV まで加速された電子・陽電子は減衰リングに入射される。減衰リングの目的はエミッタンスを小さくすることにある。エミッタンスが小さければバンチの広がりも小さくなり、ルミノシティは向上する。

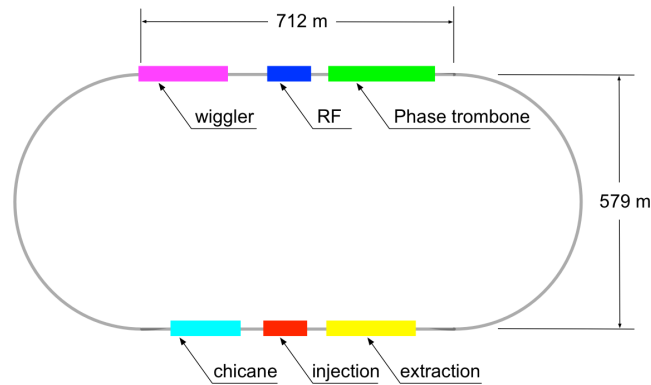


図5 減衰リングの構想図

減衰リングは 712 m の直線部分と、直径 579 m の円弧部分から構成されている。円弧部分で電子・陽電子は制動放射によりエネルギーを失うが、光子の放出は進行方向に向かって行われるので、ビームの運動量の向きは変化せず絶対値のみが減少する。直線部分の一方には高周波キャビティが備え付けられており、制動放射でビームが失ったエネルギー運動量を基準軌道方向成分に回復する。これにより、ビームの運動量的な横の広がり減衰リングを周回する毎に小さくなり、ビームを絞ることができる。以上の原理に基づき、パルス間隔である 200 ms の間にエミッタンスを小さくし、再びキッカーによりバンチは弾き出され、主線形加速器へと運ばれる。

3.3 RTML システム及び主線形加速器

ダンピングリングから弾き出されたバンチは、RTML(:Ring To Main Linac) システムで主線形加速器まで運ばれる。RTML システムは以下に示すような、いくつかの段階から構成されている。

- 5 GeV の電子バンチを輸送するライン (ELTL)
- ータロンおよびエネルギーコリメータ (ERTL)
- 180 度 反転 (ETURN)
- ビーム偏極方向を整える装置 (ESPIN)
- バンチ長を数 mm から数百 μ m に圧縮するコンプレッサ (EBC1EBC2)

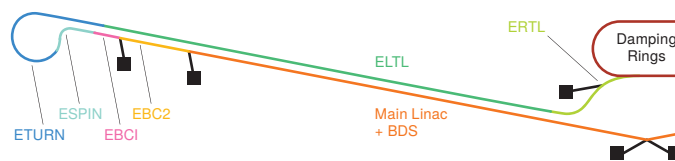


図6 RTML システムと主線形加速器

陽電子バンチにも同様のシステムが使用され、装置の呼称には「E」の代わりに「P」が用いられる。シミュレーションに依れば、ダンピングリングを出たバンチのエミッタンス増加は、RTML システムにより許容範囲内に収まる。バンチコンプレッサは 5 GeV のバンチを 15 GeV まで加速する役割も担っている。主線形加速器は 15 GeV のビームを、最大で 250 GeV まで加速させる役割を持っている。電子・陽電子合わせて全長 22 km の加速空洞には超伝導技術が使われており、キャビティは 2 K の液体ヘリウム槽により冷却しつつ、およそ 1.5 GHz の周波数で運用される 予定である。平均して 31.5 MV/m の加速勾配が要求される。

図 7 の表は、ILC 加速器の重心エネルギーごとのパラメータである。この表のよりトレインの長さは 1 ms で、大体 1300 バンチ入っており、トレイン間の距離は 199ms となることが分かる。Electron linac rate が 250GeV だけ 10Hz と、Collision rate の二倍となっているのは、ビームエネルギーが先に述べた陽電子生成の要求するエネルギー 150GeV より低い為である。この時、陽電子の生成用に別途 150GeV 以上に加速した電子ビームが必要となる。その為、重心エネルギー 300GeV 以下の測定では Electron linac rate は Collision rate の二倍の 10Hz となる。これは本研究の重心エネルギー 125GeV の時も同様となる。

図7 ILC のパラメータ。250-500GeV ベースライン及び Luminosity と、アップグレード後のパラメータ。

			Baseline 500 GeV Machine			1st Stage	L Upgrade	E_{CM} Upgrade	
			250	350	500	250	500	A	B
Centre-of-mass energy	E_{CM}	GeV	250	350	500	250	500	1000	1000
Collision rate	f_{rep}	Hz	5	5	5	5	5	4	4
Electron linac rate	f_{linac}	Hz	10	5	5	10	5	4	4
Number of bunches	n_b		1312	1312	1312	1312	2625	2450	2450
Bunch population	N	$\times 10^{10}$	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.74	1.74
Bunch separation	Δt_b	ns	554	554	554	554	366	366	366
Pulse current	I_{beam}	mA	5.8	5.8	5.8	5.8	8.8	7.6	7.6
Main linac average gradient	G_a	MV m ⁻¹	14.7	21.4	31.5	31.5	31.5	38.2	39.2
Average total beam power	P_{beam}	MW	5.9	7.3	10.5	5.9	21.0	27.2	27.2
Estimated AC power	P_{AC}	MW	122	121	163	129	204	300	300
RMS bunch length	σ_z	mm	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.250	0.225
Electron RMS energy spread	$\Delta p/p$	%	0.190	0.158	0.124	0.190	0.124	0.083	0.085
Positron RMS energy spread	$\Delta p/p$	%	0.152	0.100	0.070	0.152	0.070	0.043	0.047
Electron polarisation	P_-	%	80	80	80	80	80	80	80
Positron polarisation	P_+	%	30	30	30	30	30	20	20
Horizontal emittance	$\gamma\epsilon_x$	μm	10	10	10	10	10	10	10
Vertical emittance	$\gamma\epsilon_y$	nm	35	35	35	35	35	30	30
IP horizontal beta function	β_x^*	mm	13.0	16.0	11.0	13.0	11.0	22.6	11.0
IP vertical beta function	β_y^*	mm	0.41	0.34	0.48	0.41	0.48	0.25	0.23
IP RMS horizontal beam size	σ_x^*	nm	729.0	683.5	474	729	474	481	335
IP RMS vertical beam size	σ_y^*	nm	7.7	5.9	5.9	7.7	5.9	2.8	2.7
Luminosity	L	$\times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	0.75	1.0	1.8	0.75	3.6	3.6	4.9
Fraction of luminosity in top 1%	$L_{0.01}/L$		87.1%	77.4%	58.3%	87.1%	58.3%	59.2%	44.5%
Average energy loss	δ_{BS}		0.97%	1.9%	4.5%	0.97%	4.5%	5.6%	10.5%
Number of pairs per bunch crossing	N_{pairs}	$\times 10^3$	62.4	93.6	139.0	62.4	139.0	200.5	382.6
Total pair energy per bunch crossing	E_{pairs}	TeV	46.5	115.0	344.1	46.5	344.1	1338.0	3441.0

4 ILD 測定器

ILC に設置される測定器は、ILD(International Large Detector) 測定器と SiD 測定器の 2 種類 が計画されている [5]。ILD はアジア・ヨーロッパが中心となって開発し、SiD はアメリカが中心となって開発している。実際の実験では、これら 2 つの測定器を並べてスライドさせ、ビームラインに設置する測定器を交換する、「プッシュプル」という方式を採用する予定である。これにより実験結果を両測定器間で比較することができ、また待機中 f の検出器は、ビームラインの稼働中もメンテナンスすることができる。本解析は ILD 測定器のシミュレーションを用いたサンプルを使用しているため、本節では ILD 測定器について述べていく。

4.1 PFA(: Particle Flow Algorithm)

PFA は ILD 測定器においてジェットのエネルギー・運動量を測定する際に用いられる検出アルゴリズムである。ジェット中には 64% の荷電ハドロン、25% の光子、11% の中性ハドロンが存在するが、その検出に

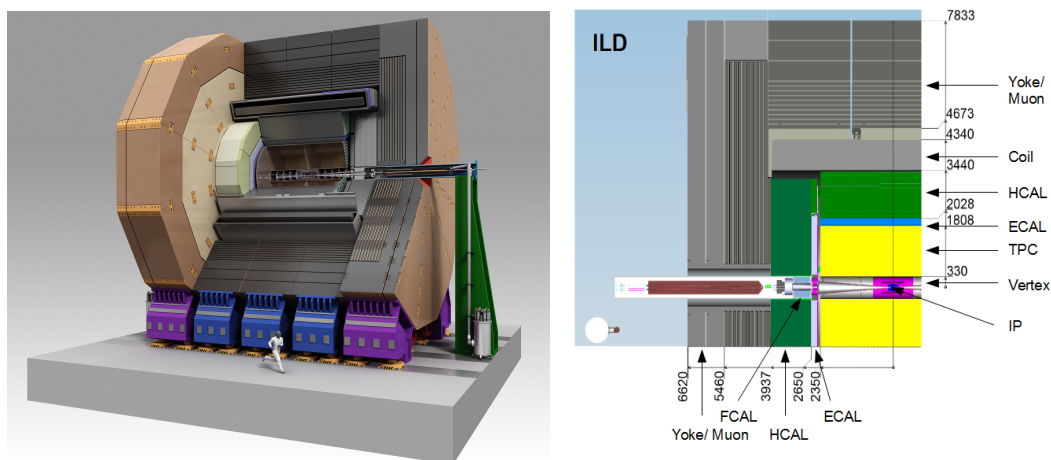
において最も分解能が悪いのはハドロンカロリメータである。また、荷電粒子の運動量測定には、飛跡検出器が最大のパフォーマンスを持つ。そこで、荷電粒子は飛跡検出器、電磁シャワーを起こす粒子は電磁カロリメータ (ECAL)、それ以外の中性ハドロンのみをハドロンカロリメータで、それぞれ検出することにより、ジェットのエネルギー分解能を最大化することが可能となる。検出の流れを以下に書く。

1. 飛跡検出器で荷電粒子の飛跡を再構成 (運動量測定)
2. カロリメータで粒子のクラスタを再構成
3. 荷電粒子を同定し、カロリメータのヒットから除外
4. 残った中性ハドロンのクラスタを再構成
5. 以上の情報からジェットエネルギーを再構成

4.2 概要

図 8 に ILD 測定器の外観図及び断面図を示す

図 8 ILD の外観 (左図) と ILD の断面図 (右図)



測定器は衝突点を囲むようにビーム軸に対称に設計されており、内側から、

- 飛跡検出器

- 崩壊点検出器
- シリコン内部飛跡検出器
- 中央飛跡検出器
- カロリメーター
 - 電磁カロリメーター (ECAL)
 - ハドロンカロリメーター (HCAL)、ソレノイドコイル
- リターンヨーク・ミューオン検出器・前方検出器
 - LumiCal
 - BeamCal
 - ペアモニタ

という構成となっている。

4.3 飛跡検出器

飛跡検出器は、崩壊点検出器 (VTX)・シリコン内部飛跡検出器・中央飛跡検出器・シリコン外部飛跡 検出器から構成されており、これと各カロリメーターが、3.5 T のソレノイドコイルに内包されている。ソレノイドの磁場により荷電粒子は曲げられるが、本節の検出器により飛跡 (曲率半径) が求められれば、磁場の強さから運動量を計算できる。

■崩壊点検出器 (VTX) 崩壊点検出器 (VTX) は2層を1組とした6層構造で、再内層の直径は1.6cm、最外層の半径は6.0cmである。

崩壊点検出器の主目的は b,c クォークの識別と、他の軽いクォークをグルーオンから分離する事である。これは VTX の衝突係数分解能に大きく依存している。クォーク識別の為に要求される性能は、

- 位置解能が $3 \mu\text{m}$
- 多重クーロン散乱を抑える為に一層当たりの物質量が $0.15X_0$ 以下
- ピクセル占有率が数 %

である。ピクセル占有率を低く保つ方法として、2つの信号読み出し方法が考えられている。1つはピクセルを細かくし、チャンネル数を増やす事で、トレイン中の前ヒットを蓄えてもピクセル占有率を低く保つ方法である。この方法は、アメリカで開発されている Chronopixel や日本で開発されている FPCCD で採用されている。2つ目はトレイン中に10から100回程度データの読み出しを行い、ピクセル占有率を低く保つ方法で、フランスの MIMIOS/AROM やドイツの DEPFET が採用している。

4.3.1 シリコン飛跡検出器

シリコン飛跡検出器はシリコン内部検出器 (SIT)、シリコン外部飛跡検出器 (SET)、ETD(End cap Tracking Detector)、そして FTD(Forward Tracking Detector) の4つで構成されている。役割は主に3つあり、1つ目は崩壊点検出器 (VTX) と中央飛跡検出器 (TPC) との間を補完し、飛跡検出器全体の運動量分解能を向上させる事、2つ目は時間情報の取得によるバンチの識別ができるようにすること、そして3つ目が粒子の電磁カロリメーター (ECAL) への入射位置と時間を測定する事である。

SIT は主崩壊点検出器と TPC との間に、SET は TPC とバレル部分との間に設置され、ETD は TPC

とエンドキャップとの間を、FTD は飛跡検出器の内層の前方領域をカバーする。TPC はガス検出器であるため、飛跡構成までに μ s オーダーの時間がかかる。一方バンチ衝突間隔は 369ns と非常に短いため、TPC では再構成した飛跡のバンチを識別する事はできない。そこで SIT と SET とを TPC を挟むように設置し、時間情報を取得しバンチの識別を可能にする。このバンチの衝突の都度情報を記録して行くシステムをタイムスタンプと呼ぶ。

4.3.2 中央飛跡検出器

中央飛跡検出器 (TPC) は飛跡検出器の中央に位置し、荷電粒子の飛跡の三次元的再構成を行う。内部にはアルゴンを主成分とした混合気体が充満しており、荷電粒子が通過によりガスがイオン化する。分離した陽イオンと電子は、全体に一樣に掛けられている電場によりエンドプレートへとドリフトする。エンドプレートではガス増幅機構としてマイクロパターンガス検出器があり、電子雪崩を起こす事で信号として取り出され、エンドキャップ上の xy 平面に飛跡が投影される。またドリフト速度はガスに依存する。これを既知とすると、エンドプレート上の各反応点のドリフト時間から、z 軸方向のドリフト距離が割り出せ、飛跡の三次元的再構成が可能となる。

4.3.3 図中央飛跡検出器

4.4 カロリメーター

カロリメーターでは内部を通過した粒子に「シャワー」を発生させて、エネルギーの測定を行う。発生させる「シャワー」には二種類ある。1つ目が、電磁相互作用による電磁シャワー (γ , 電子) で、これは電磁カロリメーター (ECAL) で生じる、測定される。2つ目が強い相互作用や原子核との衝突によるハドロンシャワー (中性ハドロン、荷電ハドロン、ジェット) で、これは物質の大きな材質から構成されたハドロンカロリメーター (HCAL) で生じ、測定される。カロリメーターの構成は、内側からこの ECAL、次いで HCAL の、そしてビーム軸前方方向をカバーする為の前方検出器、となっている。このカロリメーターでのエネルギー分解能とジェット中の粒子識別能は、PFA のジェットエネルギー分解能の性能を大きく左右する。

4.4.1 電磁カロリメーター (ECAL)

ECAL では光子や荷電ハドロン、電子のエネルギー測定を行う。ECAL に入った荷電粒子や光子は、電磁相互作用による対生成と対消滅を繰り返し、電磁シャワーを発生させる。しかし、これらの粒子以外にも多数の粒子が ECAL 内でシャワーの発生を開始するので (例えば中性ハドロンによるハドロンシャワーの半数は ECAL 内で発生を開始)。複数のシャワーが重複すると粒子の識別が難しくなるため、ECAL は 30 層のタングステン吸収層とセンサー層の組み合わせによって微細分割され、粒子分解能を上げている。

4.4.2 ハドロンカロリメーター (HCAL)

HCAL では中性ハドロン、荷電ハドロン、ジェットのエネルギーを測定する。中性ハドロンの相互作用長は長い為、物質が大きく、かつ大型の検出器となる。

4.4.3 前方検出器

ビーム近くにおかれる検出器であり、測定器全体の検出範囲の向上、ルミノシティの測定、ビームサイズの測定の役割がある。ルミノシティの測定は LumiCal で行われる。具体的には、ルミノシティ L を反応断面積 σ の大きい Bhabha 散乱 ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) のイベント数 N_{Bhabha} を測定して以下の式から見積もられる。

$$L = \frac{N_{Bhabha}}{\sigma} \quad (4)$$

ルミノシティの測定は 0.1% の測定精度が要求されている。また、Bhabha 散乱事象の選択には、衝突点を挟んでおかれる 2 つの LumiCal に電子と陽電子が同時にヒットするという条件を用いる。そのため、2 つの LumiCal の位置を正確に把握する必要がある。

ビームパラメーターやバンチごとのルミノシティの測定は BeamCal とペアモニタで行われる。バンチは強い電磁場をもつため、ビーム同士が近づくと、電子・陽電子は相手のバンチの電磁場により制動放射 (Beamstrahlung) を起こすが、この時発生した光子から電子・陽電子対が発生する。こうして生じた大量の電子・陽電子対をペアバックグラウンドと呼ぶ。BeamCal では自身に衝突したペアバックグラウンドから、ペアバックグラウンドによるエネルギー損失の分布を出し、バンチ毎のルミノシティやビームパラメーターを見積もる。ペアモニタはペアバックグラウンドからビームサイズを測定する。

第 III 部

ILC におけるヒッグス・電子結合測定の実シミュレーション研究

5 研究目的

本研究の目的は、ILC を使ってヒッグスの質量 $M_H = 125\text{GeV}$ 付近でのエネルギースキャンをする事によって、 $\Gamma_{e^+e^-}$ を測ること、若しくはその上限を求める事である。まずは解析の目安として、標準模型での $\Gamma_{e^+e^-}$ の予想値をここで述べておく。LHC のヒッグスクロスセクションワーキンググループのレポート [8] によると、質量 125GeV のヒッグスが $\mu\bar{\mu}$ へ崩壊する時の崩壊分岐比 $Br_{\mu\bar{\mu}} = 2.19 \times 10^{-4} \begin{smallmatrix} (+6.0\% \\ -5.9\%) \end{smallmatrix}$ 、 $\tau\bar{\tau}$ へ崩壊するときの崩壊分岐比 $Br_{\tau\bar{\tau}} = 6.32 \times 10^{-2} \begin{smallmatrix} (+5.7\% \\ -5.7\%) \end{smallmatrix}$ 、ヒッグスの全崩壊幅 $\Gamma_H = 4.07 \times 10^{-3} \begin{smallmatrix} (+4.0\% \\ -3.9\%) \end{smallmatrix} (\text{GeV})$ との理論計算の結果が出ている。 $Br_{e^+e^-}$ については値がなかったため、ここで簡単に計算しておく。ヒッグスとフェルミオンとの結合定数はフェルミオンの質量に比例するので、レプトンの崩壊分岐比はその質量の二乗に比例する。 μ の質量は誤差も少なく、質量も小さいので、例えば $Br_{\mu\bar{\mu}}$ を使って 125GeV のヒッグスから電子への崩壊分岐比 $Br_{e^+e^-}$ を求めると、

$$\begin{aligned} Br_{e^+e^-} &= Br_{\mu\bar{\mu}} \frac{M_e^2}{M_\mu^2} \\ &= 2.19 \times 10^{-4} \times \frac{0.511^2}{105.658^2} \\ &= 5.12 \times 10^{-9} \begin{smallmatrix} (+6.0\% \\ -5.9\%) \end{smallmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。ヒッグスから e^+e^- への崩壊幅は、

$$\begin{aligned} \Gamma_{e^+e^-} &= Br_{e^+e^-} \times \Gamma_H \\ &= 2.08 \times 10^{-11} \begin{smallmatrix} (10.0\% \\ -9.8\%) \end{smallmatrix} \text{GeV} \end{aligned} \quad (6)$$

となり、標準模型では $\Gamma_{e^+e^-}$ と $Br_{e^+e^-}$ の予想値は共にかなりゼロに近い値となる事が分かる。しかしながら、標準模型を越えた新物理の中には $Br_{e^+e^-}$ の値がかなり大きいものもある可能性はあることを付け加えておく。

6 方法

6.1 生成断面積の E_{cm} による積分

$H \rightarrow e^+e^-$ の崩壊幅 $\Gamma_{e^+e^-}$ は、生成断面積 $\sigma(e^+e^- \rightarrow H)$ を用いて以下の式から得られる、という事を以下で説明する。

$$\Gamma_{e^+e^-} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \int \sigma(e^+e^- \rightarrow H) dE \quad (7)$$

E: 重心エネルギー, M_H : ヒッグスの質量

まず、非相対論的な spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式から始める。スピン S_1 及び S_2 の粒子が入射し、スピン J のレゾナンスが生じた時、その断面積は

$$\sigma_{BW}(E) = \frac{(2J+1)}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{\pi}{k^2} \frac{B_{in}B_{out}\Gamma_{tot}^2}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma_{tot}^2}{4}} \quad (8)$$

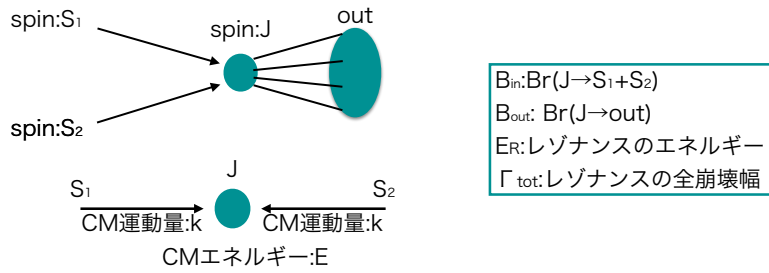


図9 非相対論的な spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式の模式図

で表される。ここで E は e^+e^- 加速器の重心エネルギー、 k は重心系での運動量、 Γ_{tot} はスピン J の粒子の全崩壊幅、 E_R はレゾナンスのエネルギー、 B_{in} と B_{out} はそれぞれレゾナンスの崩壊分岐比で、 B_{in} は入射粒子へ、 B_{out} は出て行く粒子への分岐比を示す。

ここで相対論的表現にするために、以下の変換を行う。

$$\frac{\Gamma_{tot}^2}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma_{tot}^2}{4}} \Rightarrow \frac{4s\Gamma_{tot}^2}{(s-M_J^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_{tot}^2}{M_J^2}} \quad (9)$$

M_J はレゾナンスの質量で、重心系ではレゾナンスの運動量がゼロになることから $E_R = M_J$ を用いた。また、 s はローレンツ不変量で、今の場合、重心系で $s = E^2$ である。次として、この式 (8) をレゾナンスが Z の場合 ($e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f}$; $f\bar{f}$ は全ての終状態) とヒッグスの場合 ($e^+e^- \rightarrow H \rightarrow f\bar{f}$; $f\bar{f}$ は全ての終状態) に適用する。それぞれの spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式は、

$$\sigma_Z = 12\pi\Gamma_{e^+e^-}\Gamma_{ff} \frac{1}{(s-M_Z^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_Z^2}{M_Z^2}} \quad (10)$$

$$\sigma_H = 4\pi\Gamma_{e^+e^-}\Gamma_{ff}\frac{1}{(s - M_H^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_H^2}{M_H^2}} \quad (11)$$

となる。ここで、 s はローレンツ不変量を表す。また、 Z の式の重みが H の式の重みの 3 倍なのは、 Z のスピニファクターが 3 だからである。この式 (11) を積分し $\Gamma_{e^+e^-}$ についての式に変形すると、

$$\Gamma_{e^+e^-} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \frac{\Gamma_H}{\Gamma_{ff}} \int \sigma_H(E) dE \quad (12)$$

ヒッグスの全ての終状態を測定しているとする、式 (12) において、 $\frac{\Gamma_H}{\Gamma_{ff}} \simeq 1$ となる。従って、この時、

$$\Gamma_{e^+e^-} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \int \sigma_{H(E)} dE$$

である。

6.2 Luminosity spectrum の影響

このセクションでは Luminosity spectrum が公称重心エネルギー E_0 に依らず一定であるならば、 E_0 の時の見かけの生成断面積を $G(E_0)$ とした時、 $\int G(E_0) dE_0 = \int \sigma_H(E) dE$ となる事を説明する。

実際の重心エネルギーを E 、見かけの (公称) 重心エネルギーを E_0 とし、それぞれに対応する真の (実測値の) 生成断面積及び見掛けの生成断面積を $\sigma_H(E)$ 、 $G(E_0)$ とする。加速器を E_0 に設定して出てきたルミノシティ $L(E_0)$ は、 E_0 をの周辺に分布する連続するスペクトルを作る。従って、 E_0 からいくらか離れたところにある E での微小ルミノシティスペクトル量 dL は、ルミノシティスペクトル $L(E_0)$ 全体を 1 とした時、その内で点 E に於いて占める割合を E_0 と E との関数 $f(E, E_0)$ で表すと、

$$dL = L(E_0) f(E, E_0) dE \quad (13)$$

と書ける。 $(\int f(E, E_0) dE = 1)$ 。 dL と $\sigma_H(E)$ を掛けて全体に渡って積分したものは、全イベント数 $G(E_0)L(E_0)$ に等しいので、

$$G(E_0) = \int \sigma_H(E) f(E, E_0) dE \quad (14)$$

となる。 $G(E_0)$ は見かけの生成断面積なので、見かけのエネルギー E_0 で積分する。

$$\int G(E_0) dE_0 = \int \sigma_H(E) dE \quad (15)$$

これを式 (12) に代入して

$$\Gamma_{e^+e^-} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \frac{\Gamma_H}{\Gamma_{ff}} \int G(E_0) dE_0 \quad (16)$$

が得られる。

$G(E_0)$ の積分では $\int f(E, E_0) dE_0 = 1$ とした。これが成立するのは $f(E, E_0)$ が $(E - E_0)$ の関数の場合であるが、これは $f(E, E_0)$ がどの E_0 でも同じ形を持つ事を意味する。つまり、Luminosity spectrum が E の近傍で E_0 に依存せず一定である時、式 (16) が成立する。また、式 (16) は、もしヒッグスの全ての終状態を測定しているとするならば、

$$\Gamma_{e^+e^-} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \int G(E_0) dE_0 \quad (17)$$

となる。本研究ではまず、ヒッグスの全ての終状態を測定しているとして、この式 (17) を採用した。

6.3 Luminosity の見積もり

Luminosity はエミッタンスのルートミーンスクエア (RMS) に反比例する。すなわちビームのエネルギーに比例する。従って、エネルギーが $\frac{1}{2}$ になれば Luminosity $\frac{1}{2}$ になる。実際には表 (7) の 250GeV と 500GeV との Luminosity の比をとると大体 42% になるように、 $\frac{1}{2}$ よりも幾分か小さくなる。本研究では、後述の Luminosity spectrum を計算して下さった横谷さんの条件と同じ Luminosity $0.2412 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ 使ったが、これもやはり 250GeV での ILC のルミノシティの 32% と半分より幾分か小さくなっている。 $0.2412 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ は一年間を 1.25×10^7 秒とすると 30.15rfb^{-1} となる。 30.15rfb^{-1} は実際は 126GeV での値であるが、125GeV でも Luminosity に差はないので、本研究ではトータルルミノシティとしてこの値を使用した。

6.4 Luminosity Spectrum (: Yokoya 分布)

125GeV におけるヒッグスの幅は大体 4MeV 程度と非常に狭い一方で、ILC の Beam energy spread は 100MeV を切れるかどうかである。よって、ヒッグスのピーク測定の精度は Beam energy spread の幅に左右されることになる。より正確には、Beam energy spread は Luminosity spectrum として現れるので、Higgs のピーク幅は Luminosity spectrum の幅となる。従って本研究では、高エネルギー加速器研究機構の横谷馨さんが計算した、ILC を重心エネルギー 126GeV で走らせた場合の Luminosity spectrum (: 本論文では以後 Yokoya 分布と称する) を用いてその幅を出し、重心エネルギー 125GeV におけるヒッグスピークの幅とした。125GeV と 126GeV とでは 1GeV 違うが、ビーム内のエネルギー分布は 125GeV と 126GeV ではほぼ差は出ないことから、125GeV の生成断面積のピークの幅に、Yokoya 分布から得られた幅を適用した。この、125GeV 近傍での Luminosity spectrum の形と 126GeV のその形とではほぼ差は無いという条件は式 (17) を考える際の前提としても出てきている。

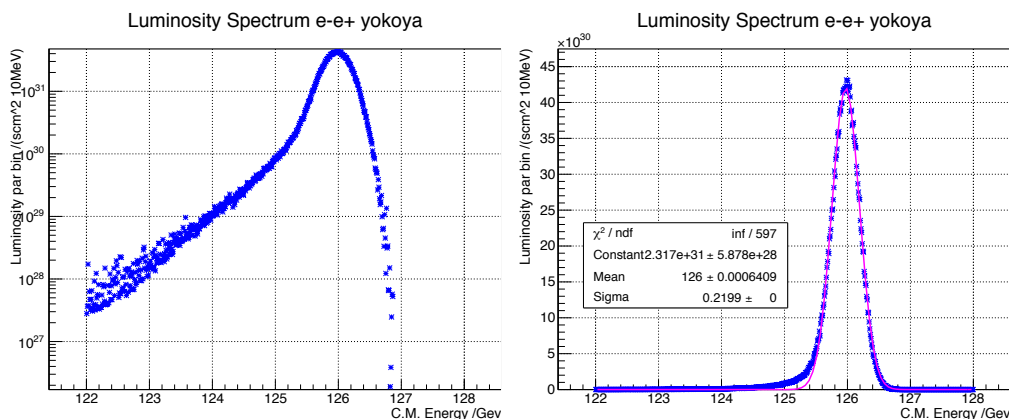


図 10 左図:ログスケール表示の Yokoya 分布。プロット点は重心エネルギー 126GeV における ILC の Luminosity spectrum 計算値 (横谷馨さん提供) 右図: linear スケール表示の Yokoya 分布。プロット点は重心エネルギー 126GeV における ILC の Luminosity spectrum 計算値 (横谷馨さん提供)、線はガウシアンでのフィット曲線で、標準偏差=0.2199 である。

図 10 はの左の図は log スケールの Yokoya 分布である。これを liner スケールに表示し直したものがその右の図であり、ガウシアンで良く近似されている。ここで、ガウシアンは左右対称なので、図の Luminosity spectrum は左右反転せずに使用した。ガウシアンフィットの結果より、Yokoya 分布の標準偏差 SD=0.2199 が以降ヒッグスピークの幅 (D_H) となる。

6.5 H-Z/ γ 干渉

125GeV における $H \rightarrow f\bar{f}$ 反応に干渉し得る反応は $Z/\gamma \rightarrow f\bar{f}$ である ($f\bar{f}$ は全ての終状態)。

ピークに干渉があった場合、図 (12) の様にピークの形状が変わり、ピークからターゲットの反応の分だけ抜き出すのは難しくなる。その上、ヒッグスのピークは小さ過ぎるので、もし干渉が無視出来ないレベルであると、干渉に埋もれてしまうことになる。

Higgs のスピンはゼロなので、ビームのヘリシティは右巻き同士又は左巻き同の二通りしかない。一方、 Z/γ はスピンが 1 であり、 $m_e = 0$ の極限では取り得るビームのヘリシティは右巻きと左巻きまたは左巻きと右巻きのみとなる。この時、初期状態が違う以上、 $H \rightarrow e^+e^-$ と $Z/\gamma \rightarrow f\bar{f}$ は干渉することはない。

実際には $m_e \neq 0$ なので、 $Z/\gamma \rightarrow f\bar{f}$ の反応には右巻き同士、左巻き同士の項も出て来るが、これはガンマファクタの逆数 $= \left(\frac{M_e}{E_{beam}} = \frac{5.11 \times 10^{-4} \text{ GeV}}{6.25 \times 10 \text{ GeV}} \sim 10^{-5} \right)$ の二乗に比例するため、無視できる領域までサブレスされる。従って結局干渉は無視できることとなる。

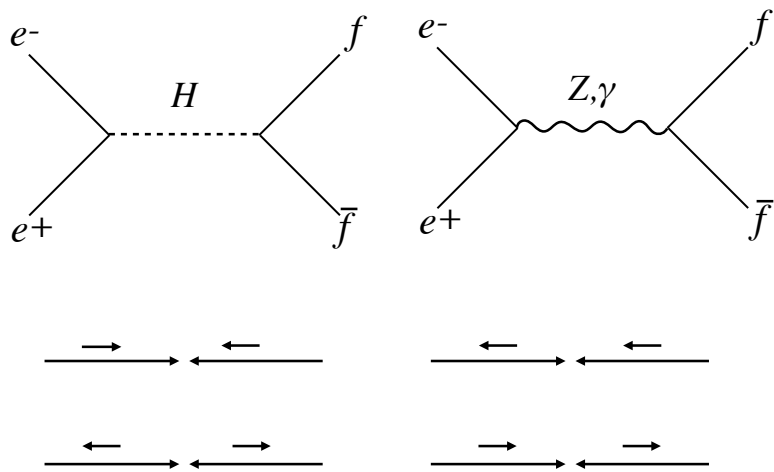


図 11 $e^+e^- \rightarrow H \rightarrow f\bar{f}$ とその干渉項 $e^+e^- \rightarrow Z/\gamma \rightarrow f\bar{f}$ のファインマン図 と、それぞれの初期状態のビームヘリシティ。 $f\bar{f}$ は全ての終状態

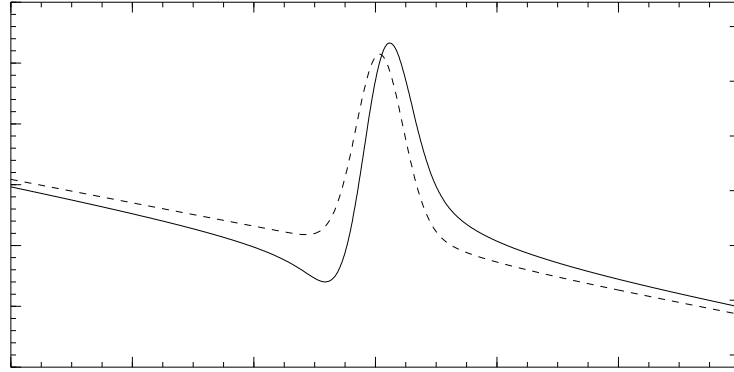


図 12 破線はターゲットの生成断面積ピークに干渉があった場合、実線はターゲットの生成断面積ピークに干渉があった場合の例

6.6 Beam Energy Spread の実験的検証

ルミノシティスペクトル (Beam energy spread を反映している) を測定する方法は色々あるが、Bhabha 散乱を用いて測定する事が多い。Bhabha 散乱では、散乱後に生じた粒子同士の飛跡間角度とビームの損失エネルギーとの関係を使う方法が代表的である。

Bhabha 散乱では、散乱後の電子・陽電子はビーム軸から小さい角度 θ だけずれた方向に、互いに反対向きに (back-to-back で) 飛ぶ。しかし電子・陽電子はいつも同じエネルギーとは限らない。例えば、衝突前に ISR (Initial State Radiation) や beamstrahlung によってビーム軸方向に光子を出すことがある。こうしてエネルギーを失った電子・陽電子は、(光子がビーム軸方向に出たので) その分だけ減速するが、減速した電子と減速していない陽電子が Bhabha 散乱をした場合、散乱後の飛跡 (散乱角) はエネルギーの小さかったビームの方に傾く (図 (14) の上図)。この時の光子と e^+ 、 e^- との角度をそれぞれ θ_1 、 θ_2 とおくと (図 (14) の上図)、公称重心エネルギー \sqrt{s} と実際の重心エネルギー $\sqrt{s'}$ との比は θ_1 、 θ_2 のみで表せる。[9] [7]。

$$\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}} = \sqrt{1 - 2 \frac{\sin(\theta_1 \theta_2)}{\sin(\theta_1 \theta_2) - \sin \theta_1 - \sin \theta_2}} \quad (18)$$

式 (18) は e^+e^- が互いに back-to-back に飛ぶ時に最大値の 1 となる。測定された散乱角 θ_1 、 θ_2 から式 (18) をつかって $\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}}$ を出すと、その分布はそれぞれのビームの energy spread を反映している事になる。ただし、式 (18) は単純に散乱角のみを見ているため、同じ散乱角 θ_1 、 θ_2 が出てくれば、どちらのビームのエネ

ルギーが高くても同じ $\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}}$ を算出するため、図 (14) の下図グラフの $\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}} = 1$ の様な分布になる [9]。

図 14 の下図グラフの $\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}} = 1$ の分布は、衝突した 2 つのビームが共に同じ (ガウシアン) Beam energy spread を持つとした時のものである。分布は Beam energy spread を反映しているため、その幅から Beam energy spread を見積もることが出来る。文献 [9] では $\sqrt{s} = 500\text{GeV}$ での Beam energy spread の解析結果を出している。それによると、Beam energy spread の偏差の値は重心エネルギー \sqrt{s} の 10^{-3} 程度で、その誤差は 0.5×10^{-5} である。これをそのまま 125GeV に当てはめると、Beam energy spread の幅は $\sim 0.125\text{GeV}$ 、誤差は $0.625 \times 10^{-3}\text{GeV}$ となる。

ここで、 500GeV の値を 125GeV にそのまま適用するわけにはいかないが、両者の energy spread の幅が 1 桁もちがってくることはない。したがって、大体の目安として参考にする。以上から、本研究の 125GeV でのルミノシティスペクトルの幅の精度は、1% 有るか無いかか程度と見積もれる。これは十分な値である。

また、Luminosity spectrum のテールに関しては、ISR と Beamstrahlung はビームのエネルギーが低くなれば小さくなる。

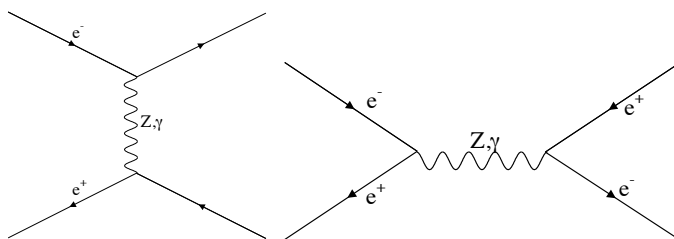


図 13 Bhabha 散乱のファインマン図

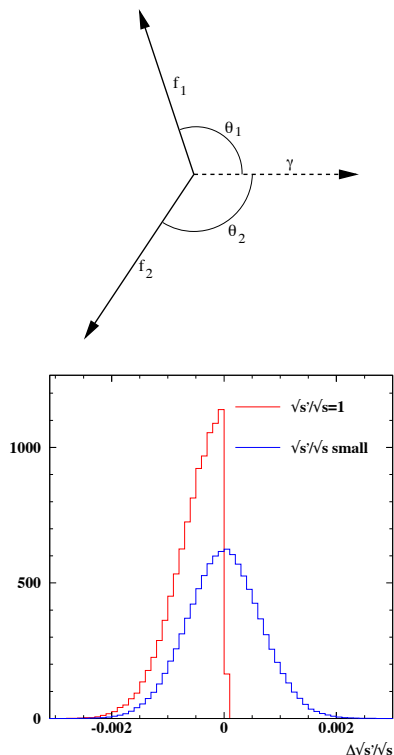


図 14 上図; e^+ 、 e^- 及び γ の飛ぶ方向とその角度 θ_1 θ_2 、下図; θ_1 、 θ_2 から再構成された $\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}}$ 。 $\frac{\sqrt{s'}}{\sqrt{s}} = 1$ のラインは e^+ 、 e^- それぞれの Beam energy spread が同じ高さと同形のガウス分布をしていると仮定した時のもの。

6.7 Energy Scale の校正

ILC のエネルギースケールの校正は Vertical Chicane で行われる。衝突地点に向かう電子ビームを磁場の掛かった Vertical Chicane にて図 (15) にあるように様に、まず二回曲げて曲がる前に走ってきたビーム軌道と平行に走らせ、次にまた二回まげてもとのビーム軌道に戻す。この時、電子ビームのエネルギーが高ければ曲率は小さくなるので、Vertical Chicane の平行な走路と、曲げる前のビーム軌道との距離 x は小さくなる。ビームエネルギーと x とは一対一対応なので、質量の精密な値が分かっている粒子の質量エネルギー近辺でエネルギーキャンを行い、エネルギーの代わりに x とすれば、加速器のビームエネルギーは x の値で決める事が出来、エネルギースケールの校正が完了する。このエネルギースケールの校正によく使用されるものに Z-pole(Z ボソンのピーク) があり、ILC でもこれを用いて校正する。このようにして校正された ILC のエネルギースケールの精度は、 $\sim 10^{-4}$ である [1]。本研究では 125GeV での測定を想定しているので、エネルギーに対して 0.0125GeV の誤差が生じるが、ピーク幅は $D_H \sim 0.2\text{GeV}$ を採用するので、問題はない範囲だと分かる。

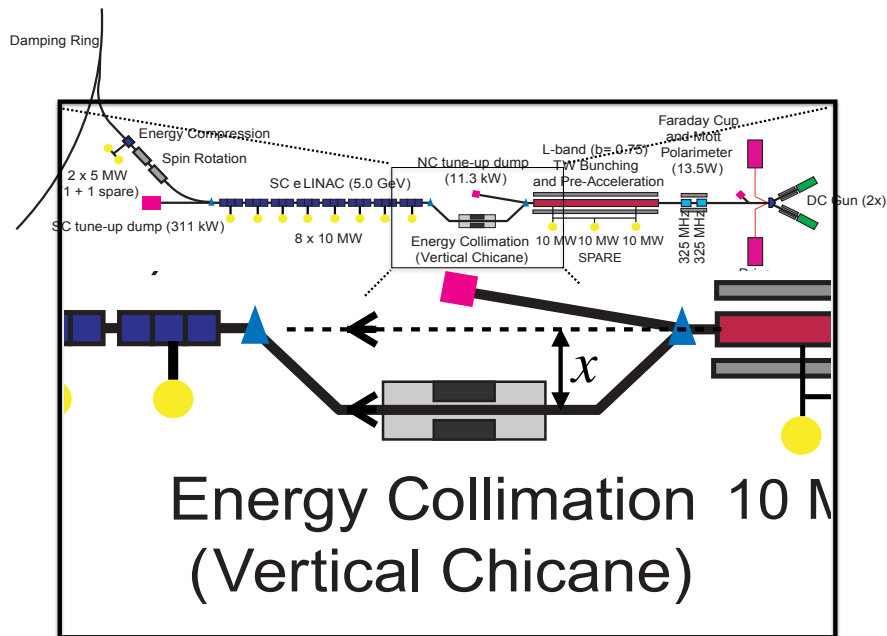


図 15 ビームエネルギー校正は Vertical Chicane でビーム軌道を曲げる事で行われる。曲げられる前の軌道との距離 x はエネルギーが高い程小さくなるので、エネルギーの選択が可能となる。

6.8 データ生成

始めに本研究の解析の流れを説明する。

1. 生成断面積のランダム生成

まず既存の電子陽電子衝突実験の 125GeV 付近におけるハドロニック生成断面積の測定値を元に、正規分布乱数を用いて生成断面積をランダム生成した。この時、ランダム生成するエネルギーを 10 箇所若しくは 3 箇所に固定し、各エネルギーでの Luminosity を適当に定め、生成断面積の測定値 y とその揺らぎ e_y とを正規分布乱数の平均と標準偏差とした。すなわち、既存の生成断面積測定値から、各エネルギー点での Luminosity に対応する揺らぎによって、生成断面積をランダム生成した。

2. ピークフィット

ランダム生成した生成断面積を、横軸に重心エネルギー E_{cm} 、縦軸に断面積をとったグラフにし、 125GeV を中心に $e^+e^- \rightarrow H$ の形 (偏差を Luminosity spectrum と同じ 0.2199GeV に固定した規格化ガウシアン) をフィットした。このフィットから、ヒッグスピークの面積 (すなわちヒッグスの生成断面積の E_{cm} による積分値) を求めた。ランダム生成を 300 回行い、逐次ヒッグスピークの面積を求め、その分布をとった。

3. Luminosity の最適化

ヒッグスピークの面積の分布から、ヒッグスピーク面積の 90% C.L. (Confidence Level) を求めた。ランダム生成時に適当に割り振っていた Luminosity を変え、ヒッグスピークの 90% C.L. が最小になる (すなわち、 $\Gamma_{e^+e^-}$ とその測定誤差が最小になる) 最適 Luminosity を割り出した。

4. $\Gamma_{e^+e^-}$ の 90% C.L.

最適な Luminosity でのヒッグスピーク面積の 90% C.L. とその測定誤差から、 $\Gamma_{e^+e^-}$ とその測定誤差を評価した。

6.8.1 生成断面積のランダム生成

ランダム生成の元となる $e^+e^- \rightarrow hadrons$ 生成断面積の測定値は図 (16) の 122GeV から 127GeV の範囲をフィットして得られた直線から算出した [10]。

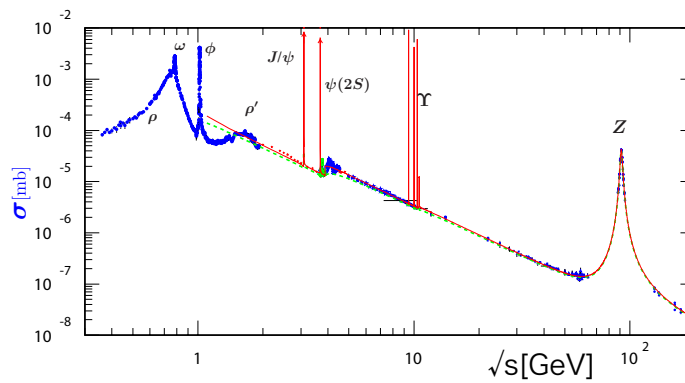


図 16 e^+e^- コライダーにおける $e^+e^- \rightarrow hadrons$ の生成断面積の世界的データ。世界中の e^+e^- コライダーの生成断面積のデータを集めて編集し直したもの [10]

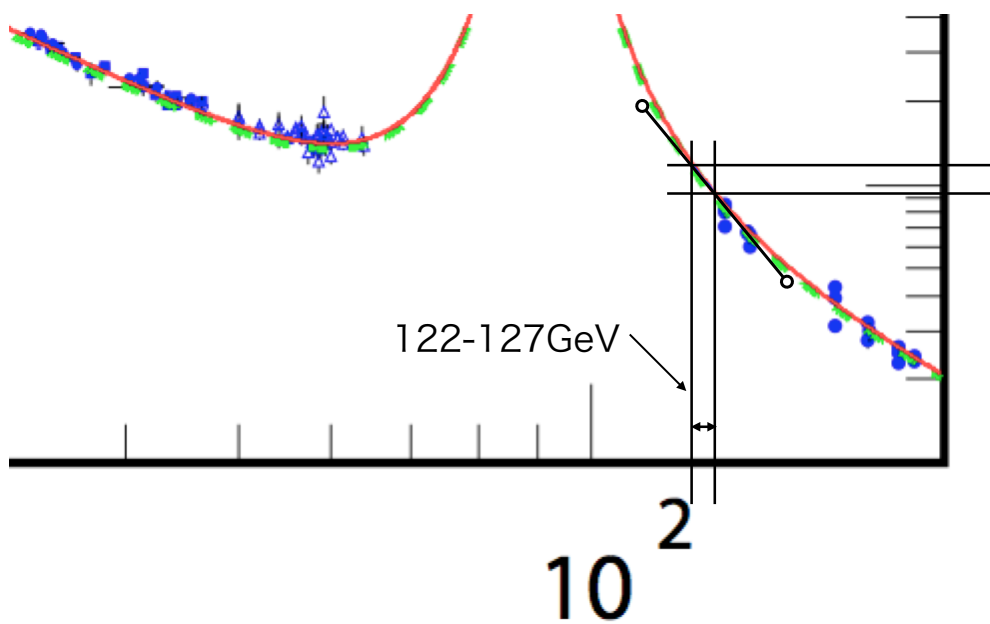


図 17 図 (16) の拡大図。両端が白抜き丸の実線は、122-125GeV の範囲の近似直線。近似結果は $y = (-4.45 \pm 0.09)x + 657.22 \pm 11.18$

ここから、エネルギー点を 10 箇所取った場合と 3 箇所取った場合との二通りのデータポイントの組を作り、ガウス分布を用いて、生成断面積とその誤差をランダムに生成し直した。エネルギー点 10 箇所の選択は、ピークの幅を平均値から左右に $3 D_H$ とし、この範囲内に 4 点等間隔で入るように点を取り、残りの 6 点を先の 4 点と同じ間隔で、 $3 D_H$ の外側に取りというやり方で行った。3 箇所の場合は、ピークの平均値 125GeV に一点、ピークの幅の外側に各一点ずつとった。この時、Yokoya 分布にテールがあった事を加味して、ピークの幅は平均値 125GeV から左右に $4 D_H$ とし、外側の点はこの $4 D_H$ より少し外においた。エネルギー点の具体的な数値は、10 箇所の場合は 123.6GeV から 0.3GeV 刻みに 126.3GeV まで取り、3 箇所の値は 124.1GeV、125GeV、125.9GeV である。

一年間での Total luminosity を 30.15fb^{-1} として、各データポイントに適当に Luminosity を分配して、データポイント毎のイベント数を出した。ただし、各データポイントに分配した Luminosity を全て合計すると 30.15fb^{-1} となるようにした。割り振った Luminosity を $dlum\text{fb}^{-1}$ とすると、1pb の事象は 1fb^{-1} のデータで平均 1000 回起きるので、データポイントの断面積の値 y よりイベント数 $N_{event} = dlum\text{fb}^{-1} \times y(\text{pb}) \times 1000$ となる。誤差 ey はポアソン分布の誤差 $ey = \frac{y}{\sqrt{N_{event}}}$ とし、この誤差 ey と y を用いて、各エネルギー点 $x(\text{GeV})$ における生成断面積とその誤差を、正規分布乱数を用いてランダム生成した。

ランダム生成したデータはヒッグスのピークに対する干渉が無視出来ることから、一次式 (バックグラウンド) + 規格化したガウス (ヒッグスピーク) でフィットした。バックグラウンドはフィットの範囲では直線によく近似できる。ガウシアンのパラメーターは、シグナルがヒッグスピークであるので、平均値をヒッグス

の質量 125GeV、幅を Yokoya 分布の偏差 0.2199 に固定した。つまり、フィットの式を Fit とすると、

$$Fit = p_0 \frac{1}{p_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - p_1)^2}{2p_2^2}\right) + p_3 + p_4 x \quad (19)$$

$$p_1 = 125\text{GeV}, p_2 = 0.2199\text{GeV}$$

である。ガウシアンは規格化されているため、積分すると p_0 を残して 1 となるので、 p_0 はすなはちヒッグスピークの面積である。

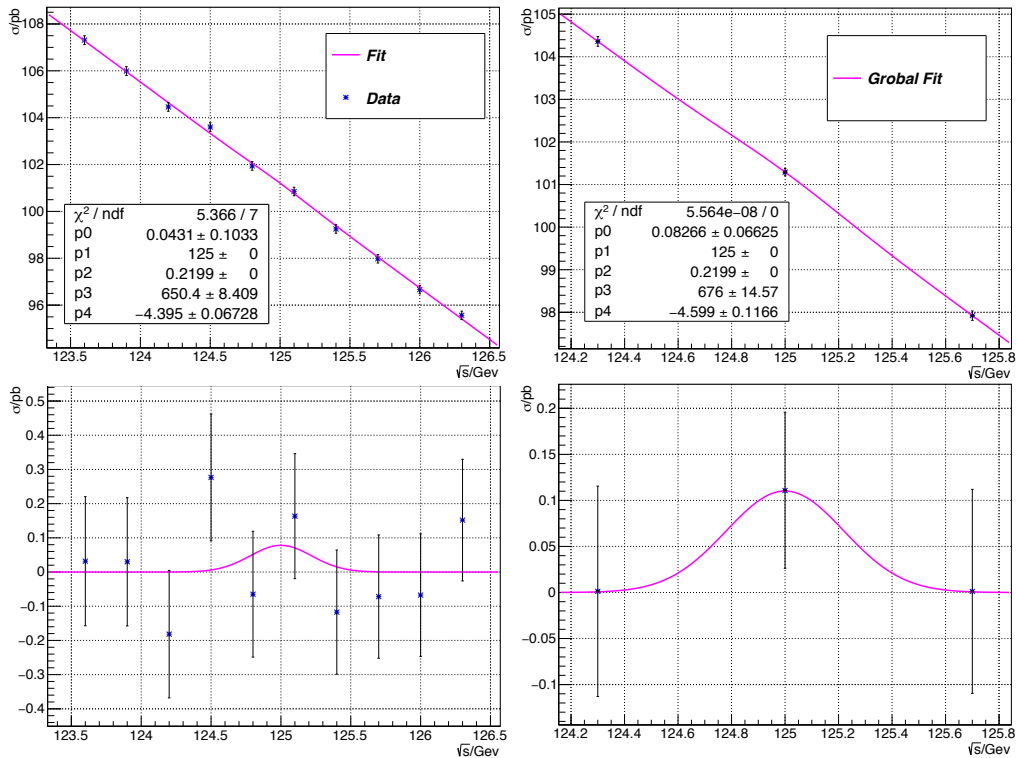


図 18 10点フィット (均等分配)。データポイント 10点の時 (左) と 3点の時 (右) の、ランダム生成した生成断面積とその誤差のグラフ。各データポイントのルミノシティ $d\text{lum}$ は均等分配 (total Luminosity は 30.15fb^{-1})。下の図は上の図からバックグラウンドを引いたもの。点はデータ。上の図の実線は式 (20) によるフィットで、一次式 (バックグラウンド)+ 規格化ガウシアン (ヒッグスピーク)。下の図の線は式 (20) のガウシアン部分のみによるフィット。 p_0 を決定するのは、125GeV (ヒッグスの質量) における生成断面積の値とヒッグスピークの外の生成断面積の値である

6.8.2 90%Confidence Level

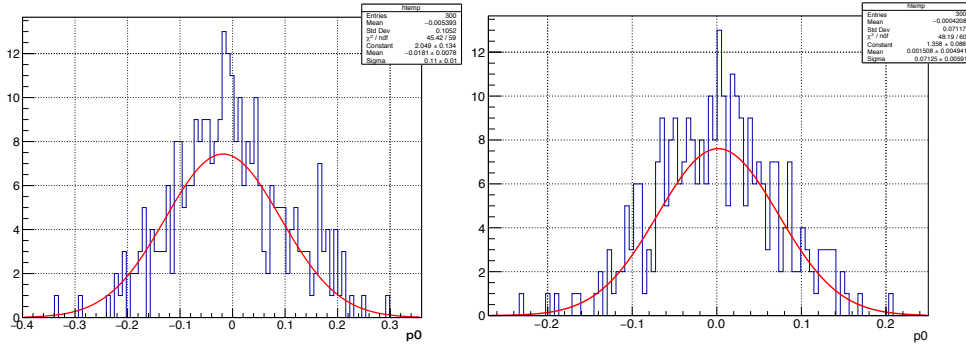


図 19 3点フィット。 データポイント 10 点の時 (左) と 3 点の時 (右) の p_0 の度数分布図。両方共に dlum は均等分配とした。実線は規格化ガウシアンによるフィット。その偏差は p_0 の誤差の平均と同程度であり、この分布はガウシアンでフィットするに足るデータ数を持っている。 p_0 を決定するのは、Higgs の質量における生成断面積と Higgs のピークの外の生成断面積の値であり、この 3 点の分配の最適化を行うのが論理にかなっている

図 19 は、各ポイントにおける断面積を 300 回ランダム生成し、式 (20) の p_0 の分布を取ったものである。

この分布から p_0 の 90%Confidence Level(以下 90%C.L.) を求めた。ガウシアンは規格化されたものを用いたので、式 (17) の積分の値は p_0 となる。同式より p_0 と $\Gamma_{e^+e^-} = Br_{e^+e^-}\Gamma_H$ は比例するので、 p_0 の上限値により、 $Br_{e^+e^-}(\Gamma_{e^+e^-})$ の上限値を決めることができる。ここで、崩壊幅は負値を取らないので、 P_0 も 0 以上に制限される。従って、0 より小さい領域の面積を除外した上で、90%C.L. を求めた。実際には、標準模型での $H \rightarrow e^+e^-$ の崩壊分岐比は、この測定感度では殆どゼロに等しいので、 p_0 の平均値としてゼロを採用し、90%C.L. を求めた。すなわち、 p_0 の標準偏差を SD と置くと、1.65SD が 90%C.L. となる。

ここで、 p_0 の上限値を $Br_{e^+e^-}$ の上限値及び $\Gamma_{e^+e^-}$ の上限値に結びつける。式 (17) より、

$$\Gamma_{e^+e^-} = constant \times p_0$$

この $constant$ は以下の様になる。

まず式 (17) は $c\hbar = 1$ の単位系なので、 $\int G(E_0)dE_0$ ($pb \times GeV$) に $1.9733^{-2} \times 10^{-8}$ を掛けて断面積をエネルギーの単位 (GeV^{-2}) に直し、次いで $\frac{M_H^2}{2\pi^2} = 7.916 \times 10^2(GeV^2)$ を掛ける。

$$constant = 1.9733^{-2} \times 10^{-8}(GeV^{-1}) \times 7.916 \times 10^2(GeV^2) = 2.0328 \times 10^{-6}(GeV)$$

。 $Br_{e^+e^-}$ については、 $\Gamma_{e^+e^-}$ は $\Gamma_H (= 4.07 \times 10^{-3} \text{GeV})$ と $Br_{e^+e^-}$ との積なので

$$Br_{e^+e^-} = \frac{\Gamma_{e^+e^-}}{\Gamma_H} = 0.499 \times 10^{-3} p_0$$

。

6.8.3 データポイント数の選択

ここで、データポイントの数の最適化について述べる。図 (18) はそれぞれ生成断面積を、その各エネルギー点での Luminosity に対応する揺らぎによってランダム生成した時のグラフである。バックグラウンドを引く前のフィットを見ると、両者ともほぼ直線になっている事が分かる。重要なのはヒッグスの質量 125GeV におけるピークの p_0 の値であるが、 p_0 を決定付けるのは、ヒッグスの質量 125GeV における生成断面積と Higgs のピークの外の生成断面積の値との差である。生成断面積の外の値は一次関数でフィットするため、ピークの前後に 1 点ずつあれば十分であり、それ以上の点を取ると、精度が悪くなる可能性がある。実際に、図 (19) は図 (18) 同条件でランダム生成を 300 回行った時の、 p_0 の平均値の分布であるが、データポイント数が 3 の時の $SD_3=0.071$ に比べて 10 の方が $SD_{10}=0.11$ と大きく、ばらつきが大きい。ヒッグスの質量における生成断面積 (1 点) とヒッグスのピークの外の生成断面積の値 (2 点) からなる 3 点をデータポイントとして採用するのが論理にかなっている。

6.8.4 Luminosity の分配

各データポイントにおける Luminosity の分配は適当に割り振っていったが、どこかに上限値を最も低くする最適な分配があるはずである。Luminosity の分配について、中央のポイント (125GeV) での分配率を $f_0 \times 100\%$ 、他の二点については $f_{1,2} = \frac{1-f_0}{2}$ とし、 f_0 と p_0 の 90% C.L との関係を見た f_0 に対する p_0 の 90% C.L. のグラフを図 (20) に示す。各 f_0 ではランダム生成を 300 回行い、 p_0 の分布を出した。

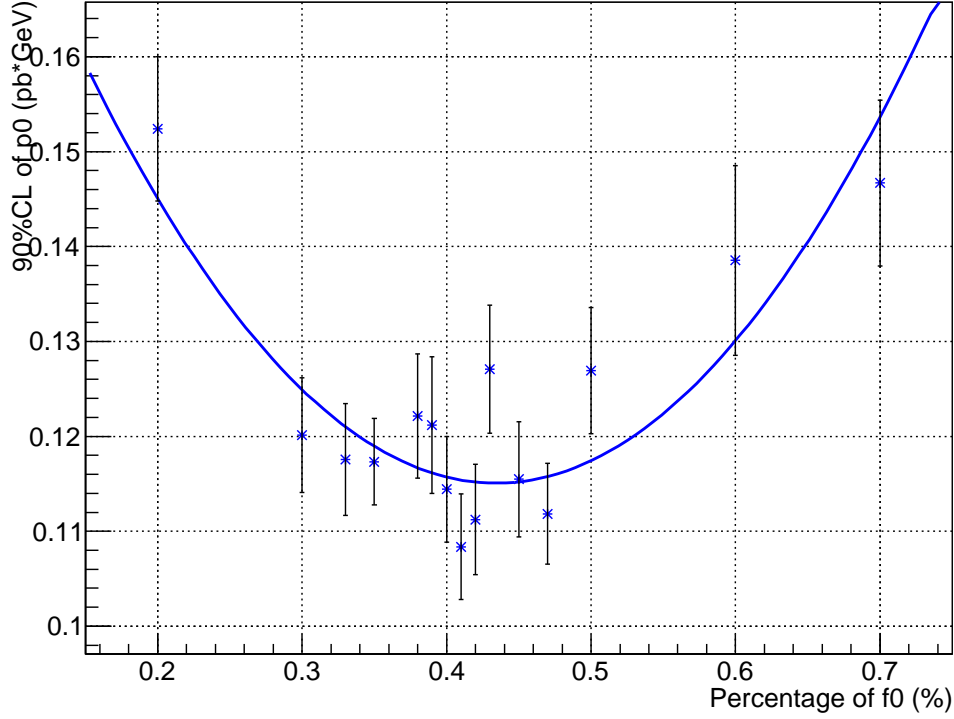


図 20 点はデータ。線は二次関数のフィットライン、 $y = 0.2181 - 0.4744x + 0.5462x^2$ 、極小値は $f_0 = 0.4343, p_0$ の $90\%C.L. = 0.1151$ 。エラーバーの平均は 5.83×10^{-3}

極小値は図 (20) の二次関数のフィット結果から、

$$\begin{aligned} f_0 &= 0.4343 \\ p_0 \text{ の } 90\%C.L. &= 0.1151 \end{aligned}$$

(20)

また、この時のヒッグスピークの生成断面積の測定誤差 E は、

$$E = 0.06976$$

となる。以上より、125GeV での Luminosity が 43.4% の時の $\Gamma_{e^+e^-}$ 上限値を評価する。

7 結果と考察

125GeV での Luminosity が 43.4% の時、 $\Gamma_{e^+e^-}$ 及び $Br_{e^+e^-}$ の測定誤差は、図 (20) の二次関数フィットの極小値から、

$$\Delta\Gamma_{e^+e^-} \text{ の } 90\%C.L. = 1.42 \times 10^{-7} (\text{GeV}) \quad (21)$$

$$\Delta Br_{e^+e^-} \text{ の } 90\%C.L. = 3.38 \times 10^{-5} \quad (22)$$

となる。またこの時、ヒッグスピークの生成断面積の測定誤差 E は 0.06976pb であり、これをイベント数で表すと、 $0.06976 \times 30.15 \times 0.4343 \times 1000 = 913.4$ イベント、対して背景事象のイベント数は大体 130.9×10^4 である。

質量 125GeV のヒッグスのピークが重心エネルギー 125GeV において、標準模型通り殆ど見えない (つまり $p_0 = 0$) とした時、 $\Gamma_{e^+e^-}$ 及び $Br_{e^+e^-}$ の上限値は

$$\Gamma_{e^+e^-} \text{ の } 90\%C.L. = 2.34 \times 10^{-7}(\text{GeV}) \quad (23)$$

$$Br_{e^+e^-} \text{ の } 90\%C.L. = 5.57 \times 10^{-5} \quad (24)$$

である。

これと理論計算での値とを比較すると、理論値は

$$\Gamma_{e^+e^-} = 2.08^{(0.21)}_{(-0.20)} \times 10^{-11}\text{GeV} \quad (25)$$

$$Br_{e^+e^-} = 5.12^{(+0.31)}_{(-0.30)} \times 10^{-9} \quad (26)$$

であるから、解析で出した上限値よりも 10 の 4 乗低い値となっている。

■偏極率と測定誤差・上限値 ヒッグスの生成は、電子と陽電子の偏極が RR と LL の時のみであり、バックグラウンドは RL と LR のみであるので、電子陽電子両方の偏極を使えば感度の向上が期待できる。具体的にはヒッグスの生成断面積が大きくなり、かつ背景事象が少なくなるようにビームの偏極率を選ぶ。つまり、電子ビーム、陽電子ビームともにビーム中の右巻きの数とその半分以上を占める偏極率、または左巻きが半分以上をしめる偏極率を選ぶ。例えばビーム偏極を、 $P(e^-, e^+) = (+0.8, +0.6)$ とすると、測定誤差と上限値は約 0.5 倍、 $P(e^-, e^+) = (+0.8, +0.3)$ とすると約 0.7 倍となる。(この見積もりの詳細は APPENDIX8.4 章)

■特定の終状態を選択して測定した時の測定誤差・上限値 この解析では、すべての可能な最終状態に対する生成断面積を解析したが、ヒッグスの分岐比の大きなもの、例えば $b\bar{b}$ 、を選択して測定することが考えられる。LHC のヒッグスクロスセクションワーキンググループのレポート [8] によると、質量 125GeV のヒッグスの $b\bar{b}$ への崩壊分岐比 $Br_{b\bar{b}} = 0.577^{(+3.3\%)}_{(-3.2\%)}$ である。実際に $b\bar{b}$ を測定する場合、必ずしも生じた $b\bar{b}$ 全てを測定出来るわけではない [3] が、簡単な為、ここでは全て測定出来たとして測定誤差がどうなるかを見積もる。

ヒッグスの生成断面積の 57.7% を測定するので、測定誤差は $\frac{1}{0.577}$ 倍になる (式でいうなら、式 (12) の右辺 $\frac{\Gamma_H}{\Gamma_{ff}} = \frac{1}{0.577}$)。

一方背景事象は Z/γ から 1 つの b と 1 つの \bar{b} が生じた反応 $Z/\gamma \rightarrow b\bar{b}$ を測定するとすると、これは全背景事象 ($Z/\gamma \rightarrow f\bar{f}$) 中の 15.12% を占める (PDB 2014 年版より)。ヒッグスピークの誤差は背景事象の誤差と同じなので、これによりヒッグス生成断面積の測定誤差は $\sqrt{0.1512}$ 倍となる。

以上より、終状態 $b\bar{b}$ を選択して測定を行った場合、 $\frac{1}{0.577} \times \sqrt{0.1512} = 0.6739$ より、全ての終状態を測定する時の測定誤差に比べて、その測定誤差は 0.674 倍になる。

特定の終状態を選択することで、崩壊幅 $\Gamma_{e^+e^-}$ の測定誤差について、ある程度の改善が期待できる。これは上限値についても同様である。

第 IV 部

APPENDIX

8 式の詳細

8.1 相対論的な生成断面積の積分

Γ_{ee} は、生成断面積 $\sigma(e^+e^- \rightarrow H)$ を用いて以下の式から得る事が出来る。

$$\Gamma_{ee} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \int \sigma(e^+e^- \rightarrow H) dE$$

E は e^+e^- 加速器の重心エネルギー、 M_H はヒッグスの質量である。この式を導くに当たって、まずは非相対的な spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式から始める (PDB2014 式 46.55)。スピン S_1 及び S_2 の粒子が入射し、スピン J のレゾナンスが生じた時、その断面積は

$$\sigma_{BW}(E) = \frac{(2J+1)}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{\pi}{k^2} \frac{B_{in}B_{out}\Gamma_{tot}^2}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma_{tot}^2}{4}}$$

で表される。 E は重心系でのエネルギー、 k は重心系での運動量、 Γ_{tot} はスピン J の粒子の全崩壊幅、 E_R はレゾナンスのエネルギー、 B_{in} と B_{out} はそれぞれレゾナンスの崩壊分岐比で、 B_{in} は入射粒子へ、 B_{out} は出て行く粒子への分岐比を示す (図 9)。相対論的表現にするために、以下の変換を行う。

$$\frac{\Gamma_{tot}^2}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma_{tot}^2}{4}} \Rightarrow \frac{4s\Gamma_{tot}^2}{(s-M_J^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_{tot}^2}{M_J^2}}$$

M_J はレゾナンスの質量で、重心系ではレゾナンスの運動量がゼロになることから $E_R = M_J$ を用いた。また、 s はローレンツ不変量で、今の場合、重心系で $s = E^2$ である。

この変換を非相対的な spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式 (8) に代入すると、

$$\sigma_{BW}(E) = \frac{(2J+1)}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{4\pi}{k^2} \frac{B_{in}B_{out}s\Gamma_{tot}^2}{(s-M_J^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_{tot}^2}{M_J^2}} \quad (27)$$

となり、相対論的な spin-averaged Briet-Wigner の生成断面積の式が求まる。次に、ヒッグスの場合 ($ee \rightarrow H \rightarrow ff$) に適用する。 $k = \text{ビームエネルギー} = \frac{E}{2}$ であることも考慮して、

$$\begin{aligned} B_{in}\Gamma_{tot} &= \Gamma_{ee} \\ B_{out}\Gamma_{tot} &= \Gamma_{ff} \\ M_J &= E_R = M_H \\ J &= 0, S_1 = S_2 = \frac{1}{2} \\ \sigma_H(E) &= \frac{3}{4} \frac{4\pi}{\frac{E^2}{4}} \Gamma_{ee}\Gamma_{ff} \frac{s}{(s-M_H^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_H^2}{M_H^2}} \end{aligned}$$

と書ける。従って、相対論的な H の生成断面積は

$$\sigma_H(E) = 4\pi\Gamma_{ee}\Gamma_{ff} \frac{1}{(s-M_H^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_H^2}{M_H^2}} \quad (28)$$

となる。この式 (28) を積分する。

$$\int \sigma_H(E)dE = 4\pi\Gamma_{ee}\Gamma_{ff} \int \frac{1}{(s - M_H^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_H^2}{M_H^2}} dE \quad (29)$$

ここで積分の中身について、 $s = E^2$ より、

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{(s - M_H^2)^2 + \frac{s^2\Gamma_H^2}{M_H^2}} dE &= \int \frac{1}{(E^2 - M_H^2)^2 + \frac{E^4\Gamma_H^2}{M_H^2}} dE \\ &= \int \frac{M_H}{(M_H^2x^2 - M_H^2)^2 + \frac{M_H^4x^4\Gamma_H^2}{M_H^2}} dx \\ &= \frac{M_H}{M_H^4} \int \frac{1}{(x^2 - 1)^2 + \frac{\Gamma_H^2}{M_H^2}x^4} dx \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{1}{\Gamma_H M_H^2} \end{aligned} \quad (30)$$

一行目から二行目は、 $x = \frac{E}{M_H}$ とおけば、 $dE = M_H dx$ とおけることから、変数を E から x に変換した。三行目では、以下の積分近似式を用いた (このブライトウィグナーの式は正と負の2つの領域に同じ高さの形のピークをもつため、正の領域だけに限って積分する)。

$$\int_0^\infty \frac{4}{(x^2 - 1)^2 + \epsilon^2 x^4} dx \cong \frac{2\pi}{\epsilon} \quad (31)$$

以上から、式 (28) の積分は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \int \sigma_H(E)dE &= 4\pi\Gamma_{ee}\Gamma_{ff} \frac{\pi}{2} \frac{1}{\Gamma_H M_H^2} \\ &= \frac{2\pi^2}{M_H^2} \Gamma_{ee} \frac{\Gamma_{ff}}{\Gamma_H} \end{aligned} \quad (32)$$

Γ_{ee} についての式に変形すると、

$$\Gamma_{ee} = \frac{M_H^2}{2\pi^2} \frac{\Gamma_H}{\Gamma_{ff}} \int \sigma_H(E)dE$$

が、得られる。

σ_Z についても同様の手順で積分できる。ただし、積分の近似式は以下を用いる。

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{(x^2 - 1)^2 + \epsilon^2 x^4} dx \cong \frac{2\pi}{\epsilon} \quad (33)$$

非相対論的な式 (8) を積分しても同様の結果が得られる。この時、積分は、

$$\int_0^\infty \frac{1}{(x - 1)^2 + \frac{\epsilon^2}{4}} dx = \frac{2\pi}{\epsilon} \quad (34)$$

を使う。

8.2 Beam energy spread の影響の式導出詳細

実際の重心エネルギーを E 、見かけの (公称) 重心エネルギーを E_0 とし、それぞれに対応する真の (実測値) の生成断面積及び見掛けの生成断面積を $\sigma_H(E)$ 、 $G(E_0)$ とする。加速器を E_0 に設定して出てきたルミノシティ $L(E_0)$ は、 E_0 をの周辺に分布する連続するスペクトルを作る。従って、 E_0 からいくらか離れたところにある E での微小ルミノシティスペクトル量 dL は、ルミノシティスペクトル $L(E_0)$ 全体を 1 とした時、その内で点 E に於いて占める割合を E_0 と E との関数 $f(E, E_0)$ で表すと、

$$dL = L(E_0)f(E, E_0)dE$$

と書ける。当然 $\int f(E, E_0)dE = 1$ である。 dL と $\sigma_H(E)$ を掛けて全体に渡って積分したものは、全イベント数 $G(E_0)L(E_0)$ に等しいので、

$$G(E_0) = \int \sigma_H(E)f(E, E_0)dE$$

となる。 $G(E_0)$ は見かけの生成断面積なので、見かけのエネルギー E_0 で積分する。

$$\begin{aligned} \int G(E_0)dE_0 &= \int \int \sigma_H(E)f(E, E_0)dEdE_0 \\ &= \int \int \sigma_H(E)(f(E, E_0)dE_0)dE \end{aligned}$$

ここでもし $\int f(E, E_0)dE_0 = 1$ ならば、

$$\int G(E_0)dE_0 = \int \sigma_H(E)dE \quad (35)$$

となる。この時仮定した $\int f(E, E_0)dE_0 = 1$ が成立するのは $f(E, E_0)$ が $(E - E_0)$ の関数の場合である。つまり、 $f(E, E_0) = h(E - E_0)$ として、

$$\begin{aligned} \int f(E, E_0)dE_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} h(E - E_0)dE_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\Delta E)\Delta E \\ &= 1 \end{aligned}$$

このことは、 $f(E, E_0)$ がどの E_0 でも同じ形を持つ事を意味する。つまり、Beam energy spread が E_0 に依存せず一定である時、式 (35) が成立する。

8.3 ルミノシティの見積もりへの補足

Luminosity (L) は単位時間あたりに単位面積に何個粒子が入射するかを表す値である。ビームの断面積に反比例する。具体的には、 x 方向の断面積 σ_x と y 方向の断面積 σ_y を使ってビームの断面積を $\sigma_x\sigma_y$ と表すと、

$$L \propto \frac{1}{\sigma_x\sigma_y}$$

となる。ここで、ビームの絞り度のエミッタンス ϵ を導入する。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sqrt{\epsilon_x \beta_x^*} \\ \sigma_y &= \sqrt{\epsilon_y \beta_y^*}\end{aligned}$$

β はエミッタンスのベータファンクションで、加速器に固有の値である。 ϵ は、ビーム内の各電子の「ビーム軌道」からのずれの度合いを表し、エネルギーによって変化する。

ϵ とエネルギーとの関係を考えるにあたって、まず、

$$\epsilon_x = \langle x \rangle \left\langle \frac{dx}{ds} \right\rangle$$

である。ここで、 $\langle x \rangle$ は x の RMS、 s は進路となる軌道、つまりビームラインのことである。 $\frac{dx}{ds}$ について考えてみると、例えば、単位秒あたりに軌道からずれる大きさを R とする。単位秒あたり早さ P で進む時、 R ずれる (これを $\frac{R}{P}$ と書く)。早さが二倍になると、 $2P$ 進む時に R ずれる ($\frac{R}{2P}$)。早さはすなわちビームエネルギーに置き換えられるので、 $\epsilon_x \sim \frac{1}{E_{beam}}$ 。つまり、Luminosity は、

$$L \propto \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \propto \frac{1}{\sqrt{\epsilon_x} \sqrt{\epsilon_y}} \propto \frac{1}{\sqrt{E_{beam}^{-1}} \sqrt{E_{beam}^{-1}}} \propto E_{beam}$$

となり、エネルギーに比例する。

ILC のデザインでは、

エネルギーに反比例するので、エネルギーが $\frac{1}{2}$ になれば Luminosity $\frac{1}{2}$ になる。実際には表 (7) の 250GeV と 500GeV にあるように、 $\frac{1}{2}$ よりも少し小さくなる [6]。

8.4 ビームの偏極率と検出効率

ビーム偏極が $P(e^-, e^+) = (+0.8, +0.6)$ の時を例にすると以下の通りとなる。ビーム中の右巻き成分の割合を $f_R \times 100\%$ 、左巻き成分の割合を $f_L \times 100\%$ とすると ($f_R + f_L = 1$)、偏極率 P は以下の様に見える。

$$P = \frac{f_R - f_L}{f_R + f_L} = f_R - f_L = 2f_R - 1$$

$P(e^-, e^+) = (+0.8, +0.6)$ より、電子ビーム中の右巻き成分の割合は $f_R = 0.9$ 、左巻き成分の割合は $f_L = 0.1$ 、また陽電子ビーム中の右巻き成分の割合は $f_R = 0.8$ 、左巻き成分の割合は $f_L = 0.2$ である。ヒッグスは RR または LL でしか生じないので、電子陽電子衝突によって生じた全反応のうち、

$$0.9 \times 0.8 + 0.1 \times 0.2 = 0.74$$

つまり 74% がヒッグスを生じる。無偏極 ($f_R = f_L = 0.5$) の時は 50% なので、ヒッグスの生成断面積は無偏極の時に比べて $\frac{0.74}{0.5} = 1.48$ 倍となる。検出される生成断面積が大きくなれば、それだけ測定精度は良くなるので、測定誤差は無偏極の時の測定誤差に比べて $\frac{1}{1.48}$ 倍となる。これを式を使って導くなら、以下のようになる。

まず、無偏極の時の生成断面積は式 (11) によって表されるので、生成断面積が 1.48 倍になるとはすなわち式 (11) の右辺に 1.48 の係数を掛けることと同じである。次に、式 (11) から崩壊幅 $\Gamma_{e^+e^-}$ を導出した過程を見て行くと、式 (11) の係数 (C) は最終的に崩壊幅 $\Gamma_{e^+e^-}$ の右辺でその逆数 ($\frac{1}{C}$) を取る。

従って、ヒッグスの生成断面積が無偏極の時の 1.48 倍となれば、測定誤差は $\frac{1}{1.48}$ 倍となる。

背景事象は電子ビームと陽電子ビームの偏極が LR、RL で生じるので、その生成数は無偏極の時の 0.26 倍である。よって背景事象の測定誤差は $\sqrt{0.26}$ 倍となる。ヒッグスピークでの測定誤差はバックグラウンドの測定誤差と同じなので、すなわち背景事象が 0.26 倍に減った事によって、ヒッグスピークの測定誤差は $\sqrt{0.26}$ 倍となる。

以上より、偏極率 $P(e^-, e^+) = (+0.8, +0.6)$ の時の測定誤差 $\Delta\Gamma'_{e^+e^-}$ は無偏極の時の測定誤差 $\Delta\Gamma^0_{e^+e^-}$ で表すと、

$$\begin{aligned}\Delta\Gamma'_{e^+e^-} &= \frac{\sqrt{0.26}}{1.48}\Delta\Gamma^0_{e^+e^-} \\ &= 0.487\Delta\Gamma^0_{e^+e^-}\end{aligned}$$

となる。ここで、背景事象を考える時に、電子ビームと陽電子ビームの偏極が LR の時と RL の時とでは反応率は等しいとした。電磁相互作用を媒介する γ については LR, RL 共に反応率は等しい。しかし、中性弱相互作用には V-A 型 ($\gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2}$) の左巻き成分と $\sin^2\theta_W$ (θ_W はワインバーグ角) に依存した右巻き成分とがあるため、実際には左巻きの電子と右巻きの陽電子の場合と、右巻きの電子と左巻きの陽電子の場合とでは結合の強さは異なる。ここでは偏極率を変えた時、測定誤差がどう変化するかを大まかに把握する目的上、カレントが Z の時も LR, RL 共に反応率は等しいと簡単においた。

よって、偏極率 $P(e^-, e^+) = (+0.8, +0.6)$ の時の測定誤差は無偏極の時の測定誤差に比べて「約」0.5 倍となる。

ここで見てきたように、ヒッグスの生成断面積が大きくなり、かつ背景事象が少なくなるようにビームの偏極率を選べば測定誤差は小さくなる。つまり、電子ビーム、陽電子ビームともに右巻きの数が半分以上 ($f_R > 0.5$) の時、または左巻きの数が半分以上の時 ($f_L > 0.5$) の時に測定誤差は無偏極の時より小さくなる。

謝辞

本研究は、多くの方々のサポートがあって初めて出来上がりました。

特に、指導教官の山本均教授には筆舌に尽くし難い程の感謝しております。諸事情により中々研究を進める事が出来ず、最終的にかなりハードなスケジュールで研究を仕上げ、論文を書き上げる次第となりましたが、その間ずっと忍耐強く指導をして下さいました。また最後の追い込みの期間に至っては、ご多忙中にも関わらずご自身の時間を削ってまで丁寧かつ熱心な御指導を賜りました。論文を仕上げるに当たり、様々な問題が生じましたが、教授の深慮とご配慮のお陰をもちまして、研究は無事修士論文として実を結ぶことができました。教授には多大なる御心労をお掛け致しましたこと、この場を借りまして深謝致します。合わせまして、並々ならないご尽力を賜りました事、厚く御礼申し上げます。本当にありがとうございました。この感謝の気持ちは生涯忘れません。

また、山本均教授だけでなく、本論文の審査をして下さった、素粒子・宇宙理論研究室の山口昌弘教授、ニュートリノ科学研究センターの末包文彦准教授、同じくニュートリノ科学研究センターの三井唯夫准教授、そして素粒子実験(加速器)研究室の佐貫智行准教授の諸先生方には、示唆に富んだご指摘をいくつも賜りました。本論文は、先生方の貴重なご指摘なくして完成することは出来ませんでした。ご多忙中にも関わらず、審査の為に時間を割いて下さりまして、心より感謝申し上げます。

KEKの横谷馨氏は本研究に書かせない Luminosity spectrum を提供して下さいました。Luminosity spectrum の本研究に資する所は大きいものであります。本研究の前任者である Jan Broll 氏は、多くの示唆を含む研究成果を提供して下さいました。お陰で研究に着手するに当たって、事がスムーズに運びました。お二人には大変感謝しております。

また KEK の藤井恵介氏には本研究とは別の件で、大変お世話になりました。藤井氏からご教授いただいた事は、本研究でも他の面でも、物理を考える上での糧となりました。この場で御礼申し上げます。

研究室につきましては、とりわけでも所属した際の頃に皆様に大変お世話になりました。中でも堀井泰之氏と鈴木善明氏、加藤恵里子氏、釜井大輔氏、の4名の方々には様々な面で大変お世話になりました。右も左も分からず戸惑いがちだった私に、温かく接して下さいましたお陰でここまで来られました。本当に、ありがとうございました。

最後に、終始一貫して私を支え続けてくれた家族に感謝を表しまして、謝辞の結びとさせていただきます。

参考文献

- [1] Chris Adolphsen, Maura Barone, Barry Barish, Karsten Buesser, Phil Burrows, John Carwardine, et al. The international linear collider. technical design report. vol. 3.ii. accelerator baseline design. Technical report, Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), 2013.
- [2] Chris Adolphsen, Maura Barone, Barry Barish, Karsten Buesser, Philip Burrows, John Carwardine, Jeffrey Clark, Hélène Mainaud Durand, Gerry Dugan, Eckhard Elsen, et al. The international linear collider technical design report-volume 3. i: Accelerator r&d in the technical design phase. *arXiv preprint arXiv:1306.6353*, 2013.
- [3] DM Asner, T Barklow, C Calancha, K Fujii, N Graf, HE Haber, A Ishikawa, S Kanemura, S Kawada, M Kurata, et al. Ilc higgs white paper. *arXiv preprint arXiv:1310.0763*, 2013.
- [4] Howard Baer, Tim Barklow, and Keisuke Fujii. The international linear collider. technical design report. vol. 2. physics. Technical report, Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), 2013.
- [5] Ties Behnke, James E Brau, Philip Burrows, Juan Fuster, Michael Peskin, Marcel Stanitzki, Yasuhiro Sugimoto, Sakue Yamada, and Hitoshi Yamamoto. The international linear collider. technical design report. vol. 4. detectors. Technical report, Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), 2013.
- [6] Ties Behnke, James E Brau, Brian Foster, Juan Fuster, Mike Harrison, James McEwan Paterson, Michael Peskin, Marcel Stanitzki, Nicholas Walker, and Hitoshi Yamamoto. The international linear collider. technical design report. vol. 1. executive summary. Technical report, Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), <http://www.linearcollider.org/ILC/Publications/Technical-Design-Report>, 2013.
- [7] Stewart T Boogert and David J Miller. Questions about the measurement of the luminosity spectrum at a future linear collider. *arXiv preprint hep-ex/0211021*, 2002.
- [8] S Heinemeyer, C Mariotti, G Passarino, R Tanaka, JR Andersen, P Artoisenet, EA Bagnaschi, A Banfi, T Becher, FU Bernlochner, et al. Handbook of lhc higgs cross sections: 3. higgs properties. *arXiv preprint arXiv:1307.1347*, 2013.
- [9] K Mönig. Measurement of the differential luminosity using bhabha events in the forward-tracking region at tesla. *LC NOTE: PHSM-2000-60-TESLA*, 2000.
- [10] S UA. Inclusive inelastic. *Phys. Rev. Lett*, Vol. 87, p. 251805, 2001.