

修士論文

ILCにおけるトップクォーク対生成を用いたトップクォーク
とゲージ粒子 Z/γ の異常結合探索手法の開発研究

~Study of search technique for anomalous couplings between top
quark and gauge particles Z/γ using top quark pair creation at
the ILC~

東北大学大学院理学研究科
物理学専攻

佐藤 瑤

平成 29 年

概要

標準模型が持つ課題の一つが、電弱対称性の破れに対する自然な説明を持たないことである。この課題を解決するために標準模型を超える新物理模型が数多く提唱されている。ILC等のエネルギーフロンティア実験にとって、新物理の寄与を発見し模型の同定を行うことは最も重要な目的の一つである。トップクォークは標準模型で最も質量が大きく、その質量は電弱対称性破れのスケールにある。こうした理由からトップクォークはILCにおける新物理探索の重要なプローブである。特にトップクォークとゲージ粒子との結合定数は、新物理模型の有力な候補である複合模型等において、標準模型の値から典型的に10%程度ずれることが予言されており、模型の同定における重要な物理量である。

本研究はILCの重心系エネルギー $\sqrt{s} = 500$ GeVにおけるトップクォーク対生成過程を用いた、トップクォークとゲージ粒子 Z/γ との結合についての研究である。また本研究は2012年に発表されたDBD、および2013年に発表されたTDRに基づくILD検出器のフルシミュレーション解析である。

信号事象として semi-leptonic decay 過程 ($e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^- \rightarrow bq\bar{q}bl\nu$) を用いた先行研究が行われている。この研究は、トップクォークの前後非対称度と全断面積の二種類の観測量を用いて ttZ/γ 結合の測定を行ったものであるが、トップクォーク対の崩壊過程を考慮するとより多くの観測量が存在する。これはトップクォークの崩壊幅が大きく寿命が短いため、ハドロニ化する前に崩壊することから、トップクォークの崩壊粒子がトップクォークのスピンの情報を持つためである。そこで本研究では、全ての観測量を用いてより高い測定精度を得るための手法開発を行った。

本研究では信号事象として、di-leptonic decay 過程 ($e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^- \rightarrow bl^+\nu\bar{b}l^-\bar{\nu}$) を用いた。この過程は荷電レプトンの電荷情報によって、その他の過程に比べて豊富な観測量が得られる。将来的には全ての過程を用いて究極の精度を求めることが期待されるが、本研究では手法の開発を目的とし、最も多くの観測量が得られる本過程を採用した。また本研究は di-leptonic decay 過程を用いた、世界初のフルシミュレーション解析である。

初めに信号事象の再構成手法の開発を行った。本終状態は二つのニュートリノを含むため、検出器情報のみでは事象を再構成することが出来ない。そこでILCの利点である電子陽電子衝突による明確な始状態を利用し、力学的な制限を課すことで再構成を行うことを目指した。 b ジェットの電荷が測定できないことによる不定性によって、一部の事象については正しく再構成を行うことができないことが示されたため、本研究では再構成の精度がよい事象のみを用いて解析を行った。この問題は現在開発されている、 b ジェットの電荷測定手法が確立されることによって改善されると期待できる。

次に再構成された観測量から、 ttZ/γ 結合に関する形状因子の測定手法の開発を行った。初めに観測量として得られる9つの角度分布を同時に用いることができる Matrix Element 法を採用し、形状因子の測定を行い適合度の検定を行った。その結果、背景事象等の効果によって適合度が悪く、手法の改善が必要であることが示唆された。そこで改善手法として疑似的なテンプレート法を利用した Binned likelihood 法を採用し、この手法によって測定結果が正しく得られることが示された。また、積分ルミノシティ 500fb^{-1} 、ビーム偏極 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ の条件で、形状因子測定における統計誤差の見積もりを行った。本研究で開発した手法によって、事象数の比を考慮すると先行研究と比べて、同程度もしくはそれ以上の内在的な精度が得られることがわかった。また系統誤差の定性的な見積もりから、統計誤差に比べて十分小さいことがわかった。

目次

目次	ii
図目次	v
表目次	vii
第1章 序論	1
1.1 導入	1
1.2 本論文の構成	2
第2章 標準模型	3
2.1 標準模型の素粒子	3
2.1.1 フェルミオン	3
2.1.2 ボソン	3
2.2 標準模型の相互作用	4
2.2.1 電磁相互作用	4
2.2.2 電弱相互作用	5
2.2.3 強い相互作用	6
2.3 自発的対称性の破れとヒッグス粒子	6
2.3.1 自発的対称性の破れとヒッグス機構	6
2.3.2 フェルミオンの質量獲得	8
2.3.3 ヒッグス粒子の発見	8
2.4 トップクォーク	8
2.4.1 トップクォークの性質	8
2.4.2 トップクォークの電弱結合	9
第3章 ILC(International Linear Collider)	10
3.1 概要	10
3.2 ILCにおける物理	11
3.3 加速器	12
3.3.1 電子源	14
3.3.2 陽電子源	14
3.3.3 減衰リング	15
3.3.4 RTMLシステム	15
3.3.5 主線形加速器	16
3.3.6 ビーム輸送システム	16

第 4 章	ILD(International Large Detector)	18
4.1	概要	18
4.2	PFA (Particle Flow Algorithm)	19
4.3	飛跡検出器	20
4.3.1	崩壊点検出器 (VTD)	20
4.3.2	シリコン飛跡検出器群 (SIT, SET, ETD, FTD)	20
4.3.3	主飛跡検出器 (TPC)	21
4.4	カロリメータ	22
4.4.1	電磁カロリメータ	22
4.4.2	ハドロンカロリメータ	22
4.5	外層部	22
4.6	前方検出器群	23
第 5 章	シミュレーション	24
5.1	事象生成	24
5.2	検出器シミュレーション・事象再構成	24
第 6 章	トップクォークの物理	25
6.1	先行研究の結果	26
6.2	di-leptonic 過程の振幅	27
6.2.1	$e^-e^+ \rightarrow t\bar{t}$ 過程	27
6.2.2	$t \rightarrow bW^+$ 過程	28
6.2.3	$W^+ \rightarrow l^+\nu$ 過程	29
6.2.4	まとめ	29
第 7 章	Matrix element 法	31
7.1	尤度関数	31
7.1.1	1 変数の場合	33
7.1.2	多変数の場合	34
7.1.3	本研究の場合	35
7.2	予想される bias と χ_{test}^2	36
7.2.1	外れ値	37
第 8 章	本研究の信号事象	38
第 9 章	信号事象の再構成	40
9.1	本研究のシミュレーション条件	40
9.2	レプトンの抽出	40
9.3	b ジェットの再構成	41
9.3.1	LCFIPlus	42
9.3.2	$\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ による背景事象	43
9.3.3	b ジェットのエネルギー測定精度の見積もり	43
9.4	力学的再構成	45
9.4.1	力学的再構成の原理	45
9.4.2	力学的再構成のアルゴリズム	46

9.4.3	μ と b ジェットの組み合わせ	47
9.4.4	再構成の結果	47
第 10 章	背景事象	53
第 11 章	Matrix element 法による解析	56
11.1	$\omega - \Omega$ 分布	56
11.2	$\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布	59
11.3	測定結果	66
第 12 章	考察	76
12.1	適合度の検定手法	76
12.2	適合度の検定結果	77
12.3	原因の考察	77
12.4	改善手法	80
第 13 章	Binned likelihood による解析	81
13.1	原理	81
13.2	シミュレーション条件	83
13.3	結果	83
13.4	考察	89
13.4.1	統計誤差	89
13.4.2	系統誤差	90
第 14 章	まとめ	92
14.1	まとめ	92
14.2	結論	93
14.3	今後の展望	93
付録 A	$F^{Z/\gamma}$ についての測定	94
	謝辞	100
	参考文献	102

目次

3.1	ILC 加速器の外観	12
3.2	電子源のレイアウト	14
3.3	陽電子源のレイアウト	15
3.4	減衰リングのレイアウト	16
3.5	RTML のレイアウト	17
4.1	ILD 検出器の概観	19
4.2	PFA の概観	20
4.3	崩壊点検出器の概観	21
4.4	シリコン検出器群の概観	21
4.5	前方検出器群の概観	23
6.1	トップクォーク対生成過程のダイアグラム	25
6.2	トップクォークと Z 粒子の左巻き、右巻きの結合定数の標準模型からのずれ	26
6.3	ヘリシティ角の定義	30
8.1	di-leptonic 過程のダイアグラム	38
8.2	single top production 過程のダイアグラム	39
9.1	円錐とミュオンエネルギーの比	41
9.2	孤立ミュオン抽出のための TMVA の出力結果	42
9.3	$\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ を取り除く前の b ジェットの極角分布	43
9.4	$\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ を取り除いた後の b ジェットの極角分布	44
9.5	b ジェットのエネルギー測定からのずれと極角分布の相関図	45
9.6	b ジェットのエネルギー測定値からのずれ	46
9.7	q_{\min} の分布	48
9.8	$P_{z,\gamma}$ の再構成結果 (相関図)	48
9.9	$P_{z,\gamma}$ の再構成結果 (1次元ヒストグラム)	49
9.10	トップクォークの極角分布	49
9.11	組み合わせの正誤におけるトップクォークの極角分布の違い	50
9.12	WHIZARD レベルでのトップクォークの極角 $\cos\theta_t$ とトップクォークの静止系での b クォークの極角 $\cos\theta_b$ の相関図	51
9.13	観測量となる角度分布	52
10.1	左巻き偏極の場合の信号事象と背景事象での b -tag の値	53
10.2	$e^-e^+ \rightarrow ZZ \rightarrow q\bar{q}l^-l^+$ 過程のダイアグラム	54
10.3	信号事象と背景事象の q_{\min}	55

11.1 $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ に対する $\omega - \Omega$ 分布	56
11.2 左巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布	57
11.3 右巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布	58
11.4 左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ から $\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma$ まで)	60
11.5 左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^Z$ から $\delta\tilde{F}_{2V}^\gamma\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	61
11.6 左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{2V}^Z\delta\tilde{F}_{2V}^Z$ から $\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	62
11.7 右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ から $\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma$ まで)	63
11.8 右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^Z$ から $\delta\tilde{F}_{2V}^\gamma\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	64
11.9 右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{2V}^Z\delta\tilde{F}_{2V}^Z$ から $\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	65
11.10クオリティカット後の $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ に対する $\omega - \Omega$ 分布	67
11.11クオリティカット後の左巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布	67
11.12クオリティカット後の右巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布	68
11.13クオリティカット後の左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ から $\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma$ まで)	69
11.14クオリティカット後の左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^Z$ から $\delta\tilde{F}_{2V}^\gamma\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	70
11.15クオリティカット後の左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{2V}^Z\delta\tilde{F}_{2V}^Z$ から $\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	71
11.16クオリティカット後の右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ から $\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma$ まで)	72
11.17クオリティカット後の右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma\delta\tilde{F}_{1A}^Z$ から $\delta\tilde{F}_{2V}^\gamma\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	73
11.18クオリティカット後の右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{2V}^Z\delta\tilde{F}_{2V}^Z$ から $\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)	74
12.1 $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値	78
12.2 信号事象のみを用いた場合の $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値	79
12.3 正しい組み合わせが選択された信号事象のみを用いた場合の $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値	80
13.1 Binned likelihood による解析における $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ についての ω 分布	84
13.2 $\chi^2(\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma)$ のプロット	84
13.3 左巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布	85
13.4 右巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布	86
13.5 χ^2 関数のプロット	88
A.1 Binned likelihood による解析における δF_{1V}^γ についての ω 分布	94
A.2 $\chi^2(\delta F_{1V}^\gamma)$ のプロット	95
A.3 左巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布	96
A.4 右巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布	97
A.5 χ^2 関数のプロット	98

表 目 次

2.1	フェルミオンの量子数	4
3.1	ILC の主な物理目標	11
3.2	ILC の加速器パラメータ	13
9.1	本研究のシミュレーション条件	40
11.1	Matrix element 法による解析における選別表 (左巻き偏極の場合)	66
11.2	Matrix element 法による解析における選別表 (右巻き偏極の場合)	66
13.1	Binned likelihood による解析における選別表 (左巻き偏極の場合)	87
13.2	Binned likelihood による解析における選別表 (右巻き偏極の場合)	87
13.3	$F_{1V}^{Z/\gamma}, F_{1A}^{Z/\gamma}, F_{2V}^{Z/\gamma}$ についての統計誤差の比較	89
13.4	$\text{Re}F_{2A}^{Z/\gamma}, \text{Im}F_{2A}^{Z/\gamma}$ についての統計誤差の比較	89
14.1	Binned likelihood 法による形状因子の統計誤差	93

第1章 序論

1.1 導入

素粒子物理学の標準模型は、素粒子の存在や相互作用を記述する理論であり、種々の実験によってその詳細が研究されてきた。加速器実験はその中でも中心的な役割を果たしており、2012年7月には Large Hadron Collider (LHC) によって最後の未発見粒子であったヒッグス粒子が発見された [1]。一方でニュートリノ実験や宇宙観測からは、ニュートリノ振動や暗黒物質の存在など標準模型を超える新物理の存在を示唆する結果が得られている。LHC では当初、超対称性粒子などの新粒子の発見も期待されていたが、未だにこれらを示唆する解析結果は得られておらず、標準模型のパラメータの精密測定的重要性が増している。

新粒子の探索性能はハドロン衝突型加速器が優れているが、既知の物理現象の詳細な研究には電子陽電子衝突型加速器が有利である。ハドロン衝突型は衝突粒子の質量が大きくエネルギーを上げやすいが、複数の素粒子からなる粒子同士の衝突であるため反応が複雑であり背景事象も多い。一方、電子陽電子衝突型の場合は素粒子同士が衝突するため始状態が明確であり、また背景事象の少ないクリーンなデータでの研究が可能である。今後エネルギーフロンティアの研究では、現在稼働中の LHC と共に、電子陽電子衝突型加速器による精密な解析で新物理の効果を発見することが重要である。

電子は質量が小さく円形加速器ではエネルギーを上げるのが難しい。周長 100km の加速リングを用いた円形加速器実験計画も存在するが [2][3]、新たな線形加速技術による加速器実験が計画されている。その中で最も技術開発が成熟しているのが International Linear Collider (ILC) [4] である。ILC では、未だ精密な測定がなされていないヒッグス粒子やトップクォークの物理量の測定や、LHC では解析が難しい過程による新粒子探索などを目的としている。2013年には技術設計書 (TDR) [4] が作成され、その後も測定器開発やシミュレーション解析が進められている。2017年夏には高エネルギー物理学者会議から、建設コストを抑え早期実現を果すため、重心系エネルギー 250GeV のヒッグスファクトリーとして早期に建設することを提案するとの声明が発表された [5]。

本研究は、ILC の重心系エネルギー 500GeV における、トップクォークとゲージ粒子 Z/γ との結合 (ttZ/γ 結合) に関する研究である。標準模型の課題の一つとして、電弱対称性の破れに対する自然な説明を持たないことが挙げられるが、トップクォークはその質量の大きさから電弱対称性の破れの背後にある新物理に関与している可能性がある。複合ヒッグス模型等の新物理模型では、トップクォークと電弱ゲージ粒子との結合定数が標準模型の値から 10%程度ずれると予想されている [6]。また two-Higgs-doublet models (2HDM) において標準模型を超える CP 対称性の破れが存在するとき、CP を破るヒッグス粒子がループで回ることによって、トップクォークの電気双極子モーメントが値をもつ可能性がある [7]。このように ttZ/γ 結合は新物理探索において非常に重要な手掛かりである。これまでトップクォーク対生成の semi-leptonic decay 過程 ($e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^- \rightarrow bq\bar{q}bl\nu$) を用いた先行研究が行われており、LHC で予想される測定精度を大幅に改善し、新物理の同定が期待できる測定精度を得られることを示している [40][41]。

先行研究 [40] では、トップクォーク対生成の全断面積とトップクォークの角度分布から得られる前後非対称度の二つの観測量を用いて測定を行ったものである。しかしトップクォークの崩壊粒子の角度分布からも ttZ/γ 結合への情報が得られる。これはトップクォークがハドロン化する前に崩壊するために、崩壊粒子がトップクォークの偏極の情報を持つためである。これらの情報を用いることが出来ればより高い測定精度が期待でき、Parton level での研究によってこのための手法が提唱されている [9]。

本研究は ILD 検出器のフルシミュレーション解析によって、 ttZ/γ 結合の測定手法の開発を目的とした研究である。信号事象として、トップクォーク対生成過程のうち最も多くの観測量が得られる di-leptonic decay 過程 ($e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^- \rightarrow bl^+\nu\bar{b}l^-\bar{\nu}$) を用い再構成手法の開発を行った。再構成した角度情報を効率的に用いるために、Matrix Element 法 [8] を採用し、解析手法の開発と妥当性の評価を行った。

1.2 本論文の構成

一般的な導入として、第 2 章で素粒子の標準模型の説明をする。第 3 章から第 5 章では、ILC と ILD 概要とシミュレーションツールについて述べる。第 6 章では、本研究の対象であるトップクォークの物理について述べる。第 7 章では Matrix element 法の概要と期待される精度について述べる。第 8 章から第 10 章では信号事象の再構成手法と、背景事象選別について述べる。第 11 章で Matrix element 法による解析の結果を示し、第 12 章で結果の考察について述べる。考察によって手法の改善が必要となったことから、第 13 章では改善手法を示し、またその手法による解析結果を示す。最後にまとめと今後の課題を第 14 章で述べる。

第2章 標準模型

素粒子の標準模型は1970年代に発展した理論体系で、これまでの実験の結果を矛盾なく説明することに成功している。 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性に基づくゲージ理論と、自発的対称性の破れを引き起こすヒッグス機構を基本としており、ボソンである12個のゲージ粒子と1個のヒッグス粒子が導入される。また、物質の最小構成単位としての素粒子として、クォークとレプトンという2種類のフェルミオンを導入する。次節からこれらの素粒子の性質を述べていく。

2.1 標準模型の素粒子

2.1.1 フェルミオン

フェルミオンのうち強い相互作用をするものをクォーク、しないものをレプトンと呼ぶ。それぞれ6種類存在し、さらに2種類ずつ3世代にわけられる。各世代のフェルミオンは質量以外、すべて同じ量子数をもつという特徴がある。

フェルミオンは左巻き粒子と右巻き粒子に分類され、 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ のもとで左巻き粒子は二重項として、右巻き粒子は一重項として振る舞う。標準模型は粒子のカイラリティによって振る舞いが異なるカイラル理論である $SU(2)_L$ の源となる量子数を isospin, I 、 $U(1)_Y$ の源となる量子数を hyper charge, Y と呼ぶ。これらの量子数と電磁相互作用における電荷 Q には以下のような関係がある。

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (2.1)$$

ここで I_3 は isospin の第3成分である。この関係は $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$ の自発的対称性の破れによって導かれる。詳細は2.3で述べる。

強い相互作用の源となる量子数を color charge, C と呼ぶ。クォークは $SU(3)_C$ のもとで三重項として振る舞うが、color charge を持たないレプトンは一重項として振る舞う。それぞれの粒子がもつ量子数を表2.1にまとめた。

2.1.2 ボソン

ボソンはスピン1で力を媒介するゲージ粒子と、スピン0のヒッグス粒子に分類される。ゲージ粒子のうち、電磁相互作用を媒介するものが光子である。質量0で、電荷持つ粒子と結合する。 Z ボソンと W ボソンは弱い相互作用を媒介する粒子で、どちらも電弱スケールの大きな質量を持ち、全ての粒子と結合する。強い相互作用を媒介する粒子がグルーオンである。8種類存在し、質量を持たず、color charge を持つ粒子と結合する。

ヒッグス粒子は標準模型で最後に発見された粒子である。詳細は2.3で述べる。

			$Y/2$	I	I_3	C
$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	$-1/2$	$1/2$	$+1/2$	0
ν_{eR}	$\nu_{\mu R}$	$\nu_{\tau R}$	0	0	0	0
e_R	μ_R	τ_R	-1	0	0	0
$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$+1/6$	$1/2$	$+1/2$	1
u_R	s_R	t_R	$+2/3$	0	0	1
d_R	c_R	b_R	$-1/3$	0	0	1

表 2.1: フェルミオンの量子数:右巻きのニュートリノは標準模型において量子数を持たないため相互作用しない

2.2 標準模型の相互作用

2.2.1 電磁相互作用

古典力学において電磁相互作用はマクスウェル方程式によって記述される。量子電磁力学 (QED) はマクスウェル方程式を量子力学に拡張したものである。QED は $U(1)_{EM}$ の対称性に基づく場の量子論の理論である。

電荷をもつフェルミオンの場 $\psi(x)$ を考える。このときラグランジアンは次のように書かれる。

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.2)$$

ここで γ^μ はディラック行列、 m はフェルミオンの質量である。このラグランジアンを、次の位相変換のもとで不変に構成したい。

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\theta(x)}\phi(x) \quad (2.3)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow e^{-i\theta(x)}\bar{\phi}(x) \quad (2.4)$$

第 2 項はこの変換のもとで不変であるが、第 1 項は以下のように変換される。

$$i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) \rightarrow i\bar{\psi}(x)e^{-i\theta(x)}\gamma^\mu\partial_\mu\left[e^{i\theta(x)}\psi(x)\right] \quad (2.5)$$

$$= i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu\theta(x) \quad (2.6)$$

ここで表れる $-\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu\theta(x)$ は、次のようにラグランジアンにフェルミオンと光子との相互作用の項を加えることで吸収できる。

$$-eA_\mu(x)\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) \quad (2.7)$$

$A_\mu(x)$ は光子の場である。この項はゲージ変換

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial^\mu\theta(x) \quad (2.8)$$

と式の変換のもとで、次のように変換される。

$$-eA_\mu(x)\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) \rightarrow -e\left(A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial^\mu\theta(x)\right)(\bar{\psi}(x)e^{-i\theta(x)}\gamma^\mu e^{i\theta(x)}\psi(x)) \quad (2.9)$$

$$= -eA_\mu(x)\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) + \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu\theta(x) \quad (2.10)$$

最終的なラグランジアンは次のように書かれる。

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) - eA_\mu(x)\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.11)$$

ここで $F_{\mu\nu}(= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$ は光子の場の強さを表し、 $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ は光子の運動学的項である。また共変微分 $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ を導入すると、次のように書くことができる。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.12)$$

2.2.2 電弱相互作用

弱い相互作用ではスピン 1 のボソンに媒介され、すべてのフェルミオンと相互作用する。電磁相互作用や強い相互作用と異なり、媒介粒子が質量を持っており、そのため相互作用の到達距離が非常に短い。代表的な反応として中性子のベータ崩壊 ($n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$) がある。QED における電磁カレントが $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ であるのに対して、弱カレントは $\bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\psi$ と定義される。この構造は vector - axial vector 構造 (V-A 構造) と呼ばれる。これによってフェルミオンの左巻きと右巻きに応じて異なる振る舞いを示し、弱い相互作用は $\bar{\psi}_L - \psi_L$ 結合しか持たない。

弱い相互作用と電磁相互作用の統一は Glashow, Weinberg, Salam によってなされ、同時に新たな中性ゲージ粒子、 Z_0 ボソンの存在が予言された [11][12][13]。1973 年の中性カレントの発見 [14] と、1983 年の W^\pm とボソン Z_0 ボソン発見によって [15][16][17][18]、この理論が正しいことが確かめられた。

電弱相互作用が従う対称性として $SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ群を考える。 $SU(2)_L$ のゲージ場として $W_\mu^i (i = 1, 2, 3)$ を定義する。 W_μ^i は、左巻きのフェルミオンからなる弱アイソスピンカレント、 $(J^i)^\mu$ と、結合定数 g で結合する。 $U(1)_Y$ のゲージ場として B_μ を定義し、弱ハイパーチャージのカレント、 $(j^Y)^\mu$ と結合定数 $g'/2$ で結合する。これらから電弱相互作用のラグランジアンが以下のように書かれる。

$$\mathcal{L} = g(J^i)^\mu W_\mu^i + \frac{g'}{2}(j^Y)^\mu B_\mu \quad (2.13)$$

Weinberg 角, θ_W を導入すると、 W_μ^i, B_μ から質量固有状態 W_μ^\pm, Z_μ, A_μ との関係が次のように書かれる。

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2.14)$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W \quad (2.15)$$

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W \quad (2.16)$$

ここで Z_μ, A_μ はそれぞれ、 Z_0 ボソンと光子に対応する。QED の結合定数 e は

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W \quad (2.17)$$

となる。 Z_0 ボソンは Weinberg 角の存在によって、右巻きのフェルミオンと結合することができる。一方、 W^\pm ボソンは左巻きのフェルミオンとのみ結合する。

2.2.3 強い相互作用

強い相互作用は量子色力学 (QCD) によって記述される。QCD は $SU(3)_C$ の対称性をもつ場の量子論の理論であり、クォークとグルーオンの相互作用を記述する。

質量 m のクォークの場を ψ_q 、質量 0 のグルーオンの場を $G_\mu^a (a = 1, \dots, 8)$ としたときの、ゲージ不変なラグランジアンは次のように書かれる。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_q (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi_q - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} \quad (2.18)$$

ここで $D_\mu (= \partial_\mu - igT_a G_\mu^a)$ は共変微分、 g は結合定数、 T_a は非アーベル群の生成子である。また $G_{\mu\nu}^a$ は

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf_{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (2.19)$$

ここで f_{abc} は $SU(3)_C$ の構造定数である。

グルーオンは自身が色荷を持ち、そのためグルーオン同士が結合する。このため QCD は、光子が電荷を持たない QED と本質的な違いを持つ。この結果、エネルギーが小さくなる、或いは距離が大きくなると、QCD の結合定数 α_s は大きくなるという性質を持つ。この性質は漸近性自由性 [19] と呼ばれ、この結果クォークは単体では取り出すことが出来ないという事実が導かれる。

2.3 自発的対称性の破れとヒッグス粒子

標準模型の相互作用を定義する際、スピン 1 のゲージ粒子は質量 0 を仮定した。光子とグルーオンは質量 0 であるが、 W^\pm ボソンと Z_0 ボソンは質量があることが知られている。この問題は、スピン 0 のヒッグス粒子の導入と自発的対称性の破れ [20][21] によって解決される。

2.3.1 自発的対称性の破れとヒッグス機構

複素スカラー場 $\phi (= \frac{1}{\sqrt{2}}[\phi_1(x) + i\phi_2(x)])$ のラグランジアンを次のように書く。

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (2.20)$$

局所位相変換 ($\phi \rightarrow e^{i\alpha}\phi$) のもとで不変で、繰り込み可能なラグランジアンを考えると、ポテンシャル V は次の形になる。

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (2.21)$$

$$= \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (2.22)$$

$$(2.23)$$

ポテンシャル V が極小値をもつために $\lambda > 0$ の条件を課す。このとき μ^2 の符号に応じて異なる極小値をもつ。 $\mu^2 > 0$ のとき、極小値は一つ存在して $V(\phi) = 0$ である。一方 $\mu^2 < 0$ のとき、ポテンシャルの形が異なり、 $V(\phi) = 0$ は不安定な極大値となる。極小値は $V(\phi) = \sqrt{-\mu^2/\lambda} \equiv \nu$ となり、基底状態 (真空) は $\phi_1^2 + \phi_2^2 = \nu^2$ の円周上に無数に存在する。 ν を真空期待値と呼び、真空は元のラグランジアンがもつ対称性を破っている。この過程を自発的対称性の破れという。

自発的対称性の破れを $SU(2)_L \times U(1)_Y$ に適応したものがヒッグス機構 [22] である。スカラー場として $SU(2)_L$ の弱アイソスピン二重項を導入する。

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

また Φ は弱ハイパーチャージ $Y = 1/2$ を持つ。これを用いてラグランジアンを次のように導入する。

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.25)$$

ここで共変微分 D_μ は

$$D_\mu = \partial_\mu - igT_i W_\mu^i - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (2.26)$$

である。係数を $\lambda > 0, \mu^2 < 0$ と選ぶと、ポテンシャルの極小値は $\nu = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ と書くことができる。基底状態は $(\phi^+)^2 + (\phi^0)^2 = \nu^2$ を満たすすべての Φ である。ここでは真空として次を選択する。

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

スカラー場を極小値の周りで展開する。

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

ここで H はヒッグス場を表し、真空期待値の周りの振動を表現している。これを用いて $(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi$ を展開する。

$$(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi = \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 + \frac{1}{8} (\nu + H) |W_\mu^1 - iW_\mu^2|^2 + \frac{1}{8} (\nu + H) |gW_\mu^3 - g'B_\mu|^2 \quad (2.29)$$

これより質量固有状態が

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2), Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, A_\mu = \frac{gW_\mu^3 + g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2.30)$$

と表され、その質量が次のように得られることがわかる。

$$m_W = \frac{1}{2} \nu g, m_Z = \frac{1}{2} \nu \sqrt{g^2 + g'^2}, m_A = 0 \quad (2.31)$$

ヒッグス機構によって、 W ボソンと Z ボソンは質量を獲得し、光子は質量 0 のままであることが導かれた。また式 (2.30) より

$$W_\mu^3 = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g} (A^\mu + Z^\mu), B_\mu = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g'} (A^\mu - Z^\mu) \quad (2.32)$$

が得られ、これを $gT_3 W_\mu^3 + g' \frac{Y}{2} B_\mu$ に代入すると

$$gT_3 W_\mu^3 + g' \frac{Y}{2} B_\mu = \sqrt{g^2 + g'^2} \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) A_\mu + \sqrt{g^2 + g'^2} \left(T_3 - \frac{Y}{2} \right) Z_\mu \quad (2.33)$$

T_i はパウリ行列 σ_i を用いて $T_i = \frac{1}{2} \sigma_i$ と書かれることから、 $Q \equiv I_3 + Y$ を生成子とする $U(1)_{em}$ ゲージ対称性は残されることが示される。

また、ヒッグス場の質量は、 $-\mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$ を展開することで $m_H = \sqrt{2\lambda \nu^2}$ と得られる。

2.3.2 フェルミオンの質量獲得

実験よりクォークやレプトンには質量が存在することは良く知られている。一方で $SU(2)_L$ ゲージ群においてフェルミオンは左巻きと右巻きでそれぞれ二重項、一重項として振る舞うため、単に質量項を加えるとゲージ不変なラグランジアンを構成することが出来ない。

ヒッグス機構ではこの問題も同時に解決することができる。ラグランジアンにスカラー場 Φ とフェルミオン Ψ の相互作用の項を加える。この相互作用は湯川相互作用と呼ばれる。ここでは簡単のため、一つの世代のレプトンを考える。

$$\mathcal{L} = \frac{g_Y}{\sqrt{2}} \left(\bar{\Psi}_L \Phi \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Phi^\dagger \Psi_L \right) \quad (2.34)$$

$$= \frac{g_Y}{\sqrt{2}} \left[(\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^+, \phi^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] \quad (2.35)$$

$$(2.36)$$

ここで g_Y は湯川結合の結合定数である。このラグランジアンはゲージ変換のもとで不変である。式 (2.28) を代入して展開する。

$$\mathcal{L} = -m_e (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{m_e}{\nu} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) H \quad (2.37)$$

ここで $m_e = \frac{g_Y \nu}{2}$ である。第一項が電子の質量項で、第二項が電子とヒッグス粒子との湯川相互作用の項である。湯川相互作用の強さは質量と比例しており、この関係を詳細に調べることは標準模型の検証のために非常に重要である。

2.3.3 ヒッグス粒子の発見

ヒッグス粒子の発見は、長い間標準模型の未解決の課題として残されてきた。しかし 2012 年 7 月 4 日、LHC の実験施設である ATLAS と CMS によって、ヒッグス粒子らしき新粒子が発見されたと報告された [1]。現在、ヒッグス粒子らしき粒子の質量は $m_H = 125.09 \pm 0.24$ [GeV][10] と求められ、またスピンや湯川相互作用の結合定数などの測定結果は標準模型の予言と一致している。一方でより詳細な性質は未だ解析途中であり、新粒子が標準模型で予言されるヒッグス粒子であるかは今後より精密な測定が必要である。

2.4 トップクォーク

1975 年にタウ粒子 [23]、1977 年にボトムクォークが発見され [24]、小林益川によって予言された第三世代のフェルミオンの存在することが明らかになった。ボトムクォークの対となるクォークの存在も予測され、およそ 20 年後の 1995 年に Fermilab でトップクォークが発見された [25][26]。その質量は標準模型の予言と無矛盾であり、現在の測定では $173.07 \pm 0.52(\text{stat.}) \pm 0.72(\text{syst.})$ [10] とされている。

2.4.1 トップクォークの性質

トップクォークの特異な性質の一つとして、質量がその他のクォークに比べて非常に大きいことがある。2 番目に質量の大きいボトムクォークの質量 $m_b = 4.5$ [GeV] と比べて約 40 倍であり、

金の原子とほぼ同じ質量である。トップクォークは W^\pm ボソンよりも重いいため、弱い相互作用による次のような崩壊が可能である。

$$t \rightarrow b + W^+ \quad (2.38)$$

各クォークへの崩壊分岐比は CKM 行列 [27][28] から計算が可能である。現在の CKM 行列の値は以下である [10]。

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.97434^{+0.00011}_{-0.00012} & 0.22506 \pm 0.00050 & 0.00357 \pm 0.00015 \\ 0.22492 \pm 0.00050 & 0.97351 \pm 0.00013 & 0.0411 \pm 0.0013 \\ 0.00875^{+0.00032}_{-0.00033} & 0.0403 \pm 0.0013 & 0.99915 \pm 0.00005 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

これより、トップクォークの崩壊は $t \rightarrow bW^+$ が支配的である。

また大きな質量は短い寿命を示唆する。トップクォークの崩壊幅は約 $\Gamma = 1.4[\text{GeV}]$ で、寿命は $10^{-25}[\text{s}]$ となる。これはクォークのハドロン化の時間スケールである $10^{-23}[\text{s}]$ よりも短い。このためトップクォークはスピンの詳細を調べることが出来る唯一のクォークである。

2.4.2 トップクォークの電弱結合

$t\bar{t}X$ の崩壊点を、文献 [29] の記述形式に従うと、次のように書ける。

$$\Gamma_\mu^{t\bar{t}X}(k^2, q, \bar{q}) = ie \left[\gamma_\mu \left(\tilde{F}_{1V}^X(k^2) + \gamma_5 \tilde{F}_{1A}^X(k^2) \right) + \frac{(q - \bar{q})_\mu}{2m_t} \left(\tilde{F}_{2V}^X(k^2) + \gamma_5 \tilde{F}_{2A}^X(k^2) \right) \right] \quad (2.40)$$

と書かれる。ここで q, \bar{q} はそれぞれ t, \bar{t} の 4 元運動量、 k は媒介粒子の 4 元運動量 ($k = q + \bar{q}$) である。Parton level における先行研究 [9] ではこの表記法を用いており、先行研究との整合性を確認するため、本研究でもこの形式化を利用する。また Gordon decomposition によって書き換えると、

$$\Gamma_\mu^{t\bar{t}X}(k^2, q, \bar{q}) = ie \left[\gamma_\mu \left(F_{1V}^X(k^2) + \gamma_5 F_{1A}^X(k^2) \right) + \frac{\sigma_{\mu\nu} (q + \bar{q})^\nu}{2m_t} \left(iF_{2V}^X(k^2) + \gamma_5 F_{2A}^X(k^2) \right) \right] \quad (2.41)$$

となる。ここで $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$ である。semi-leptonic decay 過程を用いた先行研究 [40][41] では、この形式を利用している。 \tilde{F}_i^X と F_i^X は以下の関係にある。

$$\tilde{F}_{1V}^X = -(F_{1V}^X + F_{2V}^X), \tilde{F}_{2V}^X = F_{2V}^X, \tilde{F}_{1A}^X = -F_{1A}^X, \tilde{F}_{2A}^X = -iF_{2A}^X \quad (2.42)$$

標準模型において、これらの形状因子は tree level では次の値をとる。

$$F_{1V}^\gamma = \frac{2}{3}, F_{1A}^\gamma = 0, F_{1V}^Z = \frac{1}{4s_W c_W} \left(1 - \frac{8}{3}s_W^2 \right), F_{1A}^Z = -\frac{1}{4s_W c_W} \quad (2.43)$$

ここで $s_W = \sin \theta_W, c_W = \cos \theta_W$ であり、 θ_W はワインバーグ角である。一方、 F_2 はすべて 0 である。 F_{2V}^X, F_{2A}^X はそれぞれ磁気モーメント、電気双極子モーメントに関連した物理量である。電気双極子モーメントを表す F_{2A}^X は複素数になりうると考えるのが自然である。そのほかの形状因子については、本研究では実数成分のみをもつとした。これによって $t\bar{t}X$ の崩壊点は 10 個の形状因子によって記述される。また、 $F_{1V}^X, F_{1A}^X, F_{2V}^X$ は CP 対称性を保存する項、 F_{2A}^X は CP 対称性を破る項である。

第3章 ILC(International Linear Collider)

3.1 概要

加速器実験による素粒子の研究は、相補的なハドロン加速器とレプトン加速器の二つによってなされてきた。前者は粒子の探索性能に優れ、 W ボソンや Z ボソンやトップクォークなどはハドロン加速器によって発見された。後者は精密測定に優れており、 W ボソンと Z ボソンの質量は、LHC の前に行われた実験である LEP (Large Electron Positron) によって最も精度良く測定されている。現在ハドロン加速器として LHC が稼働中であり、既にヒッグス粒子の発見という成果を収めている。新たなレプトン加速器が LHC と相補的な役割を果たしていくことが、今後のエネルギーフロンティアの加速器実験において期待される。

次世代のレプトン加速器に求められるのは、ヒッグス粒子やトップクォークなどの精密測定であるが、そのためには重心系エネルギーを電弱スケールに上げる必要がある。LHC と同じ加速トンネルを用いた LEP の最大重心系エネルギーは $\sqrt{s} = 209[\text{GeV}]$ と、LHC に比べて一桁以上小さい。これは衝突粒子である電子陽電子の質量が小さく、シンクロトロン放射によってエネルギーを失う効果が大きいため、円形加速器でエネルギーを上げるのが難しいためである。この困難を克服するための手段として二つが考えられる。一つ目はより巨大な加速トンネルを用いて、曲率を小さくすることでエネルギーを上昇させる方法である。この手法はルミノシティを上げやすく統計量を稼ぐことができる、将来的には同じ加速トンネルを使ったハドロン加速器の設計も期待できる。二つ目は直線加速によってシンクロトロン放射の効果を無くす方法である。この手法はトンネル長を伸ばすことによるエネルギー拡張性があり、大きな重心系エネルギーを得るためにはこちらの手法が有利である。またビーム偏極の操作可能性は円形加速器にはない特徴である。

現在いくつかの次世代のレプトン加速器実験が計画されているが、現時点で技術的に実現可能な唯一の計画が ILC である。ILC は電子陽電子衝突型の線型加速器で、ヒッグス粒子等の精密測定によって標準模型の検証と新物理の探索が目的である。2013 年に技術設計書 (TDR)[4] が作成され、建設のための技術は確立されており、文部科学省の有識者会合 [30] で日本への誘致に向けた議論が交わされている。2017 年 11 月には、国際将来加速器委員会 (ICFA : International Committee for Future Accelerators) から、当初計画されていた全長 31km の加速トンネルを 20km に短縮することで建設コストを最大 4 割削減し早期実現を目指す、との声明がなされた [5]。これによって重心系エネルギーは $\sqrt{s} = 250[\text{GeV}]$ での運転となる。一方で、前述の通り、線型加速器の利点の一つがエネルギー拡張性であり、250[GeV] の段階での結果に応じてより高いエネルギーでの研究が行われることも期待される。

ILC は素粒子である電子陽電子の衝突であるため、すべてのエネルギーが衝突に使われ、始状態の情報を利用することができる。陽子同士の衝突の場合、内部構造を持つため実際衝突に使われるエネルギーを特定することが出来ない。また素粒子同士の衝突のため、衝突毎の事象生成数が少なく、目的とする信号事象を背景事象と分離することが容易である。これにより LHC よりも生成断面積が小さい過程であっても、より高い測定精度を得ることが期待できる。

ILC ではビームの偏極を操作可能であり、これは電弱理論に関連した研究を行う上で大きな利

点である。これは電弱相互作用において、フェルミオンは左巻きか右巻きかで異なる粒子として扱われるためである。トップクォークの角度分布や Z ボソンや W ボソンの崩壊は電子陽電子のスピン依存性があるため重要な機能である。またいくつかの事象の解析では、信号事象の生成断面積を増加させたり、背景事象を減少させたりすることで効率を上げることができる。

本研究で使用するパラメータは TDR のものを採用した。次章からは ILC が目的とする物理と加速器について、TDR に基づき述べる。

3.2 ILC における物理

標準模型はこれまでの実験からその正しさが検証されており、LHC によって 2012 年にヒッグス粒子らしき新粒子が発見された。しかしこの新粒子が標準模型におけるヒッグス粒子であるかの検証には、より精密な測定が必要である。こうした未だ詳細が調べられていないパラメータを調べ、標準模型の正しさを確かめることが重要である。表 3.1 に ILC における主要な物理目標を挙げた。

\sqrt{s}	反応過程	物理目標
250 GeV	$e^+e^- \rightarrow Zh$	ヒッグス粒子精密測定
350 GeV 付近	$e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$	トップ質量・結合精密測定
	$e^+e^- \rightarrow WW$	W 結合精密測定
	$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}h$	ヒッグス結合精密測定
500 GeV	$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$	Z' の探索
	$e^+e^- \rightarrow t\bar{t}h$	トップ湯川結合
	$e^+e^- \rightarrow Zhh$	ヒッグス自己結合
	$e^+e^- \rightarrow \tilde{\chi}\tilde{\chi}$	超対称性粒子の探索

表 3.1: ILC の主な物理目標

ILC の重要な物理目標の一つは、LHC で発見されたヒッグス粒子の詳細を調べることである。重心系エネルギー $\sqrt{s} = 250[\text{GeV}]$ でのヒッグス粒子の研究は、 $e^-e^+ \rightarrow Zh$ を用いて行われる。Z ボソンを再構成し反跳質量を計算することで、ヒッグス粒子の崩壊過程に依らず質量の測定を行うことが出来る。またヒッグス粒子の崩壊分岐比を測定し、ヒッグス粒子との結合を詳細に調べることも可能である。より高い重心系エネルギーでは、ヒッグス粒子同士の結合やトップクォークとの湯川結合が調べられる。

トップクォークの詳細な研究も ILC の主要な物理目標である。トップクォークは標準模型の中で最も質量の大きく、ヒッグス粒子との結合が最も大きい素粒子であり、新物理の寄与が大きく現れる可能性がある。しきい値領域でのトップ対生成過程は、トップクォークの質量や崩壊幅の精密測定を行うために重要である。トップクォークとゲージ粒子との結合は、新物理探索の重要な手掛かりであり、より高いエネルギー領域での主要な目的の一つである。

超対称性模型などで予言される新粒子には、LHC では探索が難しいが ILC では観測可能なものが存在し、こういった新粒子探索も ILC の目標である。超対称性粒子がより軽い新粒子と標準模型の粒子に崩壊するとき、新粒子の質量差が小さいと観測できる粒子の運動量が小さく、LHC では背景事象に埋もれて観測が困難である。ILC はクリーンな環境によってこれらを観測が容易であり、新粒子の探索が可能となる。

3.3 加速器

ILC の加速器は高周波超伝導加速技術に基づいており、TDR では全長 31km の加速空洞によって重心系エネルギー $\sqrt{s} = 500[\text{GeV}]$ を達成することを目指していた。2017 年 11 月には全長 20km で重心系エネルギー $\sqrt{s} = 250[\text{GeV}]$ とする計画が提案された。線形加速器のため衝突点は一か所であり、ここに二つの検出器を交互に配置する push-pull 構造を採用している。図 3.1 に ILC の外観を示す。また加速器のパラメータを表 3.2 に示す。加速器の主要部について以降で述べる。

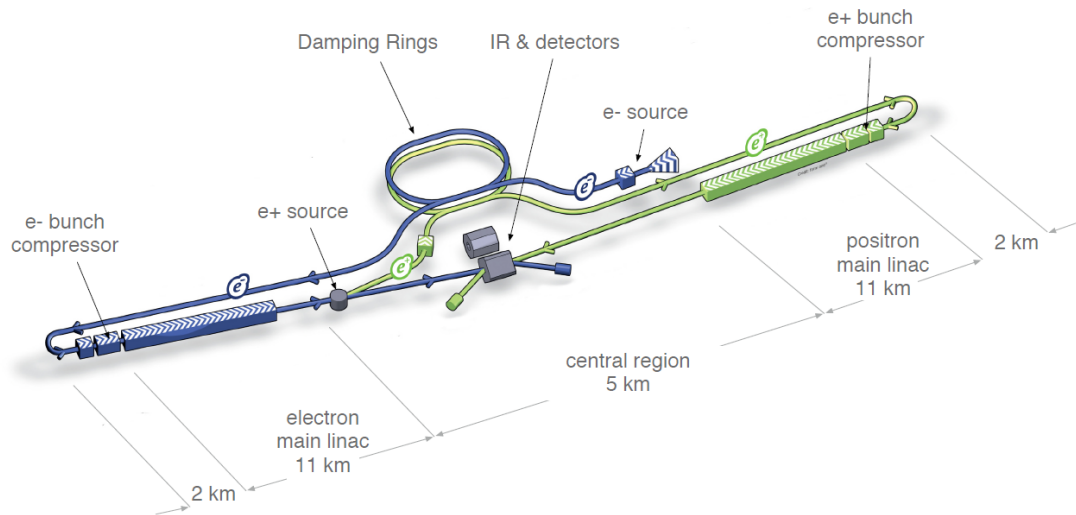


図 3.1: ILC 加速器の外観

Centre-of-mass energy	E_{CM}	GeV	Baseline 500 GeV Machine			1st Stage	L Upgrade		E_{CM} Upgrade	
			250	350	500		500	1000	1000	
Collision rate	f_{rep}	Hz	5	5	5	5	5	5	5	5
Electron linac rate	f_{linac}	Hz	10	5	5	10	5	5	5	5
Number of bunches	n_b		1312	1312	1312	1312	2625	2450	2450	2450
Bunch population	N	$\times 10^{10}$	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.74	1.74	1.74
Bunch Separation	Δt_b	ns	554	554	554	554	366	366	366	366
Pulse current	I_{beam}	mA	5.8	5.8	5.8	5.8	8.8	7.6	7.6	7.6
Main linac average gradient	G_a	MVm^{-1}	14.7	21.4	31.5	31.5	31.5	38.2	39.2	39.2
Average total beam power	P_{beam}	MW	5.9	7.3	10.5	5.9	21.0	27.2	27.2	27.2
Estimated AC power	P_{AC}	MW	122	121	163	129	204	300	300	300
RMS bunch length	σ_z	mm	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.250	0.250	0.250
Electron RMS energy spread	$\delta p/p$	%	0.190	0.158	0.124	0.190	0.124	0.083	0.085	0.085
Positron RMS energy spread	$\delta p/p$	%	0.152	0.100	0.070	0.152	0.070	0.043	0.047	0.047
Electron polarisation	P_-	%	80	80	80	80	80	80	80	80
Positron polarisation	P_+	%	30	30	30	30	30	20	20	20
Horizontal emittance	$\gamma\epsilon_x$	μm	10	10	10	10	10	10	10	10
Vertical emittance	$\gamma\epsilon_y$	μm	35	35	35	35	35	30	30	30
IP horizontal beta function	β_x^*	mm	13.0	16.0	11.0	13.0	11.0	22.6	11.0	11.0
IP vertical beta function	β_y^*	mm	0.41	0.34	0.48	0.41	0.48	0.25	0.23	0.23
IP RMS horizontal beam size	σ_x^*	mm	729.0	683.5	474	729	474	481	335	335
IP RMS vertical beam size	σ_y^*	mm	7.7	5.9	5.9	7.7	5.9	2.8	2.7	2.7
Luminosity	L	$\times 10^{34} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	0.75	1.0	1.8	0.75	3.6	3.6	4.9	4.9
Fraction of luminosity in top 1%	$L_{0.01}/L$		87.1%	77.4%	58.3%	87.1%	58.3%	59.2%	44.5%	44.5%
Average energy loss	δ_{BS}		0.97%	1.9%	4.5%	0.97%	4.5%	5.6%	10.5%	10.5%
Number of pairs per bunch crossing	N_{pairs}	$\times 10^3$	62.4	93.6	139.0	62.4	139.0	200.5	382.6	382.6
Total pair energy per bunch crossing	E_{pairs}	TeV	46.5	115.0	344.1	46.5	344.1	1338.0	3441.0	3441.0

表 3.2: ILC の加速器パラメータ

3.3.1 電子源

電子源は偏極率 80% の偏極電子を生成し、バンチを形成して減衰リングに入射するシステムである。図 3.2 は電子源のレイアウトである。まず DC 銃によって偏極光子を生成し、GaAs/GaAsP の光電陰面に照射して偏極電子を生成する。この手法によって ILC の目標である偏極率 80% を達成可能である。生成した偏極電子 2×10^{10} 個程度からなるバンチを形成し、常電導加速器で 76 MeV まで加速する。エネルギーコリメータでエネルギーを均一に揃えた後、超伝導加速器で 5 GeV に加速する。その後、減衰リングに入射するために、スピンの方向を進行方向と垂直な向きに回転する。

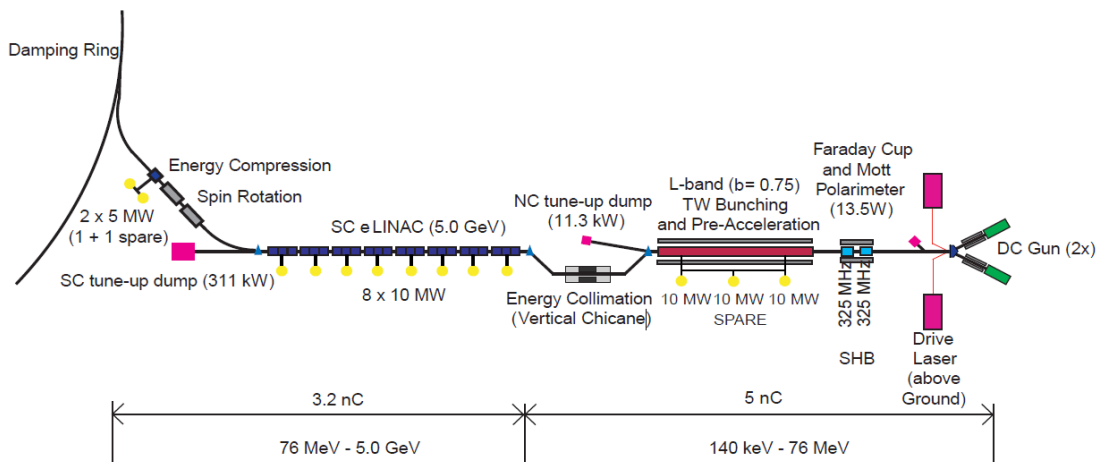


図 3.2: 電子源のレイアウト

3.3.2 陽電子源

ILC のベースラインではアンジュレータ方式によって偏極陽子を生成する。図 3.3 は陽電子源のレイアウトである。

後述の減衰リング、主線形加速器を通過した電子を利用する。螺旋状のアンジュレータと呼ばれる装置に電子を入射し、蛇行させることでシンクロトロン放射によって 10 MeV 程度の光子を生成する。このとき生成される光子は、電子が偏極しているため、円偏光している。アンジュレータに入射された電子は、その後ビームパイプに戻され衝突点へと向かう。一方、生成された光子はチタン合金の標的に照射され、大量の電子陽電子対が生成される。磁場をかけて陽電子のみを抽出し、超伝導加速器やスピン回転のソレノイドなどを経て減衰リングに入射される。この手法によって期待される偏極率は 30% であり、光子のコリメータを設置しアンジュレータを延長すること 60% が達成できるとされている。

陽電子源は TDR が作成された後も、最も R&D が行われている分野の一つである。TDR ではアンジュレータの長さは 147 m とされているが、電子ビームのエネルギーが 125 GeV に変更されたことに伴って、現在は 231 m とする設計が計画されている。またアンジュレータ方式のほか、電子駆動方式による陽電子源も技術的なバックアップとして計画されている。この方式ではアンジュレータ方式に比べてコストを抑えることが可能である一方で、陽電子の偏極を得ることは出来ないため、コストや物理的意義などの側面から議論が行われている。

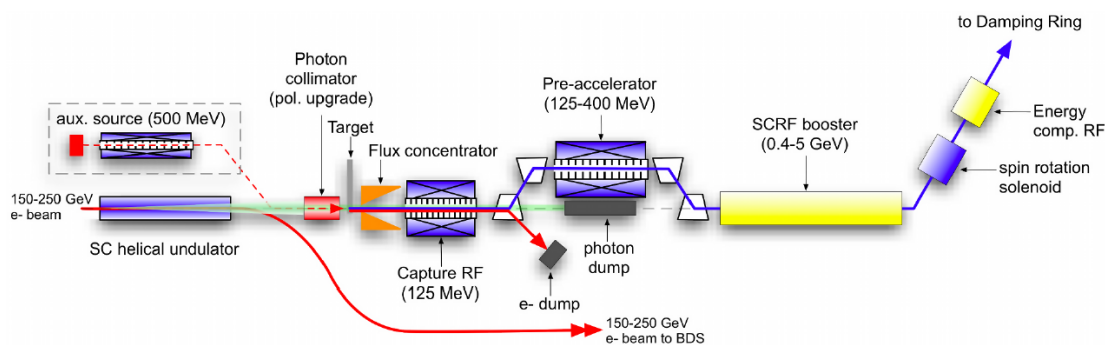


図 3.3: 陽電子源のレイアウト

3.3.3 減衰リング

減衰リングは周長 3.2 km のリングで、エミッタンスを抑えることで ILC に要求される高いルミノシティを達成するための装置である。

ILC は線形加速器のため、ビームが衝突する回数は一回しかない。このためルミノシティを上げるためにはビームを衝突点で小さいサイズに絞る必要がある。このためには、エミッタンスと呼ばれるビームが位置と運動量の位相空間に占める面積を下げるのが重要である。

図 3.4 は減衰リングの概要である。ビームは円弧部分で制動放射によって光子を放出してエネルギーを失い、直線部分で再度加速されエネルギーを得る仕組みになっている。制動放射による光子は電子の進行方向に放出されるため、電子は運動量の絶対値が減少することになる。一方で加速器による加速は、基準軌道方向のみのため、結果として基準軌道方向に垂直な運動量は低下し、ビームの運動量の向きが揃うことになる。ウィグラーと呼ばれる部分では、ビームを左右方向に蛇行させることでこの効果をより高めている。

3.3.4 RTML システム

減衰リングから主線形加速器までのさまざまな役割をもつ部分を RTML (Ring to Main Linac) システムと呼ぶ。図 3.5 に電子のための RTML システムの概要を示す。陽電子の場合はレイアウトが反転して、頭文字が E から P に置き換わる。それぞれの役割を以下に示す。

- ERTL (PRTL) : 減衰リングから直線部まで輸送する。
- ELTL (RLTL) : バunchを直線輸送する。
- ETURN (PTURN) : 主線形加速器に入射させるために 180 度反転する。
- ESPIN (PSPIN) : 減衰リングに入射する際に回転したスピンの向きを戻す。
- EBC1 (PBC1) EBC2 (PBC2) : バunch長を圧縮し、また 5 GeV から 15 GeV まで加速する。

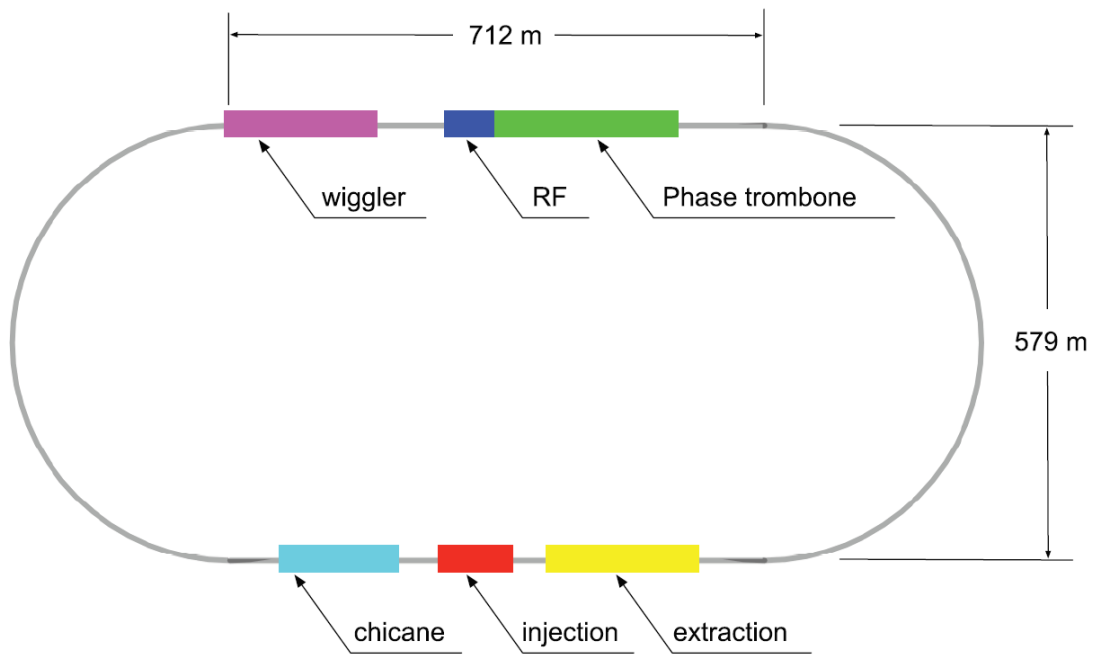


図 3.4: 減衰リングのレイアウト

3.3.5 主線形加速器

主線形加速器では 15 GeV で入射されたバンチを最大 250 GeV まで加速する。全長 11 km、平均加速勾配 31.5 MV/m、クオリティファクタ $Q_0 = 10^{10}$ が TDR での設計値である。7400 個のニオブ製の超伝導加速空洞を用い、それぞれの加速空洞には高周波電力が供給される。ここで加速されたバンチは、ビーム輸送システムによって衝突点まで運ばれる。

重心系エネルギーを $\sqrt{s} = 250[\text{GeV}]$ とする場合には、必要な主線形加速器の長さはおよそ 6 km となり、トンネルの長さを短縮でき、最大で 4 割程度のコスト削減が可能である。また加速空洞開発技術の発展により、従来の手法からクオリティファクタを約 2 倍改善し、更に加速勾配 45MV/m を達成している。将来的にはこれらの技術を応用して、電力効率の上昇やビームエネルギーの増加が期待される。

3.3.6 ビーム輸送システム

ビーム輸送システムは全長 2.2 km の、主線形加速器から衝突点までのビーム輸送、衝突点でのビーム収束、ビームダンプまでの剰余ビームの輸送を担うシステムである。このほか、ビームのエネルギーや偏極を測定したり、ビーム由来の背景事象を少なくするためビームハローを取除いたりという役割を果たす。

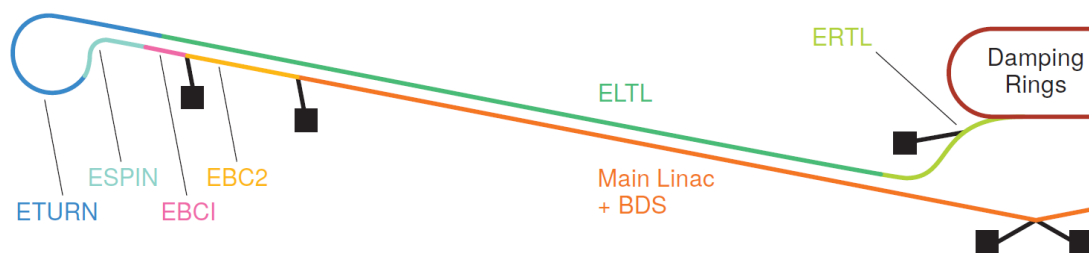


図 3.5: RTML のレイアウト

第4章 ILD(International Large Detector)

4.1 概要

ILCでは二つの検出器が設計されている。一つがSiD (Silicon Detector)で、飛跡検出器にシリコン検出器を用い、5Tの磁場を用いてコンパクトなデザインになっていることが特徴である。もう一つがILD (International Large Detector)である。図4.1にILDの概要図を示す。

ILCは衝突点から複数の検出器が層構造になっており、それぞれが役割を果たすことでILCが要求する性能を満たす。検出器は内側から以下の構造になっている。

- 飛跡検出器
 - 崩壊点検出器
 - シリコン飛跡検出器群
 - 中央飛跡検出器
- カロリメータ
 - 電磁カロリメータ
 - ハドロンカロリメータ
- 外層部
 - ソレノイドコイル
 - リターンヨーク/ミューオン検出器

また、ビーム軸方向には前方検出器群が設置される。前方検出器群は内部から

- LumiCal
- LHCAL
- BeamCal

という構造になっている。

この章ではILCが採用する検出アルゴリズムであるPFA (Particle Flow Algorithm)[31]と、ILDを構成する各検出器について述べる。

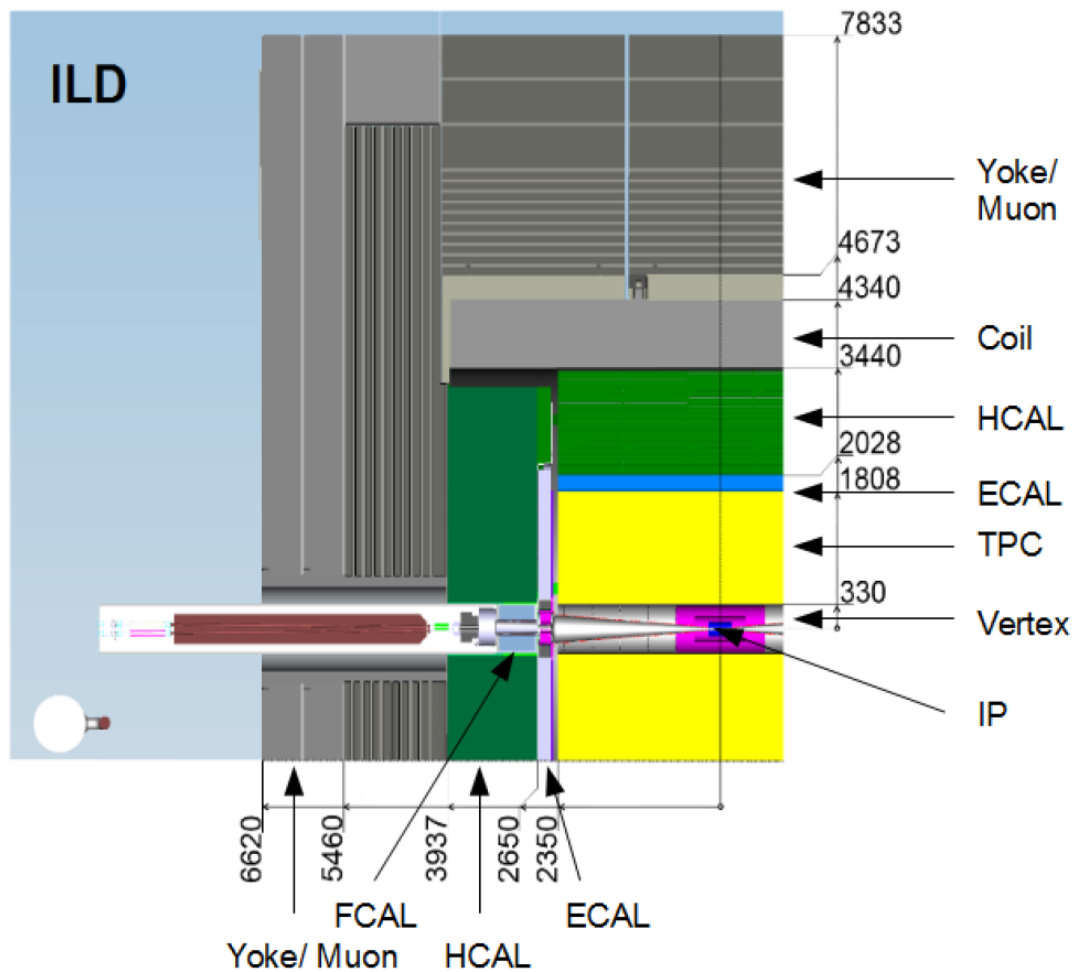


図 4.1: ILD 検出器の概観

4.2 PFA (Particle Flow Algorithm)

ILCにおける重要な物理事象の多くは、同一方向の複数の粒子が束となって観測されるジェットという現象を含む。したがってジェットを精度よく測定することが、ILCの物理解析において重要である。

PFAはジェットに含まれる粒子の測定のためのアルゴリズムである[31]。ジェットのエネルギーの内、62%が荷電粒子、27%が光子、10%が中性ハドロン、1%がニュートリノによるものである。また、飛跡検出器の運動量分解能は、カロリメータのエネルギー分解能に比べて、非常に精度が良いという性質がある。これらの事実からジェットのエネルギー分解能を最大化するためには、荷電粒子は飛跡検出器、光子は電磁カロリメータ、中性ハドロンはハドロンカロリメータでそれぞれ測定すればよい。これがPFAの基本原則であり、図4.2にその概要図を示す。PFAを行うためには、粒子を個別に測定することが重要であり、各検出器はPFAからの要求を満たすよう設計されている。

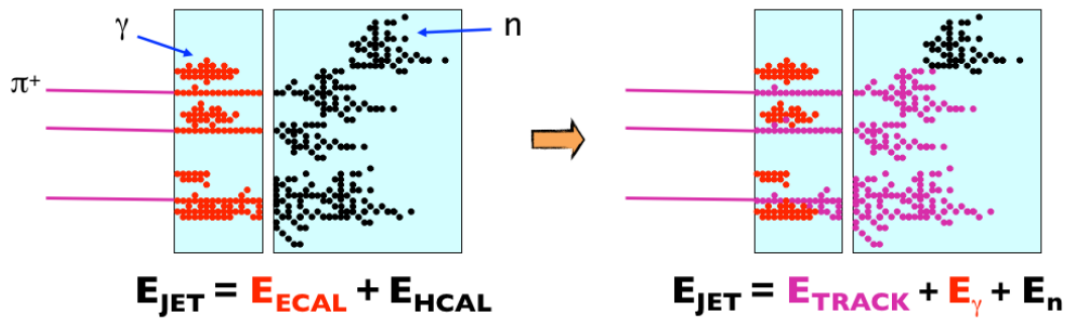


図 4.2: PFA の概観:伝統的な測定手法からの変遷の様子を示している

4.3 飛跡検出器

4.3.1 崩壊点検出器 (VTD)

崩壊点検出器は ILD 検出器の最内層、衝突点に最も近くに位置し、荷電粒子の飛跡と粒子の崩壊点の再構成するためのシリコンピクセル検出器である。ILC の物理解析では、ボトムクォーク或いはチャームクォーク由来のジェットを識別するフレーバタグ性能が求められる。このためには B 中間子や D 中間子の崩壊点を正確に再構成することが重要である。

崩壊点検出器に要求される性能の指標として衝突径数 (impact parameter) 分解能が次のように与えられる。

$$\sigma \leq 5 + \frac{10}{p\beta \sin^{3/2} \theta} [\mu\text{m}] \quad (4.1)$$

ここで p, β, θ はそれぞれ粒子の運動量、速度、ビーム軸との角度である。第 1 項は検出器の分解能による項であり、ピクセルのサイズなどに依存する。第 2 項は多重散乱の影響による項であり、レイヤーの物質長に依存する。

図 4.3 に崩壊点検出器の概観を示す。ILD の崩壊点検出器は 3 層のレイヤーからなり、各レイヤーの両面にピクセルセンサーが取り付けられる。最内層は衝突点から 16mm の位置に設置するよう設計されており、ビーム由来の背景事象の影響を受けやすい。飛跡を正確に再構成するためにピクセル占有率を下げることも崩壊点検出器には要求される。現在、崩壊点検出の候補として CMOS や FPCCD など複数の手法で技術開発が進められている。

4.3.2 シリコン飛跡検出器群 (SIT, SET, ETD, FTD)

シリコン飛跡検出器群は、SIT (Silicon Inner Tracker)、SET (Silicon External Tracker)、ETD (End cap component behind the end-plate of the TPC)、FTD (Forward Tracker) の四つからなる。いずれも後述の主飛跡検出器 (TPC) の周囲に配置され、飛跡検出器全体の運動量分解能の向上、バンチ識別、前方での検出能力の補完等の役割を果たす。図 4.4 はシリコン検出器群の配置位置を示している。

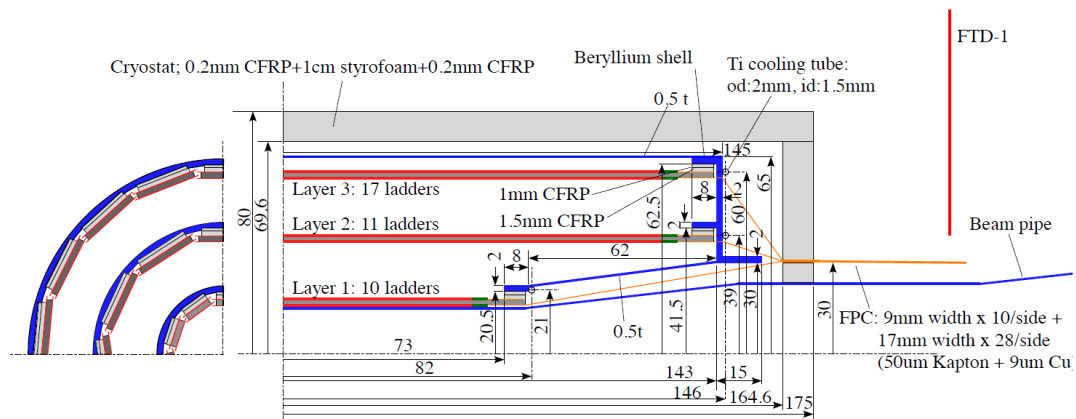


図 4.3: 崩壊点検出器の概観

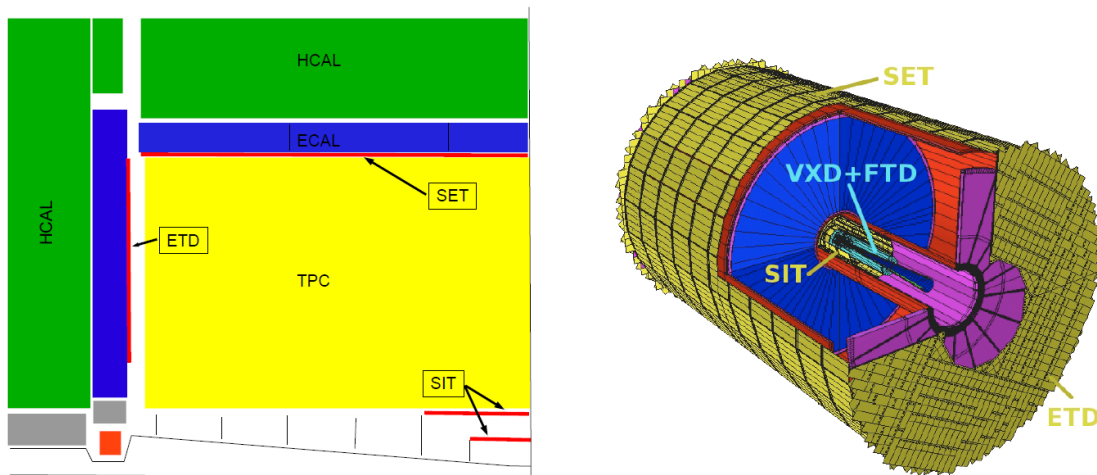


図 4.4: シリコン検出器群の概観

4.3.3 主飛跡検出器 (TPC)

主飛跡検出器 (TPC) は荷電粒子の飛跡を 3 次元的に再構成することを目的としたガス検出器である。一つのトラックあたり最大 224 個の 3 次元空間上の点が得られ、飛跡を連続的に再構成することが可能である。また TPC はガス検出器であるため物質量が少ないため、TPC の外側にあるカロリメータ、したがって PFA の性能への影響を小さくできる。更にエネルギー損失 dE/dx による粒子識別が可能であり、多くの物理解析において非常に重要な情報が得られる。

TPC に要求される性能は次の運動量分解能で与えられる。

$$\sigma[p^{-1}] \leq 9 \times 10^{-5} [\text{GeV}^{-1}] \quad (4.2)$$

また、 $100 \mu\text{m}$ の位置分解能、5%以下の dE/dx 分解能が要求されている。

ILD ではこれらの三種の飛跡検出器を組み合わせ、荷電粒子の運動量分解能

$$\sigma[p^{-1}] \leq 2 \times 10^{-5} [\text{GeV}^{-1}] \quad (4.3)$$

を目指している。

4.4 カロリメータ

ILD では電磁カロリメータ (ECAL) とハドロンカロリメータ (HCAL) の二つのカロリメータが設置される。また後述する LHCAL は、HCAL ではカバーできない前方部分でハドロンシャワーを測定する目的で設置される。ILD に要求されるジェットのエネルギー分解能は 3-4% であり、カロリメータはこの要求を達成するため、主に中性ハドロンと光子のエネルギー測定役割を担う。

4.4.1 電磁カロリメータ

電磁カロリメータでは電磁シャワーを発生させることで粒子のエネルギーを測定する。光子や荷電粒子、また中性ハドロンの一部が電磁シャワーを発生させるが、PFA を用いる場合は電磁カロリメータによって測定されるべきなのは光子のみである。このため電磁カロリメータでは、電磁シャワーを粒子毎に判別することが求められる。

電磁カロリメータは、シャワーを発生させる吸収層と、それらを検出するセンサー層からなる。吸収層には求められるのは、カロリメータ全体のサイズを小さくするための小さい放射長 X_0 と、各粒子の判別のための小さいモリエール半径 R_M である。ILD ではタングステン ($X_0 = 3.5[\text{mm}]$, $R_M = 9[\text{mm}]$) を用いたものが開発されている。センサー層には高精細な位置分解能が求められ、 $5 \times 5 \text{mm}^2$ のシリコンピクセルセンサーを用いるものなどが開発されている。

4.4.2 ハドロンカロリメータ

ハドロンカロリメータはハドロンシャワーを観測し、中性ハドロンエネルギーを測定する役割を持つ。一般に、ハドロンシャワーは相互作用長 λ_I が長く、エネルギーの測定には大きな体積を必要とする。

ハドロンカロリメータの吸収層には鉄 ($\lambda_I = 17\text{cm}$) を用いる。これは鉄のハドロン相互作用長 λ_I が小さいことが理由である。センサー層には、 $3 \times 3 \text{cm}^2$ のシンチレータタイルと光検出器を組み合わせたものや、Resistive Plate Chamber と呼ばれるガス検出器などが開発されている。

4.5 外層部

ILD の外層部は、ソレノイドコイルとリターンヨーク/ミュオン検出器である。

ソレノイドコイルは 3.5 T の磁場を発生させている。リターンヨークの役割の一つは、この磁場を検出器の外側に漏らさないことである。もう一つの重要な役割がミュオンの検出である。ミュオンはカロリメータでエネルギーを落としきらずコイルの外側まで到達することがあり、これを検出することでミュオンの測定精度を上昇させることができる。また、ハドロンカロリメータから漏れ出したエネルギーを測定するという役割も持つ。

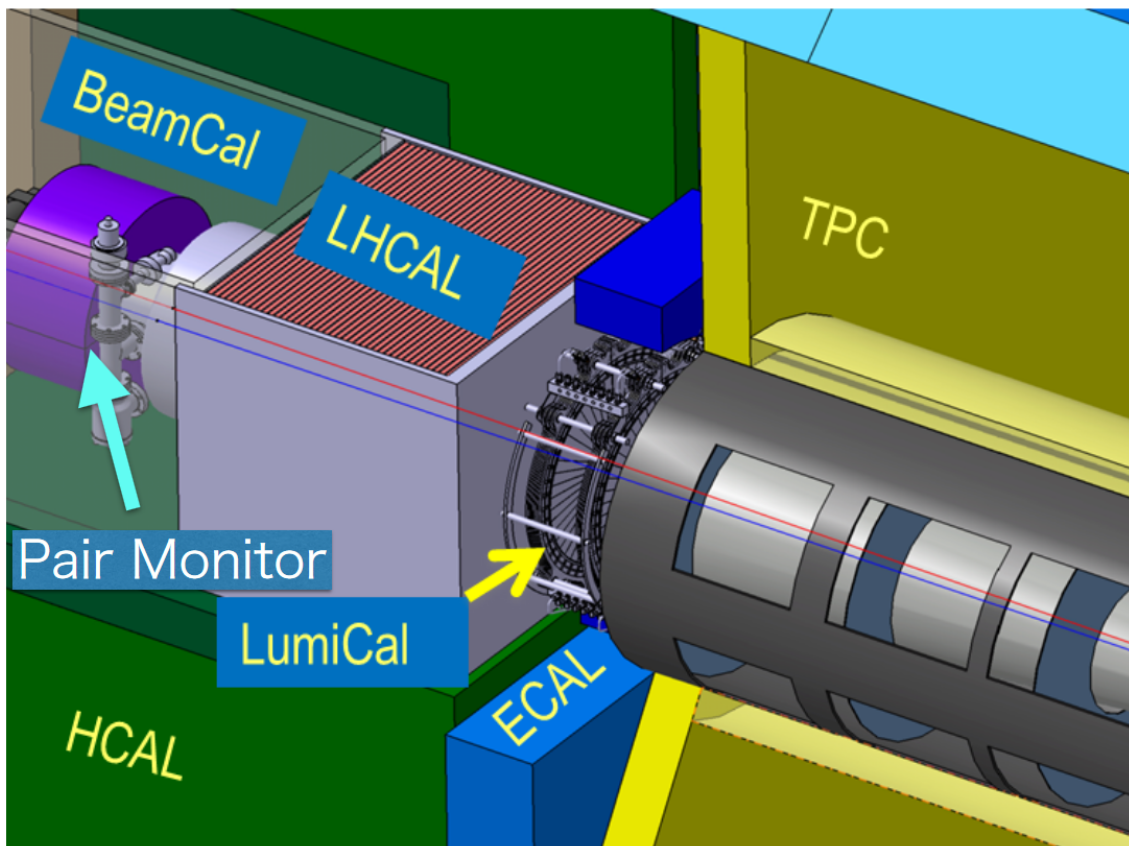


図 4.5: 前方検出器群の概観

4.6 前方検出器群

ビーム軸に近い部分には前方検出器群が設置される。図 4.5 に設置位置を示す。

LumiCal は ECAL のエンドキャップ部の円形の穴に設置されるカロリメータである。Bhabha 散乱 ($e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$) を測定することで、ルミノシティを正確に測定することが役割である。

BeamCal はバンチ毎のルミノシティの測定と、ビームパラメータの測定を目的としたカロリメータである。ビームバンチがもつ電磁場により制動放射で光子が生成され、大量の電子陽電子対が生成される現象をペアバックグラウンドと呼び、BeamCal ではこれを測定することでルミノシティ、ビームパラメータを見積もる。またペアモニタというシリコンピクセル検出器を BeamCal と併用してビームサイズの測定を行うことが予定されている。ここで得られたビームパラメータはフィードバックされ、ビームの安定化に利用される。

LHCAL は HCAL ではカバーできない領域のハドロンシャワーの測定を行うためのハドロンカロリメータである。LHCAL は HCAL と同様にタングステンの吸収層とシリコン検出器による開発が行われている。

第5章 シミュレーション

本研究では詳細技術設計書 (DBD) に基づく検出器条件で作成されたイベントサンプルを用いたフルシミュレーション解析を行った。DBD は TDR と同時に刊行された、検出器の設定がより詳細に記されたものである。

本章では、事象生成と検出器シミュレーション・事象再構成に用いたソフトウェアについて述べる。

5.1 事象生成

事象生成には WHIZARD (W, Higgs, Z And Respected Decay)[32][33] と PYTHIA[34] と呼ばれるプログラムを使用した。WHIZARD は多粒子散乱の断面積の効率的な計算のためにデザインされたプログラムである。標準模型のほか、MSSM[35] やリトルヒッグス模型 [36] などがサポートされている。本研究では、標準模型のパッケージを用いてパートンレベルでの終状態粒子の生成に用いた。

PYTHIA は加速器実験のシミュレーションに広く用いられているプログラムであり、WHIZARD 同様イベントの生成や QCD、QED の相互作用のシャワーの生成が可能である。本研究では WHIZARD で生成したパートンレベルからシャワーを生成するために使用している。

5.2 検出器シミュレーション・事象再構成

ILCSoft は ILC 実験のためのソフトウェア群であり、本研究では検出器シミュレーションに Mokka パッケージ [37]、事象再構成に Marlin パッケージ [38] を使用した。ILCSoft では LCIO (Linear Collider I/O)[39] というデータモデルを使用しており、主に C++ の言語で記述される。

Mokka は Geant4 に基づき、線型加速器の検出器レイアウトを再現し、検出器フルシミュレーションを行うためのプログラムである。WHIZARD 等で生成された事象を、ILD 検出器で検出される信号としてシミュレーションするために用いている。ILD 検出器のレイアウトと性能は DBD で示されたものに基づいている。

Marlin (Modular Analysis and Reconstruction for the LINear collider) は線形加速器のための解析パッケージである。C++ で記述される PFA やジェット再構成のためのモジュール (プロセッサ) を、XML 形式のファイルで管理する。本研究では Marlin を用いて、ILD 検出器で検出される信号から事象再構成を行った。

第6章 トップクォークの物理

第2章で述べたようにトップクォークは標準模型で最も質量が大きい素粒子であり、その質量は電弱対称性の破れのスケール ($o(100\text{GeV})$) にある。このためトップクォークとゲージ粒子との結合は、電弱対称性の破れに関わる新物理探索の重要な手掛かりと考えられている。特に ILC では電弱相互作用によるトップクォーク対生成過程 (図 6.1) を用いた、トップクォークとゲージ粒子 Z/γ との結合 (以下 $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合) の測定に優れる。閾値領域 ($\sqrt{s} \sim 350[\text{GeV}]$) ではグルーオンの交換による効果が大きいため、 $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合の研究には重心系エネルギー $\sqrt{s} = 500[\text{GeV}]$ が適している。

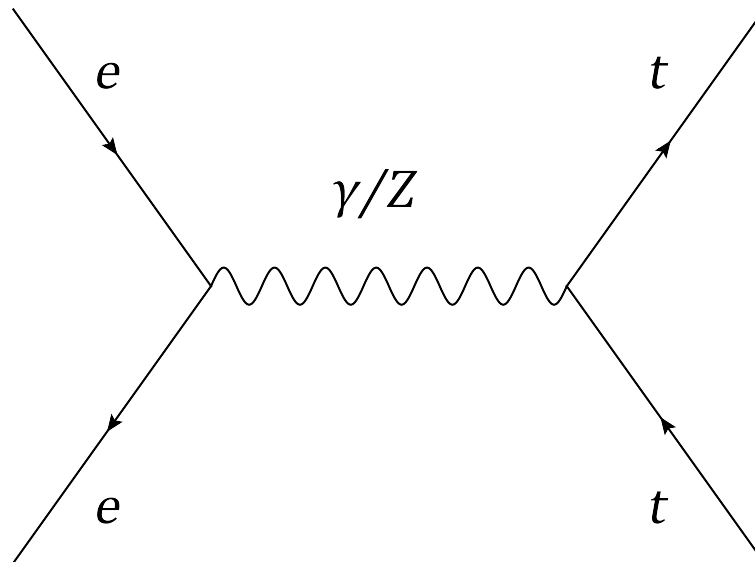


図 6.1: トップクォーク対生成過程のダイアグラム

トップクォークはほぼ 100% の確率でボトムクォークと W 粒子に崩壊するため、トップクォーク対生成過程の終状態は W 粒子が軽いクォークかレプトンに崩壊するかで分類される。それぞれの分岐比は以下の通りである。

- the fully hadronic decay : $t\bar{t} \rightarrow bq\bar{q}b\bar{q}$ (46.2%)
- the semi leptonic decay : $t\bar{t} \rightarrow bq\bar{q}bl\nu$ (43.5%)
- the di-leptonic decay : $t\bar{t} \rightarrow bl^+\nu b\bar{l}^-\bar{\nu}$ (10.3%)

本章では初めに semi-leptonic decay 過程を用いた先行研究について述べる。そして本研究の信号事象である di-leptonic decay 過程の、崩壊過程を含む確率振幅 $|\mathcal{M}|^2$ を導入する。

6.1 先行研究の結果

先行研究 [40] では信号事象として semi-leptonic decay 過程を用いて、生成過程の断面積とトップクォークの前後非対称性の二つの観測量を用いた。本研究と同様に二種類のビーム偏極を用いることで、実質四つの観測量が得られるため、 Z と γ の寄与を分離して測定を行うことが可能である。また semi-leptonic decay 過程は崩壊分岐比が大きく、再構成が他の過程に比べて容易であるので、統計誤差の面では他の過程に比べて有利である。

先行研究における測定精度の見積もりの結果、 $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合の結合定数や形状因子を % レベルで測定が可能であることが示された。複合模型等の新物理模型で予言されている、これらの物理量の標準模型からのずれは 10% 程度であり [6]、模型の同定が期待できる精度である。図 6.2 はトップクォークと Z 粒子の左巻き、右巻きの結合定数について、新物理模型で予言される標準模型からのずれと、ILC における測定精度を示したものである。新物理が存在する場合には $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合の測定から、これらの模型の同定が行えることがわかる。また LHC で予想される測定精度と比較すると、一桁から二桁程度精度が良い結果である。

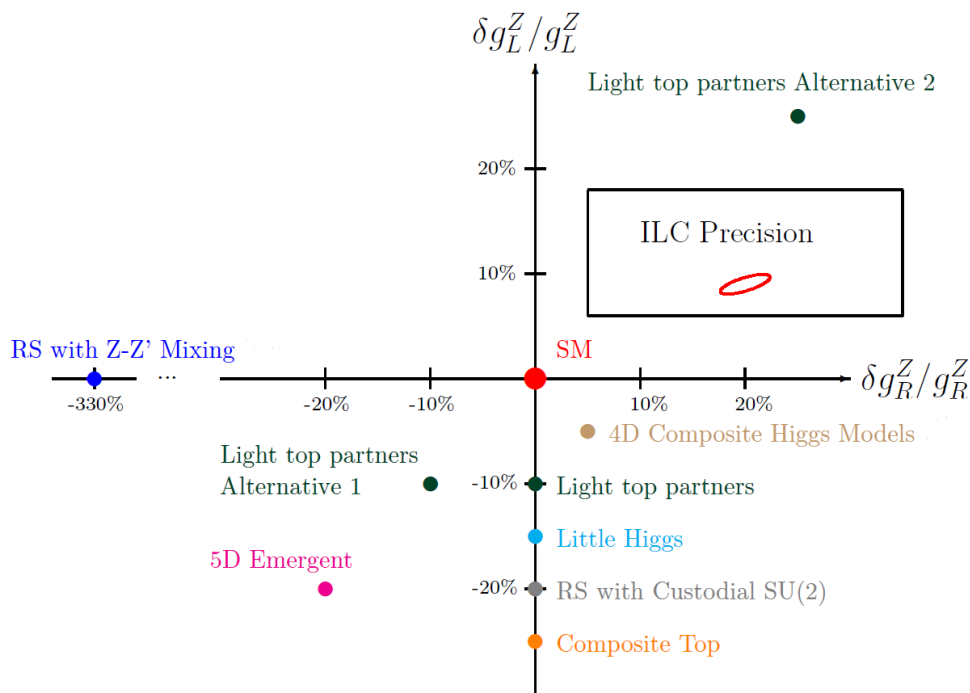


図 6.2: トップクォークと Z 粒子の左巻き、右巻きの結合定数の標準模型からのずれ: 結合定数と形状因子は $g_{L(R)} = F_{1V} - (+)F_{1A}$ の関係にある。各点が新物理模型で予言されるずれの値であり、典型的に 10% 程度であることがわかる。右上の黒枠内の赤楕円が先行研究 [40] による、ILC で期待される測定精度であり、% レベルであることがわかる。実際に ILC で測定を行うことで、これらの模型の同定が行えると期待できる

先行研究 [41] では、同じく semi-leptonic decay 過程を信号事象として用い、 $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合のうち CP 対称性を破るパラメータの測定を行った。ここでは W 粒子から崩壊した荷電レプトンを用いることで、CP-odd な観測量を定義し測定を行った。これによって $|F_{2A}|$ (式 2.41) の測定精度が 0.01 のオーダーで測定できることを示した。これによって two-Higgs-doublet model によって引き起

される標準模型を超える CP 対称性の破れ [7] を発見できる可能性があることが示されている。

6.2 di-leptonic 過程の振幅

先行研究 [40] ではトップクォーク対の生成過程から得られる観測量を用いて測定を行ったものである。一方でトップクォークはハドロン化する前に崩壊するため、これらの粒子の角度分布はトップクォークの偏極に依存する。従って崩壊過程で得られる角度情報も $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合測定のための観測量となる。また先行研究と同様に対生成過程の全断面積も観測量の一つである。

本研究では、di-leptonic decay 過程の振幅をヘリシティ形式で導入する。 λ_X は X 粒子のヘリシティを表すものとする。与えられた電子陽電子のヘリシティ ($\lambda_{e^-}, \lambda_{e^+}$) についての振幅を式 (6.1) とする。

$$\left| \mathcal{M}^{\lambda_{e^-} \lambda_{e^+}} \right|^2 = \sum_{\lambda_b \lambda_{\bar{b}} \lambda_{l^+} \lambda_{l^-} \lambda_{\bar{\nu}} \lambda_{\nu}} \left| \sum_{\lambda_t \lambda_{\bar{t}} \lambda_{W^+} \lambda_{W^-}} \mathcal{M}_{\lambda_t \lambda_{\bar{t}}}^{\lambda_{e^-} \lambda_{e^+}} \mathcal{M}_{\lambda_{W^+} \lambda_b}^{\lambda_t} \mathcal{M}_{\lambda_{W^-} \lambda_{\bar{b}}}^{\lambda_{\bar{t}}} \mathcal{M}_{\lambda_{l^+} \lambda_{\nu}}^{\lambda_{W^+}} \mathcal{M}_{\lambda_{l^-} \lambda_{\bar{\nu}}}^{\lambda_{W^-}} \right|^2 \quad (6.1)$$

次節以降で各成分について述べる。

6.2.1 $e^- e^+ \rightarrow t\bar{t}$ 過程

第章で導入した形状因子を用いて、生成過程の Matrix element を導入する。まず各粒子の運動量を次のようにとる。

$$P_{e^-} = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, \frac{\sqrt{s}}{2} \right) \quad (6.2)$$

$$P_{e^+} = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, 0, 0, -\frac{\sqrt{s}}{2} \right) \quad (6.3)$$

$$P_t = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, p_t \sin \theta_t \cos \phi_t, p_t \sin \theta_t \sin \phi_t, p_t \cos \theta_t \right) \quad (6.4)$$

$$P_{\bar{t}} = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, -p_t \sin \theta_t \cos \phi_t, -p_t \sin \theta_t \sin \phi_t, -p_t \cos \theta_t \right) \quad (6.5)$$

ここで $p_t = \sqrt{s/4 - m_t^2}$ である。電子ビームの進行方向を z 軸正の向きとしてとった。系は z 軸まわりの回転について不変なので、 ϕ_t は任意にとることが出来る。以下では $\phi_t = 0$ としてとり、Matrix element から ϕ_t 依存性を取り除く。各粒子はスピン $\frac{1}{2}$ のフェルミオンであり、ヘリシティは $\lambda_X = \pm \frac{1}{2}$ をとる。これらの変数を用いて、媒介粒子が $X (= Z, \gamma)$ のときの $\mathcal{M}_{\lambda_t \lambda_{\bar{t}}}^{\lambda_{e^-} \lambda_{e^+}}$ が以下のよう書ける。なお表記上 $\frac{1}{2}$ を省略して、 $\lambda_X = (-, +)$ とした。

$$\mathcal{M}_{-+}^{-+X} = c_L^X [F_{1V}^X - \beta F_{1A}^X + F_{2V}^X] (1 + \cos \theta_t) \quad (6.6)$$

$$\mathcal{M}_{+-}^{-+X} = c_L^X [F_{1V}^X + \beta F_{1A}^X + F_{2V}^X] (1 - \cos \theta_t) \quad (6.7)$$

$$\mathcal{M}_{--}^{-+X} = c_L^X \gamma^{-1} [F_{1V}^X + \gamma^2 (F_{2V}^X + F_{2A}^X)] \sin \theta_t \quad (6.8)$$

$$\mathcal{M}_{++}^{-+X} = c_L^X \gamma^{-1} [F_{1V}^X + \gamma^2 (F_{2V}^X - F_{2A}^X)] \sin \theta_t \quad (6.9)$$

$$\mathcal{M}_{-+}^{+-X} = -c_R^X [F_{1V}^X - \beta F_{1A}^X + F_{2V}^X] (1 - \cos \theta_t) \quad (6.10)$$

$$\mathcal{M}_{+-}^{+-X} = -c_R^X [F_{1V}^X + \beta F_{1A}^X + F_{2V}^X] (1 + \cos \theta_t) \quad (6.11)$$

$$\mathcal{M}_{--}^{+-X} = c_R^X \gamma^{-1} [F_{1V}^X + \gamma^2 (F_{2V}^X + F_{2A}^X)] \sin \theta_t \quad (6.12)$$

$$\mathcal{M}_{++}^{+-X} = c_R^X \gamma^{-1} [F_{1V}^X + \gamma^2 (F_{2V}^X - F_{2A}^X)] \sin \theta_t \quad (6.13)$$

ここで $\beta^2 = 1 - 4m_t^2/s$, $\gamma = \sqrt{s}/(2m_t)$ であり、 $c_{L/R}^X$ はそれぞれ以下の通りである。

$$c_L^\gamma = -1, c_R^\gamma = -1, c_L^Z = \left(\frac{1/2 + s_W^2}{s_W c_W} \right) \left(\frac{s}{s - m_Z^2} \right), c_R^Z = \left(\frac{s_W^2}{s_W c_W} \right) \left(\frac{s}{s - m_Z^2} \right) \quad (6.14)$$

F_{2A}^X を含む \mathcal{M} は $\sin \theta_t$ に比例しており、先行研究における観測量であった前後非対称度は F_{2A}^X に感度がないことがわかる。

6.2.2 $t \rightarrow bW^+$ 過程

$t \rightarrow bW$ のラグランジアンを次のように表記する。

$$\begin{aligned} L = & \frac{g}{\sqrt{2}} \left[W_\mu^- \bar{b} \gamma^\mu (f_1^L P_- + f_1^R P_+) t - \frac{1}{m_W} \partial_\nu W_\mu^- \bar{b} \sigma^{\mu\nu} (f_2^L P_- f_2^R P_+) t \right] \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}} \left[W_\mu^+ \bar{t} \gamma^\mu (f_1^{L*} P_- + f_1^{R*} P_+) b - \frac{1}{m_W} \partial_\nu W_\mu^+ \bar{t} \sigma^{\mu\nu} (f_2^{R*} P_- f_2^{L*} P_+) b \right] \end{aligned} \quad (6.15)$$

ここで $P_\pm = 1/2(1 \pm \gamma_5)$, $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ である。 $f_i^{L/R}$ は tbW 結合を表現する形状因子である。標準模型の tree level では $f_1^L = f_1^{R*} = 1$ でその他は全て 0 である。

トップクォークの静止系における各粒子の運動量を導入する。

$$P_t = (m_t, 0, 0, 0) \quad (6.16)$$

$$P_{W^+} = (m_t - E_b, p_b \sin \theta_{W^+} \cos \phi_{W^+}, p_b \sin \theta_{W^+} \sin \phi_{W^+}, p_b \cos \theta_{W^+}) \quad (6.17)$$

$$P_b = (E_b, -p_b \sin \theta_{W^+} \cos \phi_{W^+}, -p_b \sin \theta_{W^+} \sin \phi_{W^+}, -p_b \cos \theta_{W^+}) \quad (6.18)$$

反トップクォークの進行方向を z 軸正の向きとする。 ϕ_{W^+} はトップクォーク対生成の反応平面からとる。また、ボトムクォークの質量を無視する ($m_b = 0$) と

$$E_b = p_b = \frac{m_t^2 - m_W^2}{2m_t} \quad (6.19)$$

と求まる。

上記の表記を用いて、 $\mathcal{M}_{\lambda_{W^+} \lambda_b}^{\lambda_t}$ を導入する。 λ_t, λ_b は $(-, +)$ と表記する。 W 粒子はスピン 1 なので、 $\lambda_{W^+} = \pm 1, 0$ をとり、それぞれ $(-, +, 0)$ と表記する。

$$\mathcal{M}_{0-}^- = c \left[\frac{m_t}{m_W} f_1^L + f_2^R \right] \sin \frac{\theta_{W^+}}{2} e^{-i\phi_{W^+}} \quad (6.20)$$

$$\mathcal{M}_{--}^- = \sqrt{2}c \left[f_1^L + \frac{m_t}{m_W} f_2^R \right] \cos \frac{\theta_{W^+}}{2} \quad (6.21)$$

$$\mathcal{M}_{0-}^+ = c \left[\frac{m_t}{m_W} f_1^L + f_2^R \right] \cos \frac{\theta_{W^+}}{2} \quad (6.22)$$

$$\mathcal{M}_{--}^+ = -\sqrt{2}c \left[f_1^L + \frac{m_t}{m_W} f_2^R \right] \sin \frac{\theta_{W^+}}{2} e^{i\phi_{W^+}} \quad (6.23)$$

$$\mathcal{M}_{0+}^- = -c \left[\frac{m_t}{m_W} f_1^R + f_2^L \right] \cos \frac{\theta_{W^+}}{2} \quad (6.24)$$

$$\mathcal{M}_{++}^- = -\sqrt{2}c \left[f_1^R + \frac{m_t}{m_W} f_2^L \right] \sin \frac{\theta_{W^+}}{2} e^{-i\phi_{W^+}} \quad (6.25)$$

$$\mathcal{M}_{0+}^+ = c \left[\frac{m_t}{m_W} f_1^R + f_2^L \right] \sin \frac{\theta_{W^+}}{2} e^{i\phi_{W^+}} \quad (6.26)$$

$$\mathcal{M}_{++}^+ = -\sqrt{2}c \left[f_1^R + \frac{m_t}{m_W} f_2^L \right] \sin \frac{\theta_{W^+}}{2} \quad (6.27)$$

ここで $c = \frac{g}{\sqrt{2}}\sqrt{2E_b m_t}$ である。 $|\lambda_t| = 1/2$ なので $(\lambda_{W^+}, \lambda_b) = (-, +), (+, -)$ は禁止される。

$\mathcal{M}_{\lambda_{\bar{b}}\lambda_{W^-}}^{\lambda_{\bar{t}}}$ については、各粒子の運動量を反トップクォークの静止系でとり、式 (6.20)-(6.27) の形状因子を次のように変換することで得られる。

$$\theta_{W^+} \rightarrow \theta_{W^-}, \phi_{W^+} \rightarrow \phi_{W^-} \quad (6.28)$$

$$f_1^L \rightarrow f_1^{R*}, f_1^R \rightarrow f_1^{L*}, f_2^L \rightarrow f_2^{R*}, f_1^R \rightarrow f_1^{L*} \quad (6.29)$$

6.2.3 $W^+ \rightarrow l^+\nu$ 過程

W^+ 粒子の静止系における各粒子の運動量を導入する。

$$P_{W^+} = (m_W, 0, 0, 0) \quad (6.30)$$

$$P_{l^+} = \left(\frac{m_W}{2}, p_{l^+} \sin \theta_{l^+} \cos \phi_{l^+}, p_{l^+} \sin \theta_{l^+} \sin \phi_{l^+}, p_{l^+} \cos \theta_{l^+} \right) \quad (6.31)$$

$$P_\nu = \left(\frac{m_W}{2}, -p_{l^+} \sin \theta_{l^+} \cos \phi_{l^+}, -p_{l^+} \sin \theta_{l^+} \sin \phi_{l^+}, -p_{l^+} \cos \theta_{l^+} \right) \quad (6.32)$$

ボトムクォークの進行方向を z 軸正の向きとし、 ϕ_{l^+} はトップクォーク対生成の反応平面からとる。またレプトンの質量は無視している ($m_{l^+} = m_\nu = 0$)。

次に $\mathcal{M}_{\lambda_{l^+}\lambda_\nu}^{\lambda_{W^+}}$ を導入する。 λ_X の表記はこれまでと同様に絶対値を省略する。レプトンと W 粒子の結合は、レプトンの左巻きのみを考えることとする。

$$\mathcal{M}_{+-}^- = -\frac{g_W}{m_W} \left[\frac{1 - \cos \theta_{l^+}}{2} \right] \quad (6.33)$$

$$\mathcal{M}_{+-}^0 = -\frac{g_W}{m_W} \frac{\sin \theta_{l^+}}{\sqrt{2}} e^{i\phi_{l^+}} \quad (6.34)$$

$$\mathcal{M}_{+-}^+ = -\frac{g_W}{m_W} \left[\frac{1 + \cos \theta_{l^+}}{2} \right] e^{2i\phi_{l^+}} \quad (6.35)$$

ここで g_W は W 粒子の結合定数である。

$\mathcal{M}_{\lambda_{l^-}\lambda_{\bar{\nu}}}^{\lambda_{W^-}}$ については、各粒子の運動量を W^- の静止系でとり、式 (6.33)-(6.35) の形状因子を次のように変換することで得られる。

$$\theta_{l^+} \rightarrow \pi - \theta_{l^-}, \phi_{l^+} \rightarrow \pi + \phi_{l^-} \quad (6.36)$$

$W^+ \rightarrow l^+\nu$ 過程と同様に、 $W^+ \rightarrow q\bar{q}$ 過程の振幅も導入することができる。ただしクォークに崩壊する場合、クォークの電荷を同定することが実験的に困難であるために角度を定めることができない。

6.2.4 まとめ

前節までの内容から、式 (6.1) の角度依存性を表す。

$$\begin{aligned} & \left| \mathcal{M}^{\lambda_e - \lambda_{e^+}} \right|^2 (\cos \theta_t, \cos \theta_{W^+}, \phi_{W^+}, \cos \theta_{W^-}, \phi_{W^-}, \cos \theta_{l^+}, \phi_{l^+}, \cos \theta_{l^-}, \phi_{l^-}) \\ &= \sum_{\lambda_b \lambda_{\bar{b}} \lambda_{l^+} \lambda_{\nu} \lambda_{l^-} \lambda_{\bar{\nu}}} \left| \sum_{\lambda_t \lambda_{\bar{t}} \lambda_{W^+} \lambda_{W^-}} \mathcal{M}_{\lambda_t(\cos \theta_t)\lambda_{\bar{t}}}^{\lambda_e - \lambda_{e^+}} \mathcal{M}_{\lambda_{W^+}\lambda_b}^{\lambda_t} (\cos \theta_{W^+}, \phi_{W^+}) \mathcal{M}_{\lambda_{W^-}\lambda_{\bar{b}}}^{\lambda_{\bar{t}}} (\cos \theta_{W^-}, \phi_{W^-}) \right. \\ & \quad \left. \mathcal{M}_{\lambda_{l^+}\lambda_\nu}^{\lambda_{W^+}} (\cos \theta_{l^+}, \phi_{l^+}) \mathcal{M}_{\lambda_{l^-}\lambda_{\bar{\nu}}}^{\lambda_{W^-}} (\cos \theta_{l^-}, \phi_{l^-}) \right|^2 \quad (6.37) \end{aligned}$$

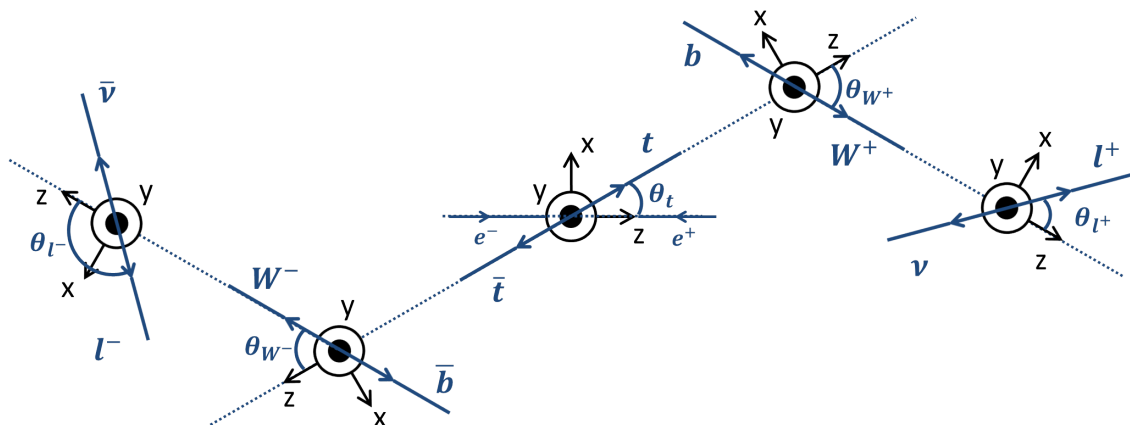


図 6.3: ヘリシティ角の定義: θ は図中のように z 軸との間の角として定義され、 ϕ は xy 平面で定義される。

また各角度の定義を模式的に示した図を、図 6.3 に示す。

式 (6.37) に示したように、9 つの角を引数とする関数として $|M|^2$ が定義される。これをそれぞれの角度依存性に分けて展開したときの係数は、それぞれ異なる形状因子依存性をもつ変数となる。本研究の場合には 9 つの角度情報があるので、角度依存性で展開すると項の数は膨大になり、得られる変数の数も膨大である。これらを同時に用いれば、複数の形状因子の同時測定が容易であり、また形状因子間の相関を小さくすることができる。一方で大量の変数を同時に適切に用いるのは簡単ではないため、角度依存性毎に展開することは現実的ではない。そこで次章で導入する Matrix element 法によって、9 次元の分布を適切に扱い、測定を行うことを目指す。

本章では di-leptonic decay 過程の振幅を導入したが、そのほかの過程についても同様に振幅を導入することが出来る。ただし W 粒子がクォークに崩壊する場合、クォークの電荷が測定困難であるため、 W 粒子の崩壊における角度情報を用いることができない。よって、semi-leptonic 過程では 7 つ、fully hadronic 過程では 5 つの角度情報に限られる。角度情報が少なくなるため、形状因子の測定感度は小さくなることが予想される。測定感度の違いの定量的な評価には、それぞれの過程で同様の手法を用いて研究を行う必要がある。本研究は、最も多くの角度情報が得られる di-leptonic 過程を用いた手法の開発を目標としたが、将来的には全ての過程を用いた場合の測定精度の評価が望まれる。

第7章 Matrix element 法

Matrix element 法では、前章で定義した $|\mathcal{M}|^2$ から確率密度関数を定義し、式にあらわれる全ての物理量を同時に用いる。使用できる全ての情報を用いるため、原理的に本手法は最も精度の高い測定が可能である。

7.1 尤度関数

式 (6.37) の $|\mathcal{M}|^2$ から、各イベントについての確率密度関数が次のように定義できる。

$$|\hat{\mathcal{M}}|^2(F, \Phi) = \frac{|\mathcal{M}|^2(F, \Phi)}{\int |\mathcal{M}|^2(F, \Phi) d\Phi} \quad (7.1)$$

ここで F は形状因子 F_i を統一的に表記するものとする。また Φ は前章で定義した 9 つの角度を統一的に表記するものとする。このように確率密度関数を生成するためには、規格化を行う必要がある。分母の計算は一般には大統計のモンテカルロ積分によって可能であるが、形状因子の依存性があるため、形状因子を変化させて積分を行う必要があり大量の CPU 時間を必要とする。本研究の場合は $|\mathcal{M}|^2$ が形状因子の 2 次までの項であることから、以下に示すように計算時間を大幅に短縮することができる。

$|\mathcal{M}|^2$ を、形状因子の標準模型の値まわりで展開する。

$$|\mathcal{M}|^2(\delta F, \Phi) = \left(1 + \sum_i \omega_i(\Phi) \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) \delta F_i \delta F_j \right) |\mathcal{M}^{\text{SM}}|^2(\Phi) \quad (7.2)$$

ここで δF_i は形状因子の標準模型からのずれ ($\delta F \equiv F_i - F_i^{\text{SM}}$)、 δF は δF_i を統一的に表記するものとする。 $\omega(\Phi), \tilde{\omega}(\Phi)$ はそれぞれ形状因子の 1 次、2 次の項の係数であり次のように計算できる。

$$\omega_i(\Phi) = \frac{1}{|\mathcal{M}|^2(F, \Phi)} \left. \frac{\partial |\mathcal{M}|^2(F, \Phi)}{\partial F_i} \right|_{\delta F=0}, \quad \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) = \frac{1}{|\mathcal{M}|^2(F, \Phi)} \left. \frac{\partial^2 |\mathcal{M}|^2(F, \Phi)}{\partial F_i \partial F_j} \right|_{\delta F=0} \quad (7.3)$$

$|\mathcal{M}|^2$ を式 (7.2) のように展開すると、積分 $\int |\mathcal{M}|^2(F, \Phi) d\Phi$ も次のように書くことができる。

$$\int |\mathcal{M}|^2(\delta F, \Phi) d\Phi = \left(1 + \sum_i \Omega_i \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij} \delta F_i \delta F_j \right) \int |\mathcal{M}^{\text{SM}}|^2(\Phi) d\Phi \quad (7.4)$$

$\Omega, \tilde{\Omega}$ はそれぞれ形状因子の 1 次、2 次の項の係数であり次のように計算できる。

$$\begin{aligned} \Omega_i &= \int \omega_i(\Phi) \frac{|\mathcal{M}^{\text{SM}}|^2(\Phi)}{\int |\mathcal{M}^{\text{SM}}|^2(\Phi) d\Phi} d\Phi \\ &= \int \omega_i(\Phi) |\hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}}|^2(\Phi) d\Phi \end{aligned} \quad (7.5)$$

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \int \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) |\hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}}|^2(\Phi) d\Phi \quad (7.6)$$

$\Omega, \tilde{\Omega}$ は、 $\omega(\Phi), \tilde{\omega}(\Phi)$ に標準模型の確率密度関数をかけて積分を行ったものであり、標準模型における $\omega(\Phi), \tilde{\omega}(\Phi)$ の期待値である。また $\int |\mathcal{M}|^2(\Phi) d\Phi$ は全断面積 σ と同等であり、 $\Omega, \tilde{\Omega}$ は σ を用いて次のように計算をすることもできる。

$$\Omega_i = \frac{1}{\sigma(F)} \frac{\partial \sigma(F)}{\partial F_i} \Big|_{\delta F=0}, \tilde{\Omega}_{ij} = \frac{1}{\sigma(F)} \frac{\partial^2 \sigma(F)}{\partial F_i \partial F_j} \Big|_{\delta F=0} \quad (7.7)$$

したがって、本研究の場合は $\Omega, \tilde{\Omega}$ を求めることで規格化を行うことができ、これらは式 (7.6) もしくは式 (7.7) によって計算できる。式 (7.6) は標準模型のパラメータを代入したモンテカルロ積分、式 (7.7) の場合には数値計算で求めることができるので、一般の場合に比べて計算時間を短縮することが可能である。

イベント毎の確率密度関数と、全体の事象数についてのポアソン分布の確率密度関数から、 δF についての尤度関数を次のように定義する。

$$\mathcal{L}(\delta F) = \left(\prod_{e=1}^{N^{\text{data}}} |\hat{\mathcal{M}}|^2(F, \Phi) \right) \times \frac{(N(\delta F))^{N^{\text{data}}}}{N^{\text{data}}!} e^{-N(\delta F)} \quad (7.8)$$

ここで N^{data} は実験で得られる実際のイベント数、 $N(\delta F)$ は δF の関数として得られるイベント数である。 $N(\delta F)$ は $\int |\mathcal{M}|^2(\delta F, \Phi) d\Phi$ と積分ルミノシティ L の積で表される。

$$N(\delta F) = L \int |\mathcal{M}|^2(\delta F, \Phi) d\Phi \quad (7.9)$$

この関係から、負の対数尤度関数を計算すると、

$$\chi^2(\delta F) \equiv -2 \log \mathcal{L}(\delta F) \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} &= -2 \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log |\mathcal{M}|(\delta F, \Phi_e) - 2N^{\text{data}} \log L + 2N^{\text{data}} \log N(\delta F) \\ &\quad - 2N^{\text{data}} \log N(\delta F) + 2 \log N^{\text{data}}! + 2N(\delta F) \end{aligned} \quad (7.11)$$

$$= -2 \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log |\mathcal{M}|(\delta F, \Phi_e) + 2N(\delta F) - 2N^{\text{data}} \log L + 2 \log N^{\text{data}}! \quad (7.12)$$

Matrix element 法では、式 (7.12) で定義される χ^2 を最小化することで δF の測定を行う。第 3 項、第 4 項は δF に依存しない項であり測定結果には影響がない。第 1 項、第 2 項に式 (7.2) と式 (7.4) をそれぞれ代入すると、

$$\begin{aligned} &\chi^2(\delta F) - (-2N^{\text{data}} \log L + 2 \log N^{\text{data}}!) \\ &= -2 \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log \left(1 + \sum_i \omega_i(\Phi_e) \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi_e) \delta F_i \delta F_j \right) |\mathcal{M}^{\text{SM}}|^2(\Phi_e) \\ &\quad + 2 \left(1 + \sum_i \Omega_i \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}(\Phi_e) \delta F_i \delta F_j \right) N^{\text{SM}} \end{aligned} \quad (7.13)$$

$$\begin{aligned} &= -2 \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log \left(1 + \sum_i \omega_i(\Phi_e) \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi_e) \delta F_i \delta F_j \right) \\ &\quad + 2 \left(\sum_i \Omega_i \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}(\Phi_e) \delta F_i \delta F_j \right) N^{\text{SM}} - 2 \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log |\mathcal{M}^{\text{SM}}|^2(\Phi_e) + 2N^{\text{SM}} \end{aligned} \quad (7.14)$$

δF 依存性のある項のみから、 $\chi_0^2(\delta F)$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \chi_0^2(\delta F) = & -2 \left(\sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log \left(1 + \sum_i \omega_i(\Phi_e) \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi_e) \delta F_i \delta F_j \right) \right. \\ & \left. - \left(\sum_i \Omega_i \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}(\Phi_e) \delta F_i \delta F_j \right) N^{\text{SM}} \right) \end{aligned} \quad (7.15)$$

χ_0^2 を最小化することで δF の測定を行う。

次節以降で、測定結果と得られる精度について具体例を挙げて説明する。

7.1.1 1 変数の場合

測定する変数が一つの場合を考える。このときの $\chi^2(\delta F)$ は

$$\chi_0^2(\delta F) = -2 \left(\sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log (1 + \omega(\Phi_e) \delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F^2) - (\Omega \delta F + \tilde{\Omega}(\Phi_e) \delta F^2) N^{\text{SM}} \right) \quad (7.16)$$

第 1 項を次のように変形する。

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \log (1 + \omega(\Phi_e) \delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F^2) \quad (7.17) \\ = & \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \left[\log (1 + \omega(\Phi_e) \delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F^2) - \omega(\Phi_e) \delta F - \left(\tilde{\omega}(\Phi_e) - \frac{1}{2} \omega^2(\Phi_e) \right) \delta F^2 \right] \\ & + N^{\text{data}} \langle \omega \rangle \delta F + N^{\text{data}} \left(\langle \tilde{\omega} \rangle - \frac{1}{2} \langle \omega^2 \rangle \right) \delta F^2 \end{aligned} \quad (7.18)$$

ここで $\langle X \rangle$ は変数 X の平均をあらわす ($\langle X \rangle = \frac{1}{N^{\text{data}}} \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} X_e$)。式 (7.18) の第 1 項を微分すると

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial(\delta F)} \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \left[\log (1 + \omega(\Phi_e) \delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F^2) - \omega(\Phi_e) \delta F - \left(\tilde{\omega}(\Phi_e) - \frac{1}{2} \omega^2(\Phi_e) \right) \delta F^2 \right] \\ = & \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \left[\frac{\omega(\Phi_e) + 2\tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F}{1 + \omega(\Phi_e) \delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F^2} - \omega(\Phi_e) - (2\tilde{\omega}(\Phi_e) - \omega^2(\Phi_e)) \delta F \right] \end{aligned} \quad (7.19)$$

$$= \sum_{e=1}^{N^{\text{data}}} \frac{\delta F^2 (\omega^3 - 3\omega\tilde{\omega} + \omega^2\tilde{\omega}\delta F - 2\tilde{\omega}^2)}{1 + \omega(\Phi_e) \delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e) \delta F^2} \quad (7.20)$$

$\delta F \ll 1$ では式 (7.20) は δF の 2 次以上の項とみなすことができ、式 (7.18) の第 1 項は δF の 3 次以上の項とみなせる。 χ_0^2 を δF の 2 次まで展開すると、

$$\chi_0^2(\delta F) = -2 \left(N^{\text{data}} \left(\langle \omega \rangle \delta F + \left(\langle \tilde{\omega} \rangle - \frac{1}{2} \langle \omega^2 \rangle \right) \delta F^2 + \mathcal{O}(\delta F^3) \right) - (\Omega \delta F + \tilde{\Omega}(\Phi_e) \delta F^2) N^{\text{SM}} \right) \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned} = & -2N^{\text{data}} \left((\langle \omega \rangle - \Omega) \delta F + \left(\langle \tilde{\omega} \rangle - \tilde{\Omega} \right) \delta F^2 - \frac{1}{2} \langle \omega^2 \rangle \delta F^2 + \mathcal{O}(\delta F^3) \right) \\ & + 2(N^{\text{SM}} - N^{\text{data}}) (\Omega \delta F + \tilde{\Omega} \delta F^2) \end{aligned} \quad (7.22)$$

$N^{\text{SM}} - N^{\text{data}}$ はおよそ δF の 1 次のオーダーであり、最後の項はそのほかにくらべて十分小さい。式 (7.22) を微分すると、

$$\frac{\partial \chi_0^2}{\partial(\delta F)}(\delta F) \simeq -2N^{\text{data}} \left((\langle \omega \rangle - \Omega) + 2 \left(\langle \tilde{\omega} \rangle - \tilde{\Omega} \right) \delta F - \langle \omega^2 \rangle \delta F + \mathcal{O}(\delta F^2) \right) \quad (7.23)$$

したがって、 χ_0^2 から得られる測定の中心値 δF_{fit} は

$$\delta F_{\text{fit}} \simeq \frac{\langle \omega \rangle - \Omega}{\langle \omega^2 \rangle - 2 \left(\langle \tilde{\omega} \rangle - \tilde{\Omega} \right)} \quad (7.24)$$

$$\simeq \frac{\langle \omega \rangle - \Omega}{\langle \omega^2 \rangle} \quad (7.25)$$

最後の変形は $\langle \omega^2 \rangle \gg \langle \tilde{\omega} \rangle - \tilde{\Omega}$ を使った。 Ω が ω の標準模型での期待値であったので、式 (7.25) は ω についての実験データの平均と標準模型での期待値を比較していることを意味している。

また、測定値の分散は $\frac{1}{2} \chi_0^2$ の 2 階微分の逆数で与えられる。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi_0^2}{\partial(\delta F)^2}(\delta F) \Big|_{\delta F = \delta F_{\text{fit}}} \simeq -N^{\text{data}} \left(2 \left(\langle \tilde{\omega} \rangle - \tilde{\Omega} \right) - \langle \omega^2 \rangle + \mathcal{O}(\delta F_{\text{fit}}) \right) \quad (7.26)$$

$$\simeq N^{\text{data}} \langle \omega^2 \rangle \quad (7.27)$$

よって測定結果は

$$\delta F_{\text{fit}} \simeq \frac{\langle \omega \rangle - \Omega}{\langle \omega^2 \rangle} \pm \frac{1}{\sqrt{N^{\text{data}} \langle \omega^2 \rangle}} \quad (7.28)$$

7.1.2 多変数の場合

これまでの議論を多変数の場合に拡張する。1 変数と同様に χ_0^2 を δF の 2 次まで展開する。

$$\begin{aligned} \chi_0^2(\delta F) = & -2N^{\text{data}} \left(\sum_i (\langle \omega_i \rangle - \Omega_i) \delta F_i + \sum_{ij} \left(\langle \tilde{\omega}_{ij} \rangle - \tilde{\Omega}_{ij} \right) \delta F_i \delta F_j - \sum_{ij} \frac{1}{2} \langle \omega_i \omega_j \rangle \delta F_i \delta F_j + \mathcal{O}(\delta F^3) \right) \\ & + 2(N^{\text{SM}} - N^{\text{data}}) \left(\sum_i \Omega_i \delta F_i + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij} \delta F_i \delta F_j \right) \end{aligned} \quad (7.29)$$

式 (7.29) を微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial(\delta F_k)} \chi_0^2(\delta F) \simeq & -2N^{\text{data}} \left((\langle \omega_k \rangle - \Omega_k) + \sum_i \left(\langle \tilde{\omega}_{ik} \rangle - \tilde{\Omega}_{ik} \right) \delta F_i + \sum_j \left(\langle \tilde{\omega}_{kj} \rangle - \tilde{\Omega}_{kj} \right) \delta F_j \right. \\ & \left. - \sum_i \langle \omega_i \omega_k \rangle \delta F_i + \mathcal{O}(\delta F^2) \right) \end{aligned} \quad (7.30)$$

$$\simeq -2N^{\text{data}} \left((\langle \omega_k \rangle - \Omega_k) - \sum_i \langle \omega_i \omega_k \rangle \delta F_i \right) \quad (7.31)$$

これより測定を中心値は次のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \delta F_{0,\text{fit}} \\ \vdots \\ \delta F_{k,\text{fit}} \\ \vdots \\ \delta F_{n,\text{fit}} \end{pmatrix} = \Lambda^{-1} \begin{pmatrix} \langle \omega_0 \rangle - \Omega_0 \\ \vdots \\ \langle \omega_k \rangle - \Omega_k \\ \vdots \\ \langle \omega_n \rangle - \Omega_n \end{pmatrix} \quad (7.32)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \langle \omega_0 \omega_0 \rangle & \cdots & \langle \omega_0 \omega_k \rangle & \cdots & \langle \omega_0 \omega_n \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \langle \omega_k \omega_0 \rangle & \cdots & \langle \omega_k \omega_k \rangle & \cdots & \langle \omega_k \omega_n \rangle \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \langle \omega_n \omega_0 \rangle & \cdots & \langle \omega_n \omega_k \rangle & \cdots & \langle \omega_n \omega_n \rangle \end{pmatrix} \quad (7.33)$$

また $\frac{1}{2}\chi_0^2$ の 2 階微分が

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(\delta F_k) \partial(\delta F_l)} \chi_0^2(\delta F) \simeq N^{\text{data}} \langle \omega_k \omega_l \rangle \quad (7.34)$$

と計算でき、分散共分散行列 V が以下であたえられる。

$$V^{-1} \simeq N^{\text{data}} \Lambda \quad (7.35)$$

7.1.3 本研究の場合

本研究は測定する形状因子が 10 個なので 10 変数となる。また、本研究ではビーム偏極の異なる二つのサンプルを用いるため、それぞれのサンプルで定義される χ_0^2 の和として定義される関数を最小化することで測定を行う。

$$\chi_0^2(\delta F) = \chi_0^2(\delta F)^{\text{L}} + \chi_0^2(\delta F)^{\text{R}} \quad (7.36)$$

式 (7.36) を微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial(\delta F_k)} \chi_0^2(\delta F) &\simeq -2N^{\text{data,L}} \left((\langle \omega_k^{\text{L}} \rangle - \Omega_k^{\text{L}}) - \sum_i \langle \omega_i^{\text{L}} \omega_k^{\text{L}} \rangle \delta F_i \right) \\ &\quad -2N^{\text{data,R}} \left((\langle \omega_k^{\text{R}} \rangle - \Omega_k^{\text{R}}) - \sum_i \langle \omega_i^{\text{R}} \omega_k^{\text{R}} \rangle \delta F_i \right) \end{aligned} \quad (7.37)$$

このときの測定の中心値は次のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} \delta F_{0,\text{fit}} \\ \vdots \\ \delta F_{k,\text{fit}} \\ \vdots \\ \delta F_{9,\text{fit}} \end{pmatrix} = \Lambda^{-1} \begin{pmatrix} f^{\text{L}} (\langle \omega_0 \rangle^{\text{L}} - \Omega_0^{\text{L}}) + f^{\text{R}} (\langle \omega_0 \rangle^{\text{R}} - \Omega_0^{\text{R}}) \\ \vdots \\ f^{\text{L}} (\langle \omega_k \rangle^{\text{L}} - \Omega_k^{\text{L}}) + f^{\text{R}} (\langle \omega_k \rangle^{\text{R}} - \Omega_k^{\text{R}}) \\ \vdots \\ f^{\text{L}} (\langle \omega_9 \rangle^{\text{L}} - \Omega_9^{\text{L}}) + f^{\text{R}} (\langle \omega_9 \rangle^{\text{R}} - \Omega_9^{\text{R}}) \end{pmatrix} \quad (7.38)$$

$$\Lambda = f^{\text{L}} \Lambda^{\text{L}} + f^{\text{R}} \Lambda^{\text{R}} \quad (7.39)$$

$$\Lambda^{\text{L/R}} = \begin{pmatrix} \langle \omega_0^{\text{L/R}} \omega_0^{\text{L/R}} \rangle & \cdots & \langle \omega_0^{\text{L/R}} \omega_k^{\text{L/R}} \rangle & \cdots & \langle \omega_0^{\text{L/R}} \omega_9^{\text{L/R}} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \omega_k^{\text{L/R}} \omega_0^{\text{L/R}} \rangle & \cdots & \langle \omega_k^{\text{L/R}} \omega_k^{\text{L/R}} \rangle & \cdots & \langle \omega_k^{\text{L/R}} \omega_9^{\text{L/R}} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \omega_9^{\text{L/R}} \omega_0^{\text{L/R}} \rangle & \cdots & \langle \omega_9^{\text{L/R}} \omega_k^{\text{L/R}} \rangle & \cdots & \langle \omega_9^{\text{L/R}} \omega_9^{\text{L/R}} \rangle \end{pmatrix} \quad (7.40)$$

$$f^{\text{L/R}} = \frac{N^{\text{data,L/R}}}{N^{\text{data,L}} + N^{\text{data,R}}} \quad (7.41)$$

また、分散共分散行列 V は $V^{-1} \simeq (N^{\text{data,L}} + N^{\text{data,R}})\Lambda$ で与えられる。

7.2 予想される bias と χ_{test}^2

測定の中心値は誤差の範囲で入力のパラメータに一致することが期待される。しかし実際の測定の場合には以下にあげる要因によって中心値に bias(ずれ) が生じることが予想される。

- t と W は崩壊幅が大きく、質量が on-shell でないイベントが存在する。
- 同じ終状態をもつダイアグラムは信号事象との選別が困難であり、干渉による効果も予想される。
- b はハドロン化によってジェットとして観測される。これによってもととの b の方向からのずれが生じる。
- 測定器の分解能に応じて、粒子の方向やエネルギーにずれが生じる。
- ISR や beamstrahlung の効果で、重心系エネルギーが小さくなったり、イベント全体がブーストされる。
- 信号事象と似た終状態をもつイベントが正確に分離できなかったとき誤差が生じる。

上二つの効果は既に先行研究 [9] によって評価されている。これらの効果は十分に小さく測定結果は誤差の範囲で入力値に一致するものであった。本研究ではほかの効果が測定結果の bias に与える影響を評価する。これらの効果を見積もるため、次の関数を定義する。

$$\chi_{\text{test}}^2 = \sum_{ij} \delta F_{i,\text{fit}} V_{ij}^{-1} \delta F_{j,\text{fit}} \quad (7.42)$$

測定する変数の数が k のとき、 $\chi_{\text{test}}^2 \leq k$ であれば bias の大きさは統計誤差に比べて小さいと評価できる。本研究では χ_{test}^2 の値を用いて解析の最適化を行う。なお定義上、 $\chi_{\text{test}}^2 = -\chi_0^2$ であり、 χ_{test}^2 は測定と同時に得られる。

7.2.1 外れ値

式 (7.33) のように測定結果は ω の平均値に依存するため、分布の形状は正しく得られている場合でも、中心から大きく離れたイベントがある場合はずれが生じる。こうしたイベントは 7.2 で述べた効果によって生じる可能性がある。本研究では、分布の中心から標準偏差の 10 倍離れたイベントを外れ値として定義し取り除く。

第8章 本研究の信号事象

本手法では9つの角度情報を観測量として用いることができる、トップクォーク対生成過程の di-leptoni 過程を信号事象として用いる。図 8.1 に di-leptonic 過程のダイアグラムを示す。本研究は主に測定手法の開発を目的としたため、測定精度が高い、荷電レプトンがどちらも μ であるもののみを用いた。これは質量の差から μ は光子を放出しにくくエネルギーや方向の測定精度が e に比べ高いためである。

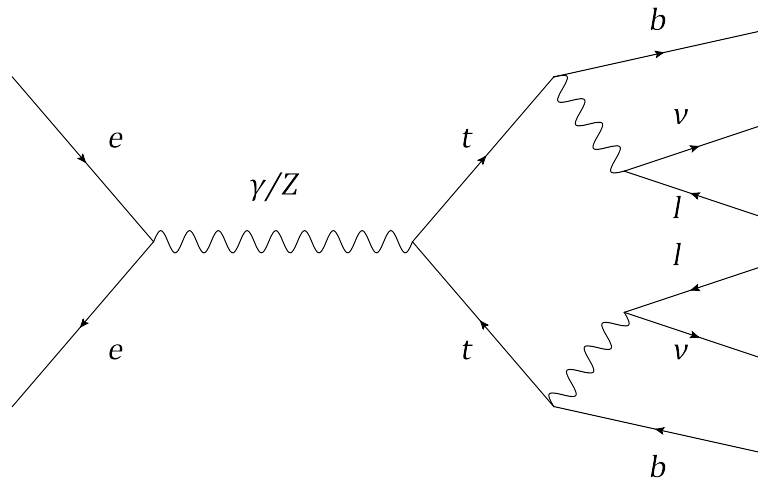


図 8.1: di-leptonic 過程のダイアグラム:本研究では $ll = \mu\mu$ である di-muonic 過程のみを用いる

WHIZARD によって事象生成を行うが、より現実に近い状況でのシミュレーションを行うために、同じ終状態をもつダイアグラムの干渉を考慮した。信号事象は $e^-e^+ \rightarrow b\bar{b}\mu^+\mu^-\nu\bar{\nu}$ として、途中の過程は指定せず生成したサンプルを用いた。

信号事象のうち支配的なのは、トップクォーク対生成の di-leptonic decay 過程であるが、そのほかの過程も存在する。そのなかでも、一つのトップクォークが生成される過程 (single top production) は、トップクォーク対生成とのクリーンな分離が困難である。図 8.2 に single top production の一つである $e^-e^+ \rightarrow WW^* \rightarrow Wtb \rightarrow b\bar{b}\mu^+\mu^-\nu\bar{\nu}$ のダイアグラムを示す。将来的には $e^-e^+ \rightarrow W^+bW^-\bar{b}$ 過程を inclusive に解析することが求められるが、これは今後の課題である [42]。本研究はトップクォーク対生成過程のみを対称とした解析であり、これらの過程による事象は統計誤差に含まれる。

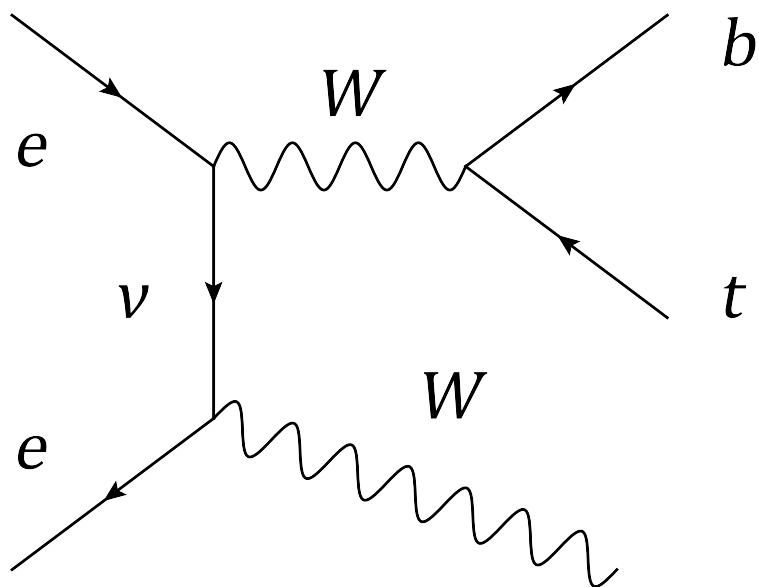


図 8.2: single top production 過程のダイアグラム

第9章 信号事象の再構成

信号事象のうち測定器で検出可能なものは、孤立した二つの μ と b 由来の二つのジェットである。これらの再構成の手法をこの章で述べる。また $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ による粒子がイベントに混入する効果について述べる。最後に再構成した情報から、力学的再構成によってニュートリノと ISR/beamstrahlung 由来の光子を再現し、 t, \bar{t} を再構成する。

9.1 本研究のシミュレーション条件

表 9.1 に本研究のシミュレーション条件をまとめた。

パラメータ	記号	値
重心系エネルギー	\sqrt{s}	500 GeV
積分ルミノシティ	L	500 fb ⁻¹
ビーム偏極	(P_{e^-}, P_{e^+})	(-0.8, +0.3), (+0.8, -0.3)
ttZ/γ に関する形状因子の標準模型からのずれ	δF	0
トップクォークの質量	m_t	174 GeV

表 9.1: 本研究のシミュレーション条件:ここに載せていないものは全て標準模型のものを使用

ここでビーム偏極の定義について述べる。ビーム偏極はバンチ内の右巻き粒子と左巻き粒子の比率を表す値である。

$$P_{e^\mp} = \frac{N_R - N_L}{N_R + N_L} \quad (9.1)$$

$N_{R/L}$ はバンチ内の右巻き/左巻き粒子の数である。本研究では表 9.1 のように二つのビーム偏極を使用する。以降、 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (-0.8, +0.3)$ を左巻き偏極、 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (+0.8, -0.3)$ を右巻き偏極と表記する。また積分ルミノシティはそれぞれの偏極で 250fb⁻¹ の統計量を用いる。

9.2 レプトンの抽出

W 粒子から崩壊したレプトンは、ジェットに含まれるレプトンに比べて、周囲に粒子が少なく孤立しているという特徴がある。どの程度孤立しているかの評価には、レプトンを中心にある円錐を定義し、その内部にあるすべての粒子のエネルギーとレプトン自身のエネルギーの比が利用できる。この比が 1 に近いほど μ が孤立しているといえ、 W 粒子から崩壊したレプトンの抽出に有効である。図 9.1 は極角 $\theta = \arccos(0.95)$ の円錐のエネルギーと μ のエネルギーの比を示す。

このほかにも次のような値が分離に有効である。

- 円錐内の中性粒子のエネルギーと荷電粒子のエネルギー

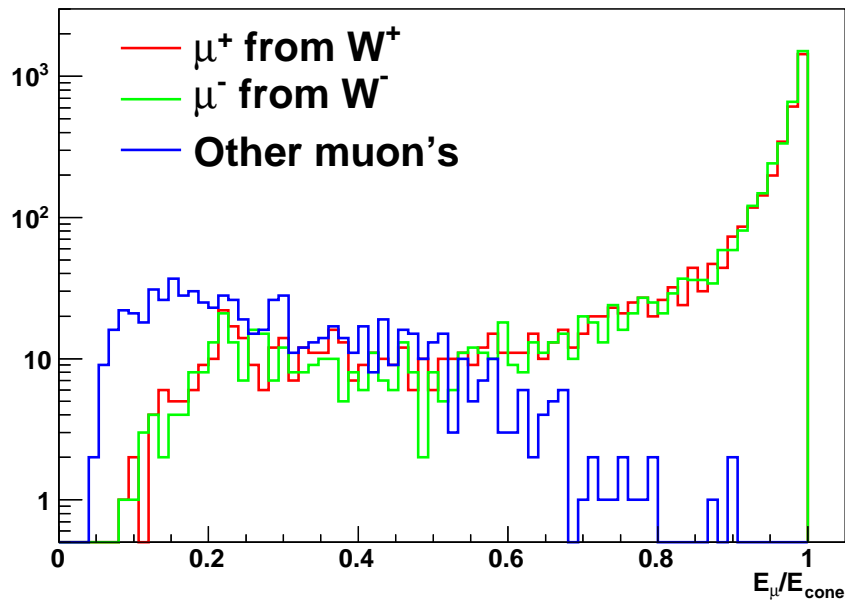


図 9.1: 円錐とミュオンのエネルギーの比: W 粒子から崩壊した μ は、そのほかの μ に比べてエネルギーの比が 1 に近いことがわかる

- 円錐内の全粒子の和と μ の角度
- μ の運動量、ヨークとカロリメータそれぞれで落としたエネルギー
- 衝突点からの距離

これらの変数を用いた多変数解析によって、 W から崩壊した μ の選別を行う。多変数解析には ROOT[43] のパッケージである TMVA[44] を利用した。TMVA の出力結果を以下に示す。

9.3 b ジェットの再構成

b 由来のジェットは終状態の重要な特徴の一つである。 c, b を含むハドロンは寿命がおおよそ 10^{-12} 秒あり、その分衝突点から離れた位置で崩壊するため、崩壊点を複数持つようなジェットが生成される。ILC の崩壊点検出器は、これらの崩壊点を識別するための高い位置分解能を予定している。また崩壊点情報からを用いてジェットを再構成し、フレーバーをタグするアルゴリズムの開発が進んでいる。本研究では Marlin のソフトウェアパッケージである LCFIPlus[45] を使用してジェットの再構成と、 b タギングを行った。

$\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ などの overlay の背景事象はビーム軸にそって放出されやすく、ジェットの再構成に含まれてしまうとジェットの方向がビーム軸に寄ってしまう。 $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ の抑制による、 b ジェットの方向の測定精度への効果を述べる。

再構成した b ジェットのエネルギーの測定精度を、軽いクォークのジェットのエネルギー分解能を参考に見積もりを行った。この結果は後述の力学的再構成において用いる。

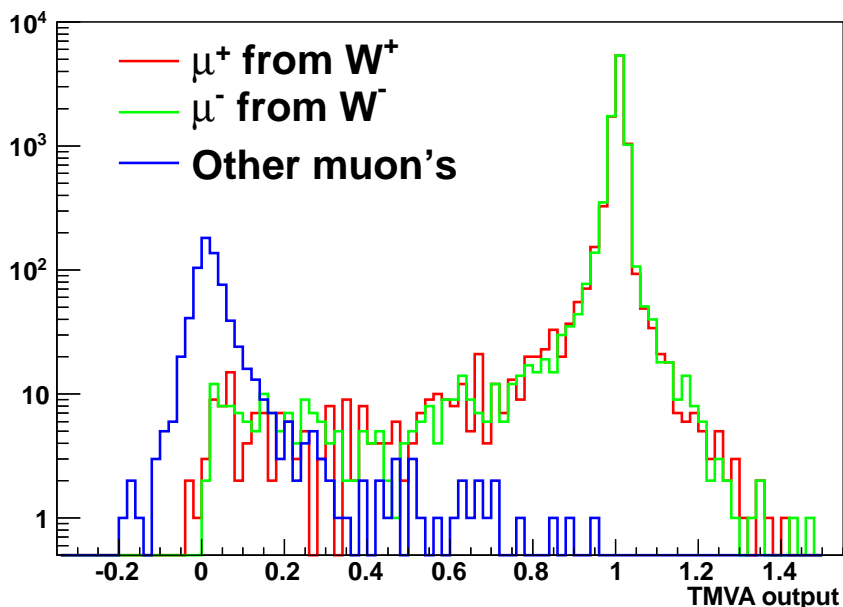


図 9.2: 孤立ミュオン抽出のための TMVA の出力結果: W 粒子から崩壊した μ はそのほかの μ に比べてより大きい値をもつ。図 9.1 よりも精度よく識別可能であることがわかる

9.3.1 LCFIPlus

LCFIPlus[45] は終状態に複数のジェットを含むイベントの解析のための、崩壊点の再構成、ジェットの再構成、ジェットのフレーバータグを行うソフトウェアのパッケージである。ILC の LOI (Letter of Intent) のための研究で開発された LCFIVertex[46] というソフトウェアパッケージを基にしている。LCFIVertex は Z pole の物理を目的として開発され、ジェット内部の崩壊点探索とジェットのフレーバータグのためのアルゴリズムが組込まれている。したがってこれらのアルゴリズムはジェットの再構成の後に用いられる。一方 LCFIPlus では、崩壊点の情報を用いてジェットの再構成を行うために、崩壊点を先に再構成する。またフレーバータグには TMVA を用いている。

検出器から得られたトラック情報を組み合わせて崩壊点を再構成していく。崩壊点の再構成には主に次の二つがある。

- 全てのトラックが同じ崩壊点からくるものとし、その中で最も調和性の悪いトラックを取り除いていく。この過程を繰り返して、残ったトラックがある基準を満たしたとき、それを崩壊点とする。
- トラックの中から二つを組合せて崩壊点の seed を作る。seed の崩壊点と残りのトラックをあわせて崩壊点を作ったとき、ある基準を満たしたものを seed に加える。これを全てのトラックに繰り返し崩壊点を得る。

主に前者は初期崩壊点の再構成に用いられ、後者は二次崩壊点の再構成に用いられる。初期崩壊点と二次崩壊点は、崩壊点の位置とトラックの運動量の方向が一致しているかどうかなどで判断される。その後、崩壊点をもとにジェットクラスタリングを行う。ここでのアルゴリズムはユー

ザーが指定でき、本研究では Durham algorithm[47] を用いた。その後、崩壊点の数や崩壊点間の距離などの情報を入力として TMVA を用いてフレーバータグを行う。

9.3.2 $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ による背景事象

解析したい事象による粒子のほかに、別の過程からの粒子が同じ衝突事象として認識されてしまうことがある。主な要因の一つが、ビームから放出された光子同士が反応する $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ である。これらの粒子はビーム軸方向に沿った運動量をもっており、ジェットの再構成に影響を与える。図 9.3 は $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ による粒子を取り除く前の、 b ジェットの極角分布である。極角は実験室系で定義され、電子ビームの進行方向を z 軸正の向きとしてとる。

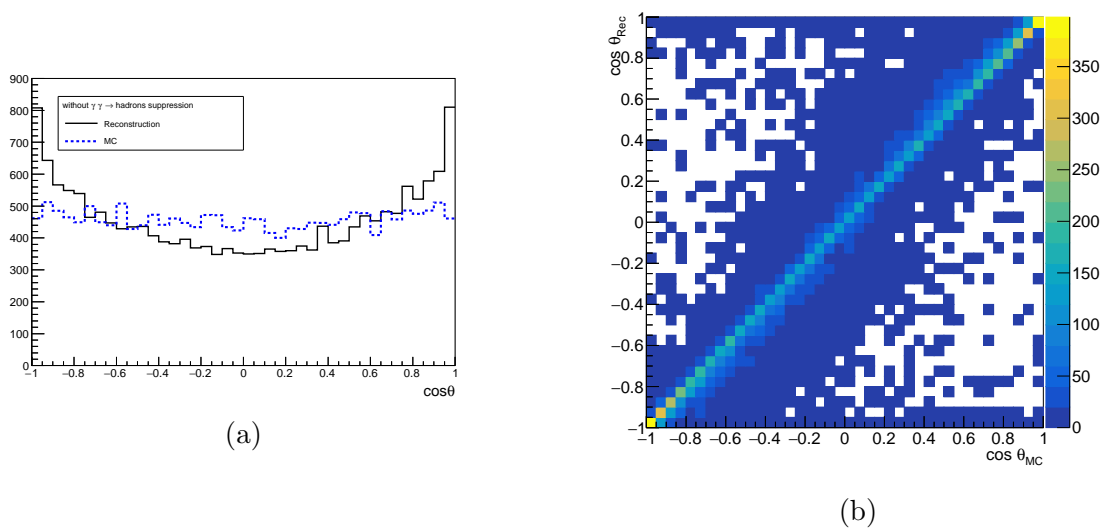


図 9.3: $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ を取り除く前の b ジェットの極角分布: (a) 再構成結果 (黒実線) と WHIZARD 情報 (青破線), (b) 再構成結果 (縦軸) と WHIZARD 情報 (横軸) との相関図。 $|\cos\theta| > 0.8$ の領域に誤って再構成されてしまっている様子が見える

これらの粒子を抑制するために、ジェットクラスタリングのアルゴリズムの一つである k_t アルゴリズム [48] を用いる。このアルゴリズムはハドロンコライダーでのジェットの再構成に主に用いられ、ビーム軸に近い粒子はジェットには含まず排除するというものである。 k_t アルゴリズムで $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ の粒子を取り除き、再構成されたジェットは一度元の粒子に戻す。その後、LCFIPlus を用いてジェットを再構成する。図 9.4 に $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ による粒子を取り除いた後の、 b ジェットの極角分布を示す。 k_t アルゴリズムによって角度分布の再構成の精度が向上していることがわかる。

9.3.3 b ジェットのエネルギー測定精度の見積もり

本節では b ジェットのエネルギー測定精度について述べる。測定精度の見積もりは DBD で行われた u, d, s ジェットのエネルギー分解能を参考に行う。エネルギー分解能は、ジェットのエネルギーと極角に依存することが知られている。図 9.5 にエネルギーの測定のずれと極角分布の相関図を示す。 $|\cos\theta|$ が大きい領域では実際のエネルギーより小さく測定される様子が見られる。これは、

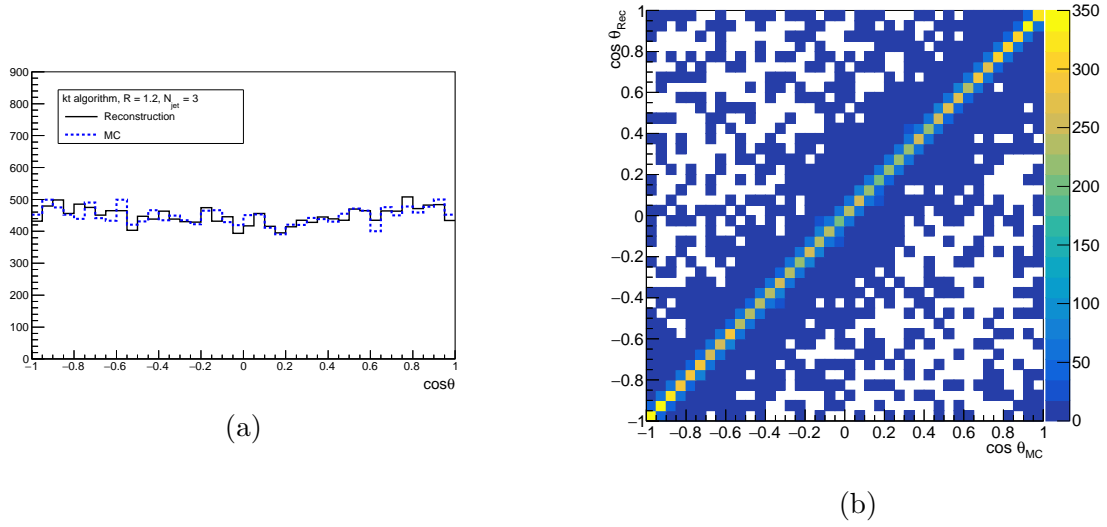


図 9.4: $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ を取り除いた後の b ジェットの極角分布:(a) 再構成結果 (黒実線) と WHIZARD 情報 (青破線), (b) 再構成結果 (縦軸) と WHIZARD 情報 (横軸) との相関図。図 9.3 に比べて正しく再構成された事象の割合が大きい。

$\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ 事象の抑制の際に誤って b ジェット由来の粒子も取り除かれてしまったためであると考えられる。次の三つの領域に分けて測定精度を評価した: $|\cos \theta| = [0, 0.9], [0.9, 0.95], [0.95, 1]$ 。

一方で、 b ジェットには軽いジェットとは異なる性質も存在する。 b クォークが形成する B 中間子は、ニュートリノを伴って崩壊する過程の崩壊分岐比がおよそ 10% ある。この場合には実際よりも低くエネルギーが測定されるため、 b ジェットのエネルギーの測定によるずれ ($\Delta E = E_b - E_b^{\text{meas.}}$) は非対称な形になる。このずれのフィットのために、Crystal Ball 関数 [49] とガウス関数を用いた関数を使用した。Crystal Ball 関数は次のように定義され、ピーク部分はガウス関数で、テール部分はべき乗で表される。

$$CB(x; \alpha, n, \bar{x}, \sigma) = N \cdot \begin{cases} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) & \frac{x-\bar{x}}{\sigma} > -\alpha \\ A \cdot (B - \frac{x-\bar{x}}{\sigma})^{-n} & \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \leq -\alpha \end{cases} \quad (9.2)$$

$$A = \left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^n \cdot \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \quad (9.3)$$

$$B = \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha| \quad (9.4)$$

$$N = \frac{1}{\sigma(C+D)} \quad (9.5)$$

$$C = \frac{n}{|\alpha|} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \quad (9.6)$$

$$D = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}}\right)\right) \quad (9.7)$$

エネルギー測定値のずれを評価する関数は次で定義した。

$$\operatorname{Res}(E_b, E_b^{\text{meas.}}) = (1 - \text{fraction}) * CB(\Delta E; \alpha, n, \mu_{CB}, \sigma_{CB}) + \text{fraction} * \operatorname{Gaus}(\Delta E; \mu_{\operatorname{Gaus}}, \sigma_{\operatorname{Gaus}}) \quad (9.8)$$

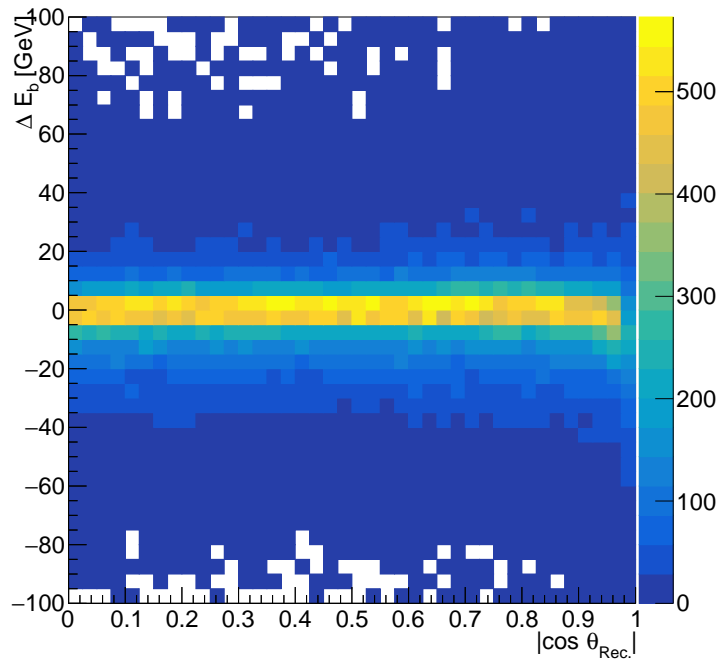


図 9.5: b ジェットのエネルギー測定のずれと極角分布の相関図。 $|\cos \theta|$ が大きい領域では実際のエネルギーより小さく測定されている。

ただし分散 σ はエネルギーに依り、その依存性は $\sigma_i = C_i \sqrt{E_b^{\text{meas.}}}$ で評価した。図 9.6 に評価の様子を示す。 $|\cos \theta|$ が大きい領域ほど、分布の広がりが大きくなるのがわかる。

9.4 力学的再構成

ここでは力学的再構成の原理とアルゴリズムについて述べ、 b ジェットの電荷が未知であることによる組み合わせの不定性について述べる。その後、解析に用いる 9 つの角度分布の再構成結果を示す。

9.4.1 力学的再構成の原理

di-leptonic 終状態にはニュートリノが二つ含まれており、これらは測定器では検出できない。また ISR 等によって放出される光子の多くはビームパイプに入ってしまうと検出されない。そのためこの終状態には以下にあげる 7 つの未知数が存在する。

- ν の運動量: $P_{\nu,x}, P_{\nu,y}, P_{\nu,z}$
- $\bar{\nu}$ の運動量: $P_{\bar{\nu},x}, P_{\bar{\nu},y}, P_{\bar{\nu},z}$
- 光子の運動量の z 成分: $P_{\gamma,z}$

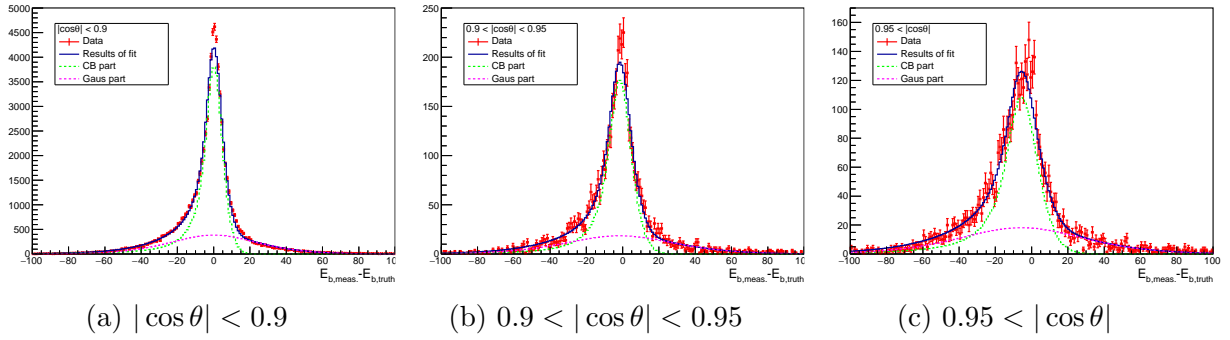


図 9.6: b ジェットのエネルギー測定値のずれ: (a) が $|\cos \theta| < 0.9$ の領域、(b) が $0.9 < |\cos \theta| < 0.95$ の領域、(c) $0.95 < |\cos \theta|$ の領域である。 $|\cos \theta|$ が大きい領域ほど、分布の広がりが大きくなることがわかる。

ここで、光子はビームに沿って放出されることから運動量の x, y 成分は 0 としている。また、光子は e^- ビーム、 e^+ ビームのいずれかからのみ放出されるものと仮定している。

これらの未知数を、以下の 8 つの制限を課すことで補正する。

- 始状態の制限: $E_{\text{total}} = 500$ [GeV], $\vec{P}_{\text{total}} = \vec{0}$ [GeV]
- 質量の制限: $m_t = m_{\bar{t}} = 174$ [GeV], $m_{W^+} = m_{W^-} = 80.4$ [GeV]

ここで E_{total} , \vec{P}_{total} は全粒子のエネルギー、運動量の総和である。制限の数が未知数を上回っているため、原理的にニュートリノを再現することができる。

9.4.2 力学的再構成のアルゴリズム

力学的制限を再現するように尤度関数を定義し、最尤推定法によって未知数を求める。自由なパラメータとして次の 4 つを導入する。

- ν の運動量: $P_{\nu,x}, P_{\nu,y}, P_{\nu,z}$
- 光子の運動量の z 成分: $P_{\gamma,z}$

始状態の運動量の制限を用いることで、 $\bar{\nu}$ の運動量は次のように計算できる。

$$P_{\bar{\nu},x} = -P_{\text{vis},x} - P_{\nu,x}, P_{\bar{\nu},y} = -P_{\text{vis},y} - P_{\nu,y}, P_{\bar{\nu},z} = -P_{\text{vis},z} - P_{\nu,z} - P_{\gamma,z} \quad (9.9)$$

ここで P_{vis} は検出器情報から再構成された μ と b ジェットの運動量の総和である。導入したパラメータによって終状態粒子が全て表現できるため、 t の質量など全ての物理量を計算できる。

次のように尤度関数を定義する。

$$L_0(\vec{P}_{\nu}, P_{\gamma,z}) = BW(m_t; 174, 5)BW(m_{\bar{t}}; 174, 5) \\ BW(m_{W^+}; 80.4, 5)BW(m_{W^-}; 80.4, 5)Gaus(E_{\text{total}}; 500, 0.39) \quad (9.10)$$

ここで BW は Breit-Wigner 関数、 $Gaus$ はガウス関数である。

$$BW(x; m, \Gamma) \propto \frac{1}{1 + \left(\frac{x^2 - m^2}{m\Gamma}\right)^2} \quad (9.11)$$

$$Gaus(x; \mu, \sigma) \propto \exp\left[-\left(\frac{x - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right] \quad (9.12)$$

Breit-Wigner 関数は t, \bar{t}, W^+, W^- の質量制限、Gaus 関数は始状態のエネルギーの制限を表している。 t, W の崩壊幅は、検出器の効果等による広がり を考慮し、PDG[10] の値よりも大きな値を設定した。始状態のエネルギーの広がり は、ビームエネルギーの広がり のフィット結果から設定した。

パラメータを変化させ、 L_0 を最大化することで力学的再構成を行う。 L_0 の計算には測定器で得られた μ や b ジェットの情報が使われているが、その中では b ジェットのエネルギー測定値が最も精度が悪い。そこで L_0 に b ジェットのエネルギー分解能の関数を加え、 $E_b, E_{\bar{b}}$ をパラメータとして変化させる。そのほかの測定値も同様に分解関数とパラメータを加えることが可能である。

$$L(\vec{P}_\nu, P_{\gamma,z}, E_b, E_{\bar{b}}) = L_0(\vec{P}_\nu, P_{\gamma,z}) Res(E_b, E_b^{\text{meas.}}) Res(E_{\bar{b}}, E_{\bar{b}}^{\text{meas.}}) \quad (9.13)$$

ここで Res は前章で求めた b ジェットのエネルギー分解能の関数である。

本研究では L から、次のように負の対数をとって、これを最小化することで再構成を行う。

$$q = -2 \log L + \text{const.} \quad (9.14)$$

ここで const. は $\min[q] = 0$ となるように規格化するための定数である。

9.4.3 μ と b ジェットの組み合わせ

μ は検出器によって電荷が測定でき、 t と \bar{t} のどちらの崩壊から生じたものかを判別することが可能である。一方、ジェットは多数の粒子の集合であるため、電荷の測定は困難である。終状態には b ジェットが二つあるが、力学的再構成のためにはこれらが b, \bar{b} のどちらを由来とするか決定する必要がある。

本研究では、二種類ある μ と b ジェットの組み合わせのそれぞれで q を最小化し、より小さい q をもつ組み合わせを採用する。

また、LCFIPlus パッケージの一部としてジェットの電荷測定のためのソフトウェアが開発されている。将来的にはこの手法を本研究に導入することで精度の向上が期待できる。

9.4.4 再構成の結果

選択された組み合わせの q の値を q_{\min} と定義する。図 9.7 に q_{\min} の分布を示す。WHIZARD の情報から選択された組み合わせが正しいかどうかを評価した。

正しく組み合わせを選択できたイベントは全体の 8 割以上である。 q_{\min} の値が大きいイベントは力学的再構成の精度が低く、間違った組み合わせの割合が大きいいためカットする。カットの条件は次章で述べる。

高いエネルギーの光子を放出するイベントは、小さな重心系エネルギー \sqrt{s} を持ち、 $\sqrt{s} = 500\text{GeV}$ の場合と異なる角度分布を持つため抑制する必要がある。図 9.8 に $P_{\gamma,z}$ の再構成結果と WHIZARD

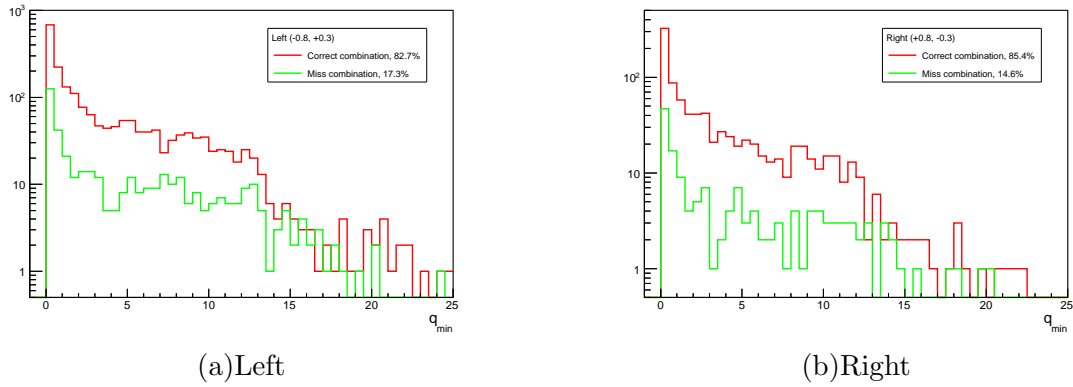


図 9.7: q_{\min} の分布: μ と b ジェットの組み合わせが正しく選択されたイベントが赤線、誤って選択されたイベントが緑線である。

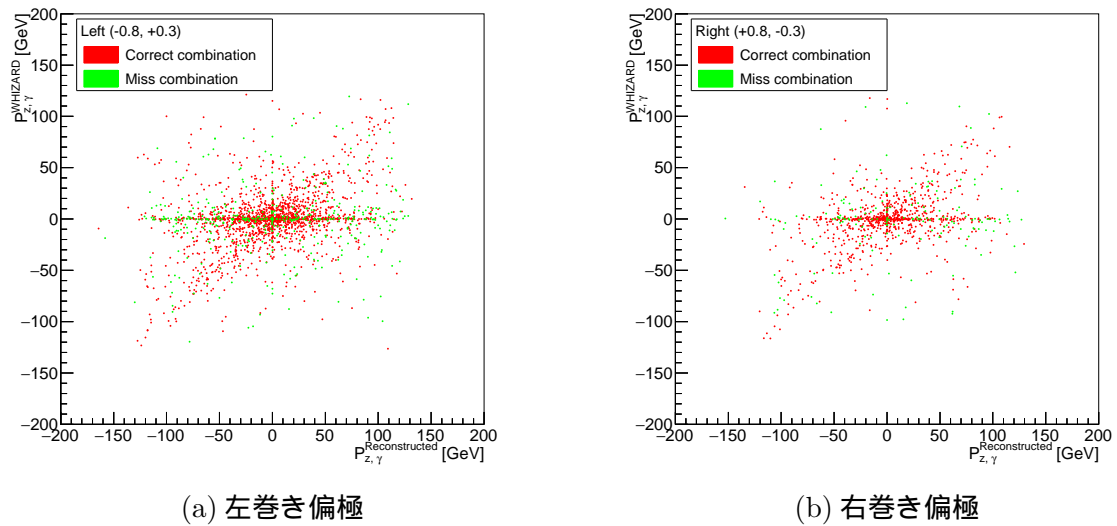


図 9.8: $P_{z,\gamma}$ の再構成結果:再構成結果 (横軸) と WHIZARD 情報 (縦軸) の相関図, (a) が左巻き偏極、(b) が右巻き偏極の場合

情報との相関図を示す。再構成の精度は高くないものの相関関係があることが確認でき、 $P_{\gamma,z}$ にカットを入れることで、小さな重心系エネルギー \sqrt{s} を持つ事象を抑制できることがわかる。

また図 9.9 に再構成された $P_{\gamma,z}$ の分布を示す。組み合わせを間違ったイベントは大きな $P_{\gamma,z}$ を持つことがわかり、 $P_{\gamma,z}$ のカットによって組み合わせの間違いを抑制できることがわかる。

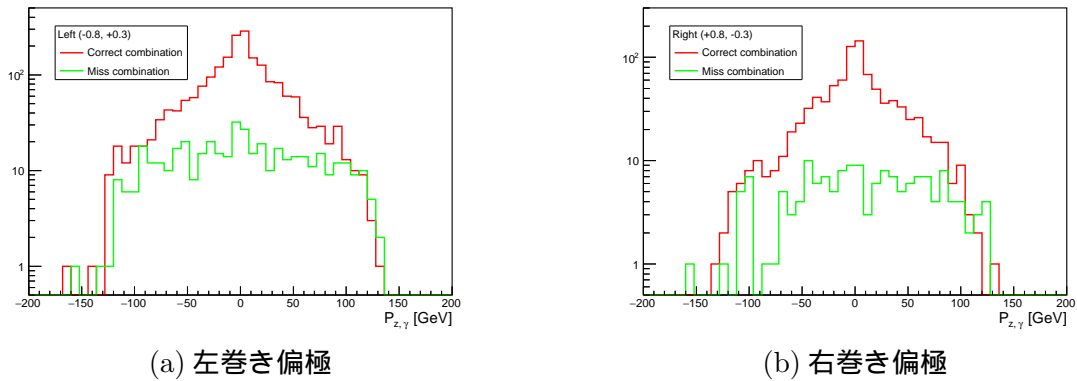


図 9.9: $P_{z,\gamma}$ の再構成結果: μ と b ジェットの組み合わせが正しく選択されたイベントが赤線、誤って選択されたイベントが緑線である。(a) が左巻き偏極、(b) が右巻き偏極の場合。緑の分布が $P_{\gamma,z}$ の平均が大きく、 $P_{\gamma,z}$ の大きな事象を抑制することで組み合わせが誤って選択されたイベントも抑制できる。

角度情報の計算

力学的再構成によって得られたパラメータから、Matrix element に現れる角度情報を計算する。図 9.10 に、それぞれの偏極におけるトップクォークの極角, $\cos \theta_t$ の再構成結果を WHIZARD での分布とあわせて示す。

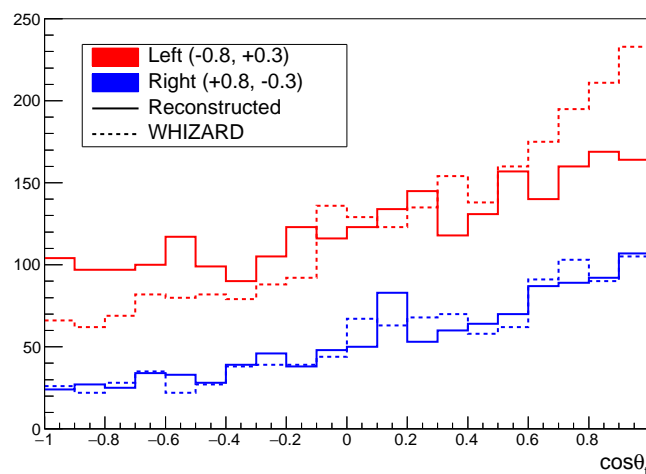


図 9.10: トップクォークの極角分布:赤線が左巻き偏極、緑線が右巻き偏極の場合。実線が再構成結果、破線が WHIZARD 情報である。左巻き偏極の場合のみ分布のずれが大きい。

右巻き偏極の場合は分布が正しく求められていることがわかる。一方、左巻き偏極の場合は、前方向のイベントの一部が後方向に移動してしまっていることがわかる。図 9.11 に組み合わせが正しい場合と間違った場合の極角分布を示す。この図より、どちらの偏極の場合も組み合わせが正しく選択されたイベントは正しく角度分布が得られているが、間違って選択されたイベントは左巻き偏極の場合のみ、 $\cos \theta_t = 0$ を軸に反転したような分布をしていることがわかる。したがって左巻きの場合の分布のずれは組み合わせの間違いによるといえる。

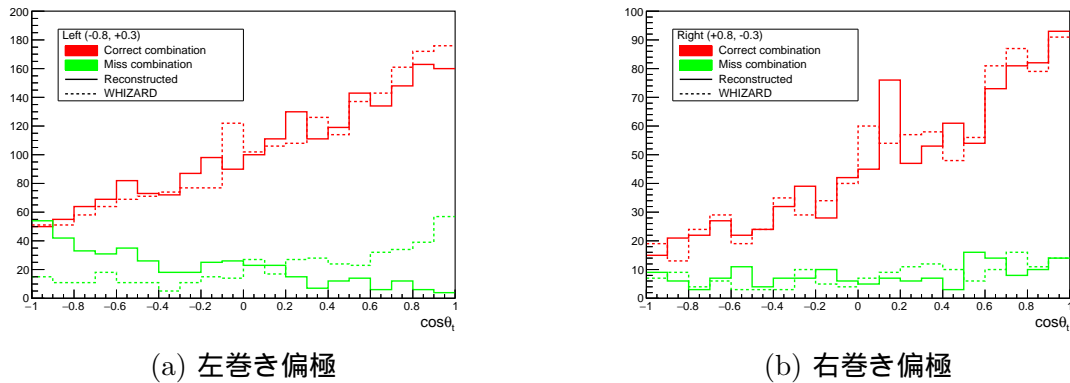


図 9.11: 組み合わせの正誤におけるトップクォークの極角分布の違い。(a) が左巻き偏極、(b) が右巻き偏極の場合。左巻き偏極の誤った組み合わせの再構成した分布が、WHIZARD 情報の分布を反転したような形になっていることがわかる。

組み合わせが正しく選択される割合は偏極によらずほぼ同じであった。組み合わせの間違いによる効果が偏極による理由については次のように説明できる。

b ジェットの運動量が大きいき、トップクォークの方向は b ジェットの方向に近づく。逆に b ジェットの運動量が小さいときには、トップクォークの方向は主に μ などの情報によって決まる。よって、間違った組み合わせが選択されたとき、 b ジェットの運動量が大きいきにはトップクォークの角度分布は大きくずれるが、運動量が小さいときには角度分布はあまりずれないといえる。

b ジェットの運動量は、 b クォークがトップクォークの進行方向に放出されたときに大きくなる。電弱相互作用の V-A 構造によって、トップクォークが右巻き偏極のときは進行方向と反対方向に、左巻き偏極のときは進行方向に放出されやすい。トップクォークの偏極は、電子の偏極が右巻きなら右巻き、左巻きなら左巻きが多くなる。図 9.12 に WHIZARD レベルでのトップクォークの極角 θ_t と、トップクォークの静止系における b クォークの極角 θ_b の相関図をそれぞれのビーム偏極の場合で示す。なお θ_b は式 (6.18) で定義した θ_{W^+} と $\theta_b = \theta_{W^+} + \pi$ の関係にある。この図から左巻き偏極の場合、 b クォークがトップクォークの進行方向に放出されやすいことがわかる。従って左巻き偏極の場合には組み合わせの間違いによる影響が大きくなる。

また、図 9.13 に $\cos \theta_t$ 以外の 8 つの角度分布を示す。再構成後の分布が WHIZARD の分布を再現できていることがわかる。ただしこれらの分布は、9 次元空間での分布を 1 次元上に射影したものであるため、これらの再構成結果が測定結果にどのような影響を与えるかについては次章以降で議論する必要がある。

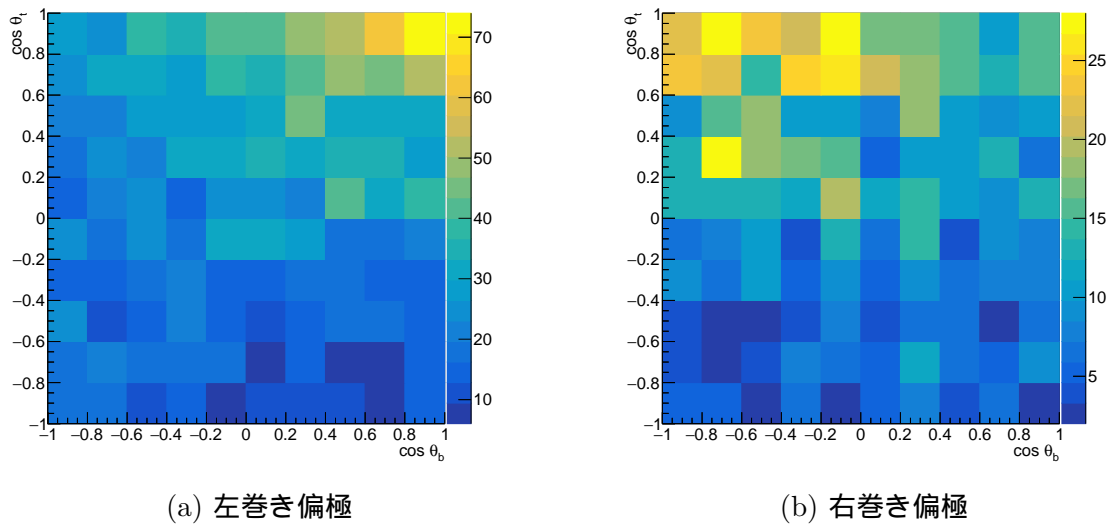


図 9.12: WHIZARD レベルでのトップクォークの極角 $\cos\theta_t$ とトップクォークの静止系での b クォークの極角 $\cos\theta_b$ の相関図:(a) が左巻き偏極、(b) が右巻き偏極の場合

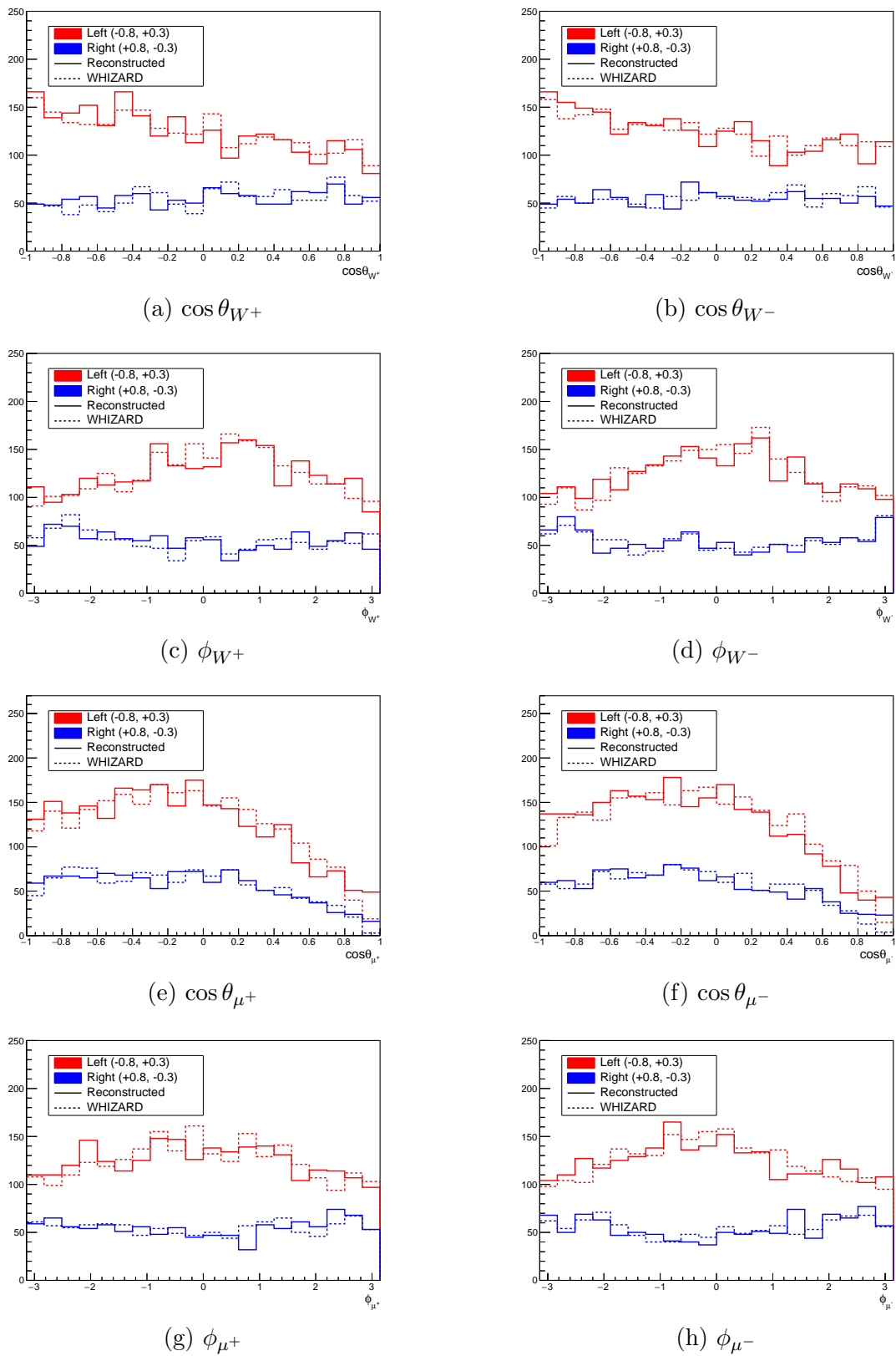


図 9.13: 観測量となる角度分布:(a) が $\cos\theta_{W+}$ 、(b) が $\cos\theta_{W-}$ 、(c) が ϕ_{W+} 、(d) が ϕ_{W-} 、(e) が $\cos\theta_{\mu+}$ 、(f) が $\cos\theta_{\mu-}$ 、(g) が $\phi_{\mu+}$ 、(h) が $\phi_{\mu-}$ の分布である。

第10章 背景事象

信号事象の特徴は二つの μ と、二つの b ジェットである。

力学的再構成においてミュオンのエネルギー運動量を使うため、孤立ミュオンが二つあることは必須の条件である。

二つのジェットが b ジェットであるかどうかの判定には b -tag の値を利用する。図 10.1 に左巻き偏極の場合の信号事象と背景事象の b -tag の値を示す。ジェットが二つあるため b -tag の値も二つあるが、値の大きいものを $b - tag_{max}$ 、小さいものを $b - tag_{2nd}$ とする。図より信号事象に比べて背景事象は小さい b -tag の値を持つことがわかる。

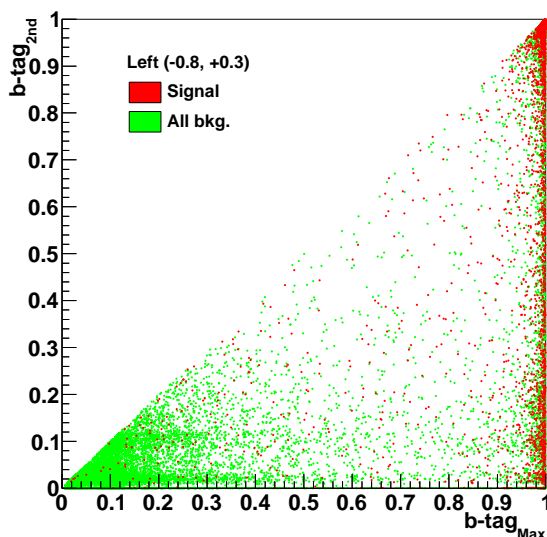


図 10.1: 左巻き偏極の場合の信号事象と背景事象での b -tag の値：信号事象を赤、背景事象を緑で表示している。横軸が $b - tag_{max}$ 、縦軸が $b - tag_{2nd}$ 。

力学的再構成での計算時間を短縮するために、力学的再構成の前段階に次の条件で選別し、条件を満たしたイベントのみ力学的再構成を行う。

- 孤立 μ^- が一つ、孤立 μ^+ であること
- $b - tag_{max} > 0.5$ or $b - tag_{2nd} > 0.3$

終状態に b, \bar{b}, μ^-, μ^+ を持つ事象は、これらの条件では抑制が難しく、本研究における主な背景事象となる。

- $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}l^-l^+$: 主な過程は $e^-e^+ \rightarrow ZZ \rightarrow q\bar{q}l^-l^+$ (図 10.2 にダイアグラムを示す。)
- $e^-e^+ \rightarrow b\bar{b}l^-l^+\nu\bar{\nu}$ ($b\bar{b}\mu^-\mu^+\nu\bar{\nu}$ を除く) : 主な過程は $e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}l^-l^+\nu\bar{\nu}$

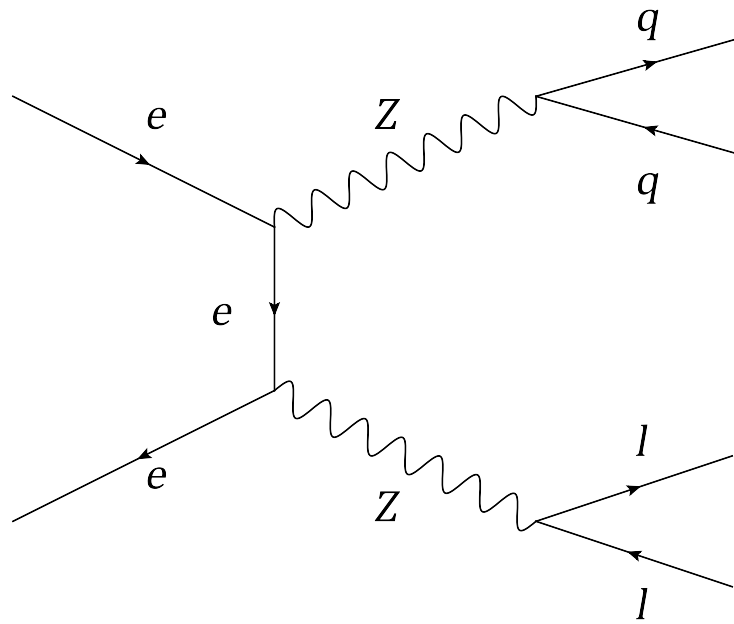


図 10.2: $e^-e^+ \rightarrow ZZ \rightarrow q\bar{q}l\bar{l}$ 過程のダイアグラム

これらの背景事象を抑制するために、力学的再構成で得られる q_{\min} を用いる。図 10.3 に信号事象と背景事象の q_{\min} を示す。背景事象は信号事象に比べて大きな q_{\min} を持つことがわかり、 q_{\min} にカットを入れることで背景事象を抑制できる。

前章で述べたように、信号事象のうち間違っただ組み合わせが選択されたものも抑制する必要がある。 $q_{\min}, P_{z,\gamma}$ によるカットの条件の最適化には第 7 章で定義した χ_0^2 を用いる。以降これらによるカットをクオリティカットと呼ぶ。詳細は次章で述べる。

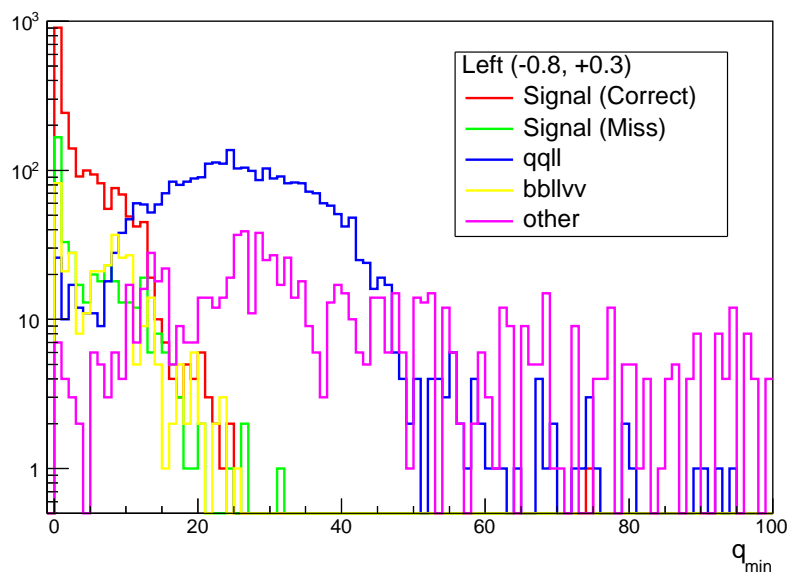


図 10.3: 信号事象と背景事象の q_{\min} : 背景事象は信号事象に比べて大きい q_{\min} を持つことがわかる。

第11章 Matrix element法による解析

11.1 $\omega - \Omega$ 分布

再構成によって得られた角度情報から ω を計算する。Matrix Element 法による測定結果は式 (7.38) で近似的に与えられることから、 $\omega - \Omega$ の平均値が 0 からずれると bias が生じることがわかる。図 11.1 に、クオリティカットを行う前の $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ に対する $\omega - \Omega$ 分布を示す。WHIZARD 情報の分布は、信号事象の分布を全体のイベント数に規格化したものである。背景事象によって再構成後の分布が、WHIZARD のものと異なっていることがわかる。背景事象の分布は平均値が WHIZARD と異なるため、形状因子の測定結果にずれを生じさせる原因になる。図 11.2 に左巻き偏極、図 11.3 に左巻き偏極の場合の、そのほかの形状因子に対する $\omega - \Omega$ 分布を示す。

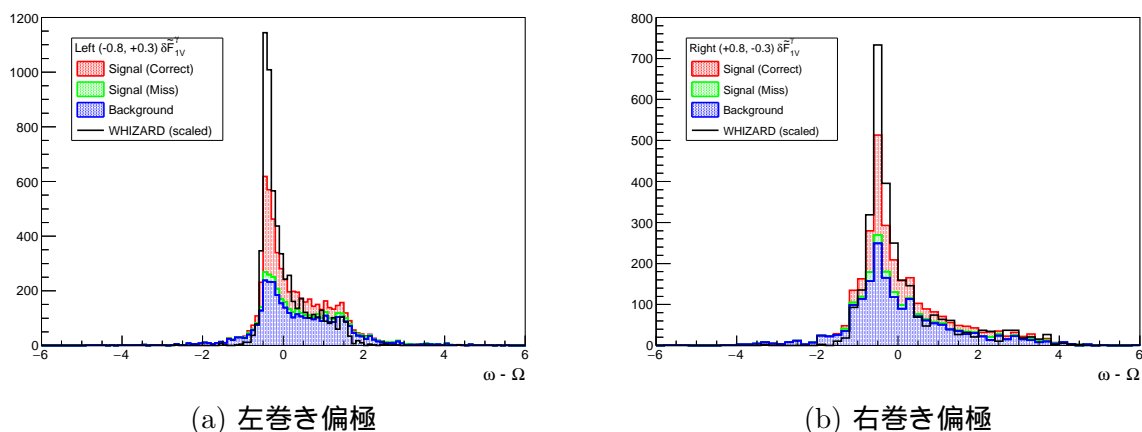


図 11.1: $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ に対する $\omega - \Omega$ 分布:(a) 左巻き偏極の場合、(b) 右巻き偏極の場合

$\text{Re}\tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z}, \text{Im}\tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z}$ に対する分布を見ると、背景事象も信号事象と同様に 0 の位置にピークを持ち左右対称であることがわかる。したがって測定結果にずれを生じさせる原因にはならない。この理由は次のように説明できる。これらの形状因子は CP 対称性を破るパラメータであるが、こうしたパラメータの観測は CP-odd である必要がある。背景事象や組み合わせの間違いの効果は CP-even であるため、 $\omega - \Omega$ の分布には影響が少ない。ただし、本研究では形状因子に標準模型の値を代入したサンプルを使っているため分布の形状が似ているが、異なる値を持つサンプルを用いたときに分布がどのように変化するかは自明でない。本研究では $\text{Re}\tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z}, \text{Im}\tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z}$ の測定においても背景事象を抑制し測定を行う。

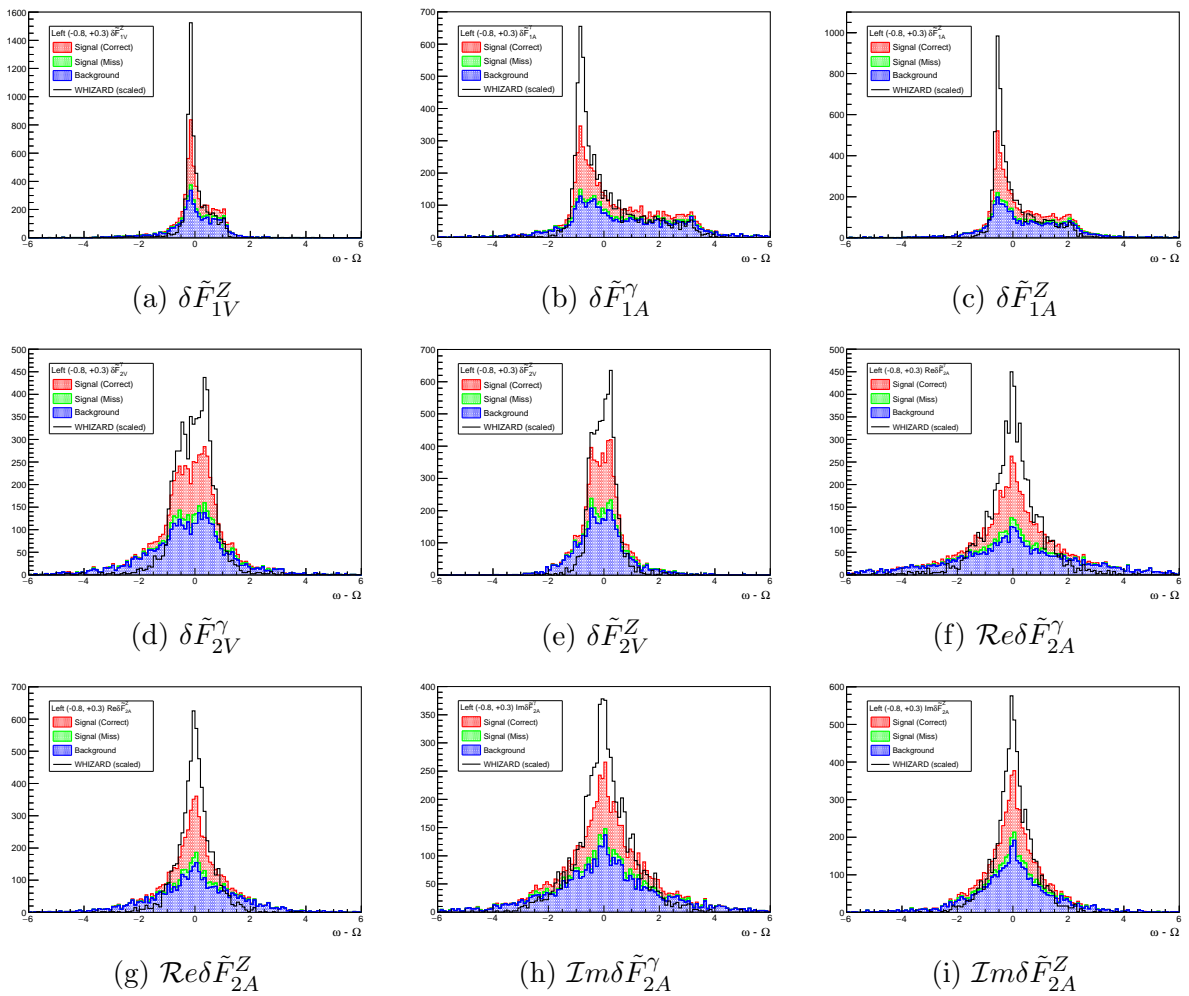


図 11.2: 左巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布:各図の下に対応する形状因子を示した

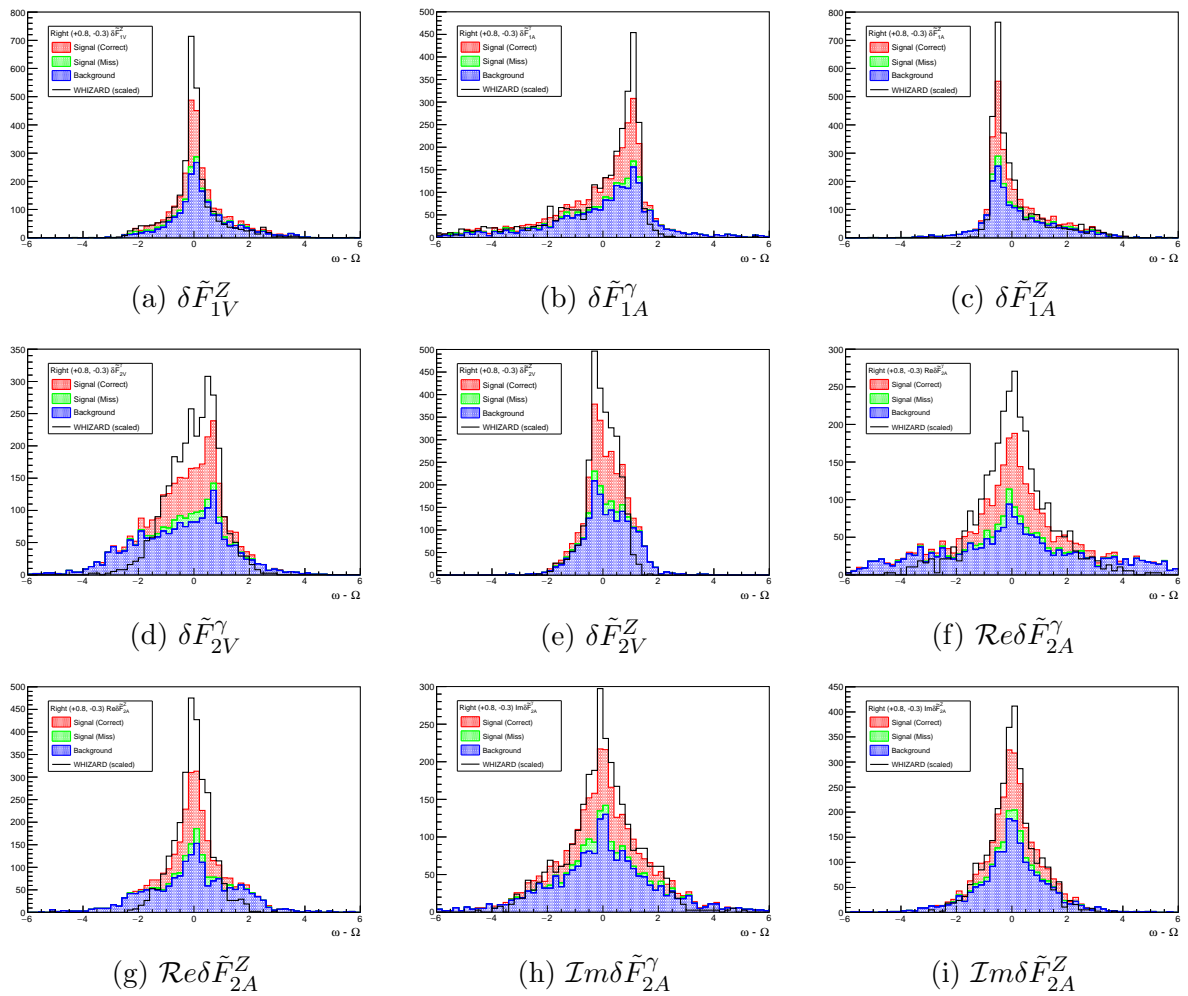


図 11.3: 右巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布:各図の下に対応する形状因子を示した

11.2 $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布

前節で示した ω と同様に $\tilde{\omega}$ を計算する。 $\tilde{\omega}$ は δF の二次の項の係数であるため、 ω に比べて測定結果への寄与は小さい。ただし $\tilde{\Omega}$ が $\tilde{\omega}$ の標準模型における期待値であるため、 $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ の平均値は 0 に近づくことが期待される。図 11.4 から図 11.6 に左巻き偏極、図 11.7 から図 11.9 に左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布を示す。形状因子の数が 10 個なので、 $10 \times 10 = 100$ の分布があるが、 $\tilde{\omega}_{ij}$ と $\tilde{\omega}_{ji}$ は同じ分布を示すので、55 個の分布を示している。

これらの図より、背景事象等の効果によって再構成後の分布が WHIZARD 情報と異なる場合があることがわかる。また、 $\text{Re} \delta \tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z} \text{Im} \delta \tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z}$ に対する $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ は非常に鋭い分布であるが、これは $\delta \tilde{F}_{2A}^{\gamma/Z}$ の実部と虚部の積の項であるためほとんど 0 を示していると考えられる。

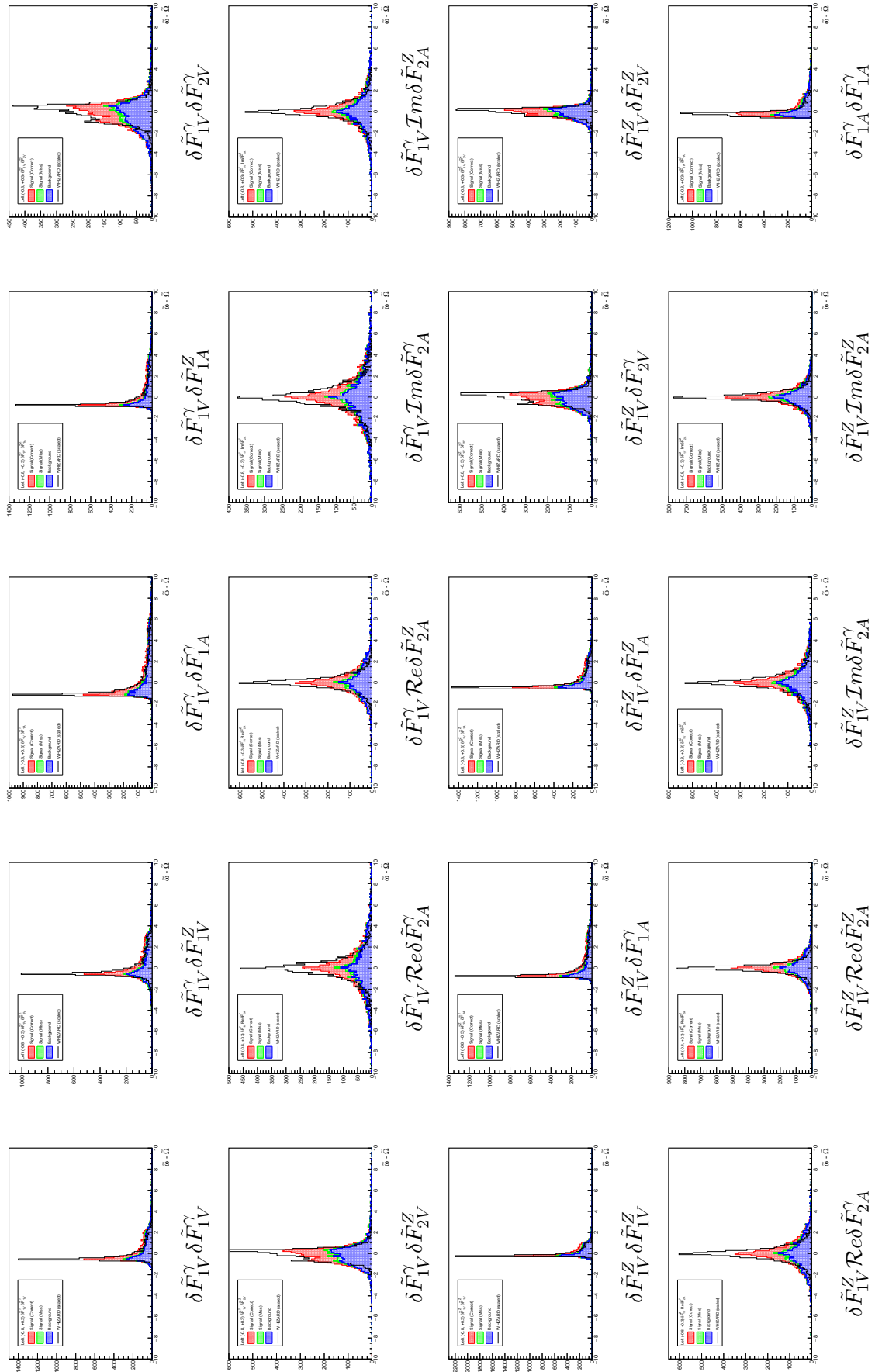


図 11.4: 左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1V}^{\gamma}\delta\tilde{F}_{1V}^{\gamma}$ から $\delta\tilde{F}_{1A}^{\gamma}\delta\tilde{F}_{1A}^{\gamma}$ まで)

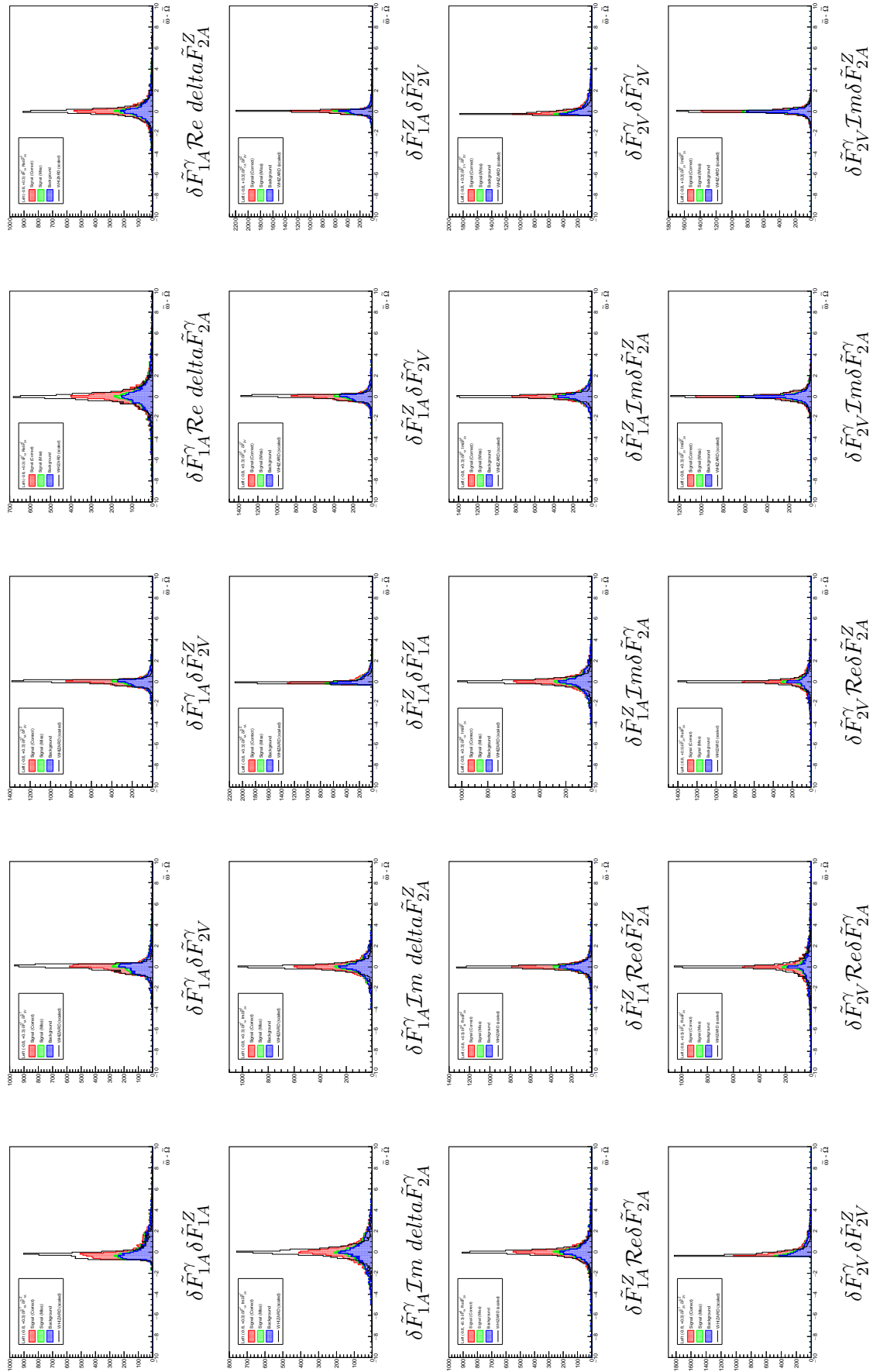


図 11.5: 左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 (δF_{1A}^{γ} δF_{2V}^Z から δF_{2V}^{γ} $\text{Im} \delta F_{2A}^Z$ まで)

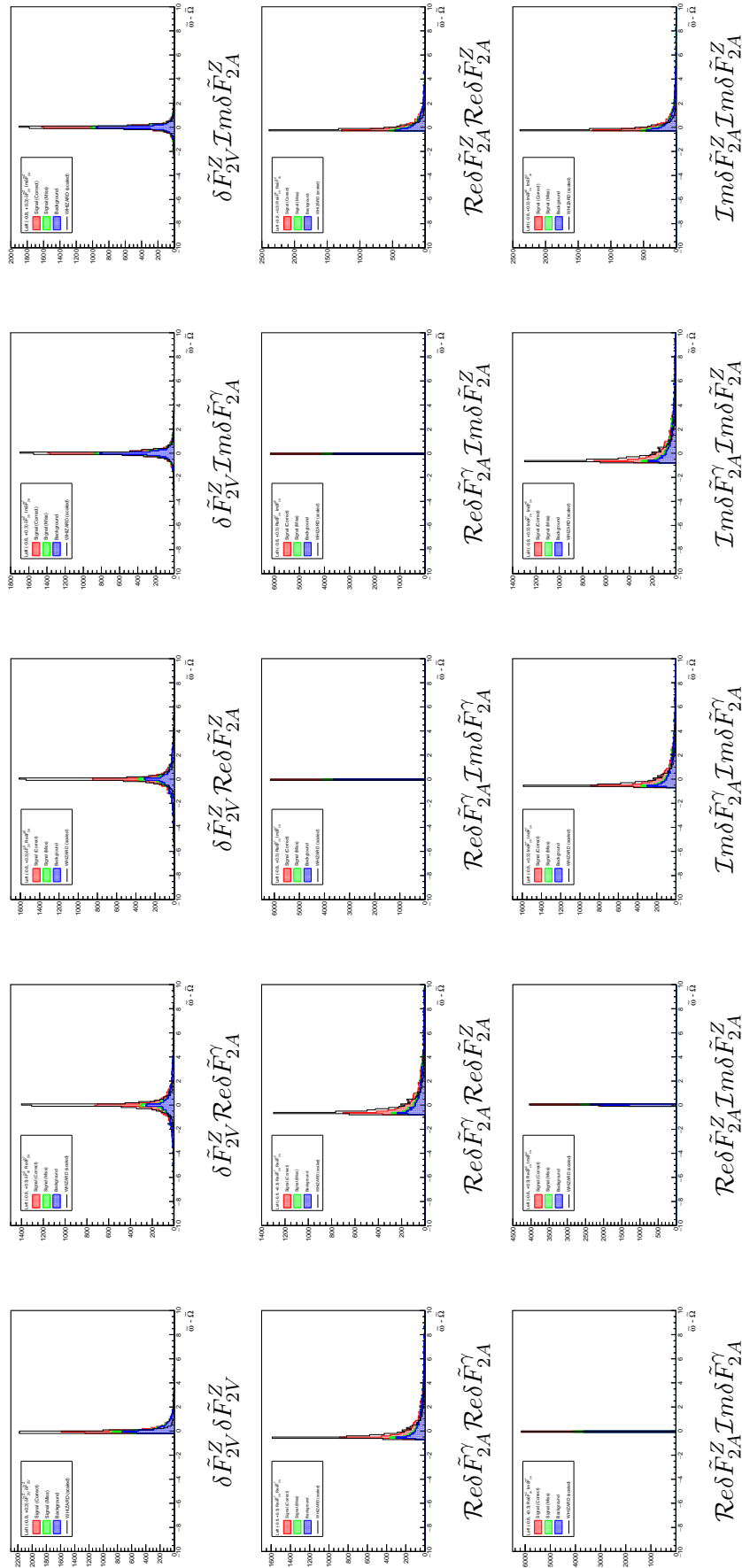


図 11.6: 左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta F_{2V}^Z \delta F_{2V}^Z$ から $\text{Im} \delta F_{2A}^Z \text{Im} \delta F_{2A}^Z$ まで)

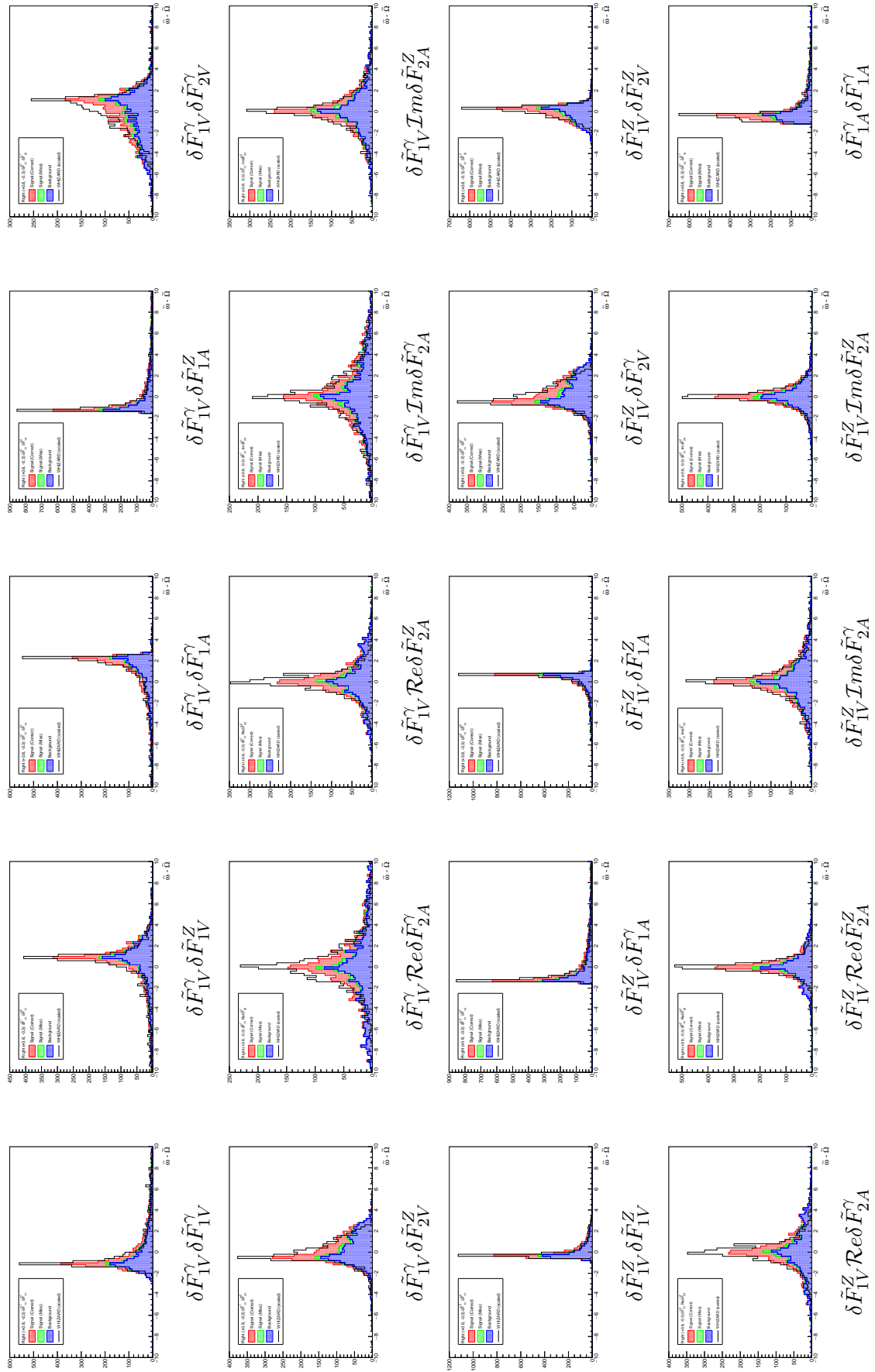


図 11.7: 右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{1V}^{\gamma}\delta\tilde{F}_{1V}^{\gamma}$ から $\delta\tilde{F}_{1A}^{\gamma}\delta\tilde{F}_{1A}^{\gamma}$ まで)

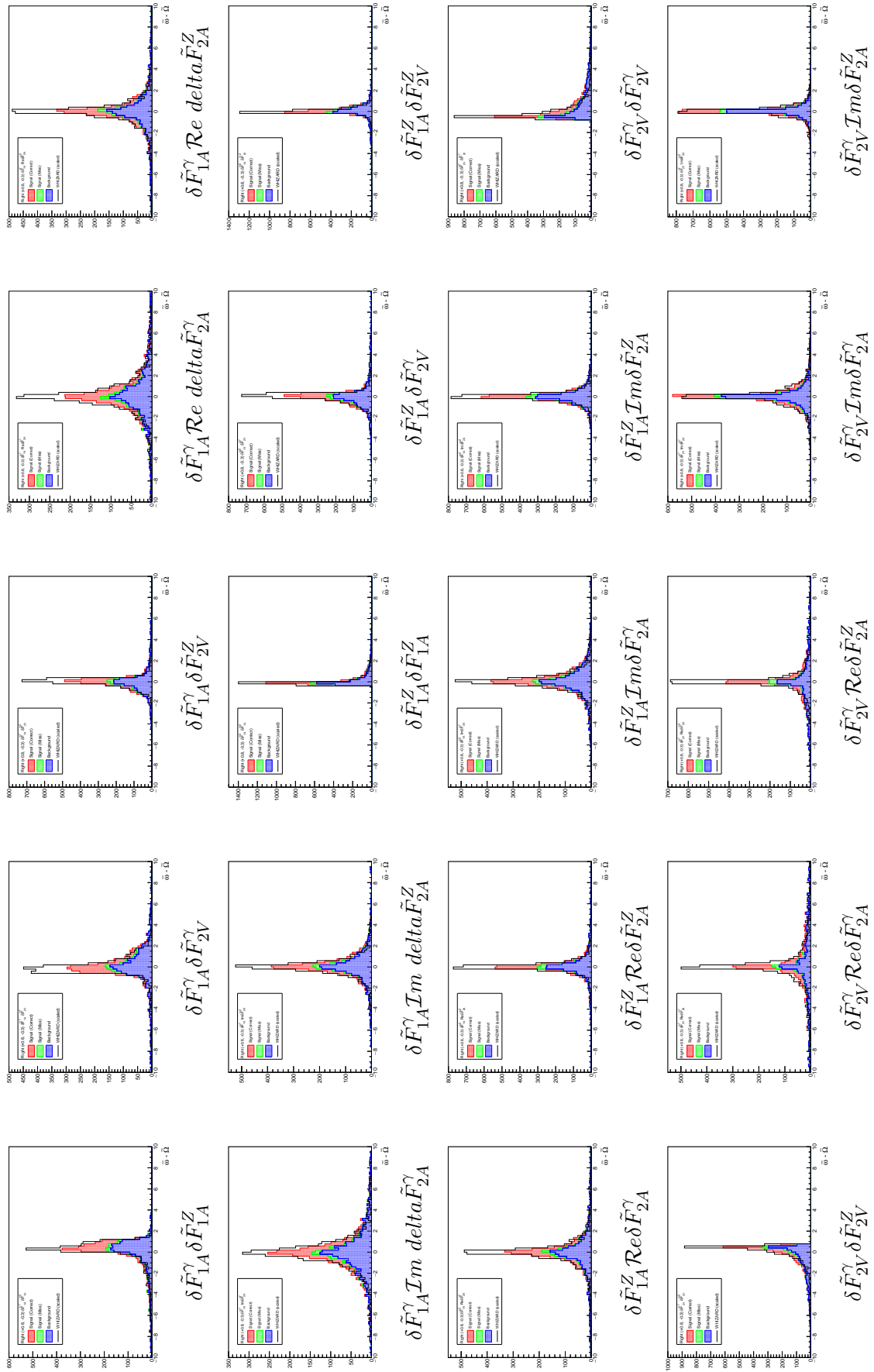


図 11.8: 右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta F_{1A}^{\gamma} \delta F_{2V}^{Z}$ から $\delta F_{2V}^{\gamma} \text{Im} \delta F_{2A}^{Z}$ まで)

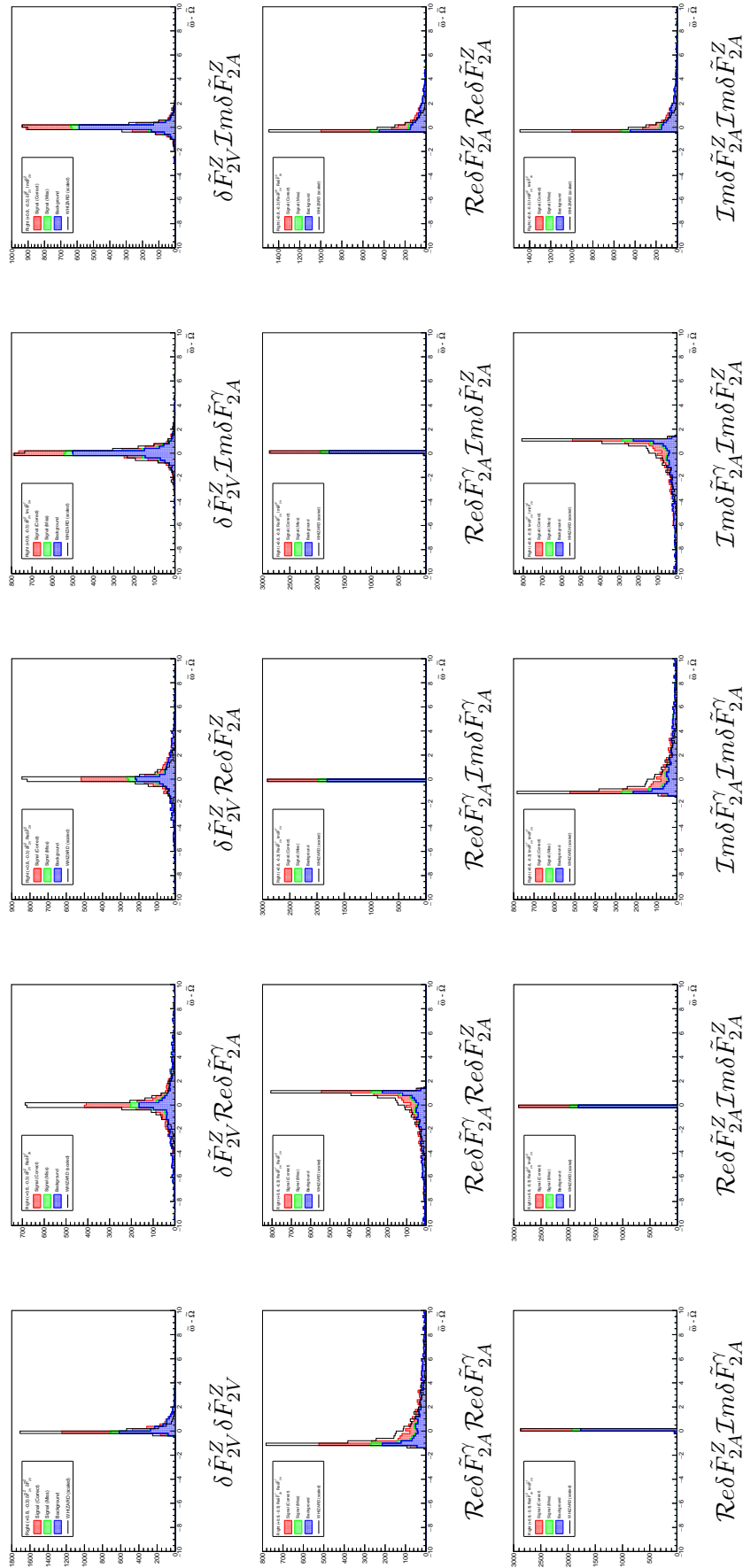


図 11.9: 右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta F_{2V}^Z \delta F_{2V}^Z$ から $Im \delta F_{2A}^Z \delta F_{2A}^Z$ まで)

11.3 測定結果

再構成した $\omega, \tilde{\omega}$ から形状因子の測定を行う。クオリティカットの条件を変化させながら測定し、 χ_{test}^2 と信号事象の選択効率から条件の最適化を行った。測定するパラメータの数が 10 個であるので $\chi_{\text{test}}^2 \leq 10$ を基準とし、この基準を満たす条件のうち選択効率が高いものを選択した。

はじめに、クオリティカットの条件と選別結果を表 11.1 に示す。クオリティカットによって背景事象が抑制されていることがわかる。

選別項目	信号事象	Correct	Miss	背景事象	qqll	bbll $\nu\nu$
No Cut	2837			8410633	91478	23312
μ selection	2618			327488	13827	387
b-tag $_{\text{max}} > 0.5$ or b-tag $_{2\text{nd}} > 0.3$	2489	2059	430	4143	2943	363
Quality cut ($q_{\text{min}} < 3$ & $ P_{z,\gamma} < 35$ GeV)	905	838	67	81	22	55

表 11.1: Matrix element 法による解析における選別表 (左巻き偏極の場合)

選別項目	信号事象	Correct	Miss	背景事象	qqll	bbll $\nu\nu$
No Cut	1261			3751175	46344	10117
μ selection	1170			230260	6987	189
b-tag $_{\text{max}} > 0.5$ or b-tag $_{2\text{nd}} > 0.3$	1097	937	160	2118	1468	181
Quality cut ($q_{\text{min}} < 4$ & $ P_{z,\gamma} < 25$ GeV)	376	356	20	22	6	16

表 11.2: Matrix element 法による解析における選別表 (右巻き偏極の場合)

次に、クオリティカット後の $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ に対する $\omega - \Omega$ 分布を図 11.10 に示す。クオリティカット前に比べて、WHIZARD 情報の分布を再現できていることが確認できる。そのほかの形状因子に対する $\omega - \Omega$ 分布を、左巻き偏極の場合を図 11.11 に、右巻き偏極の場合を図 11.12 に示す。また $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布も同様に、左巻き偏極の場合を図 11.13 から図 11.15 に、右巻き偏極の場合を図 11.16 から図 11.18 に示す。これらもクオリティカットによって WHIZARD 情報の分布を再現できていることがわかる。

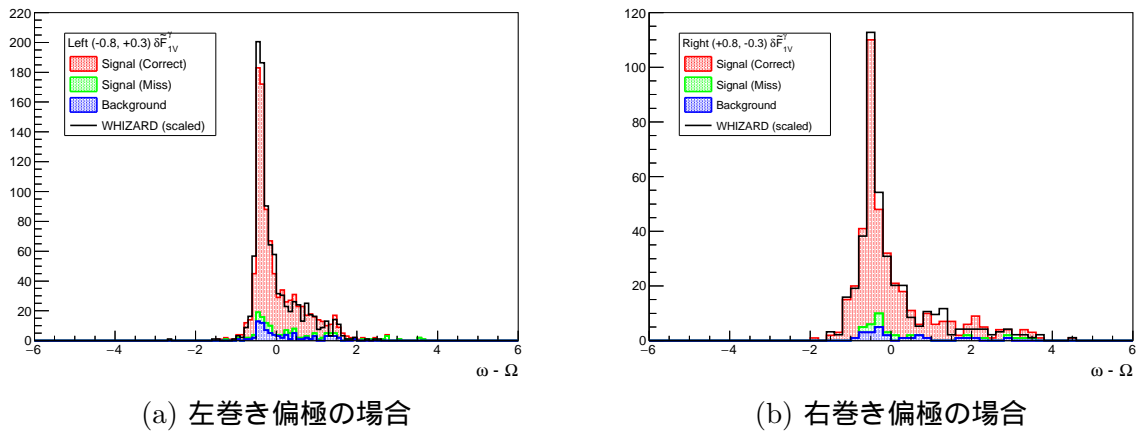


図 11.10: クオリティカット後の $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ に対する $\omega - \Omega$ 分布:(a) 左巻き偏極の場合、(b) 右巻き偏極の場合

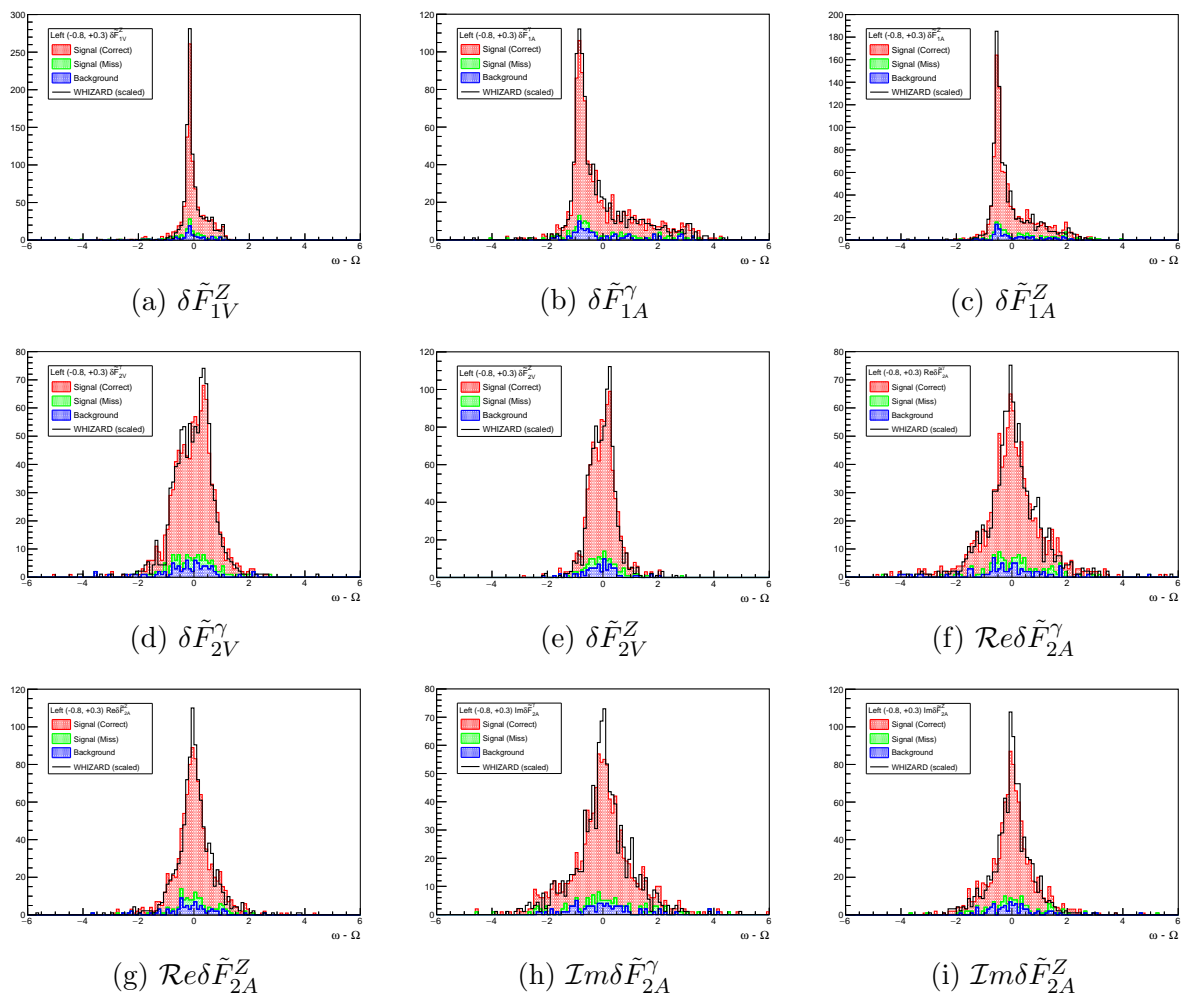


図 11.11: クオリティカット後の左巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布

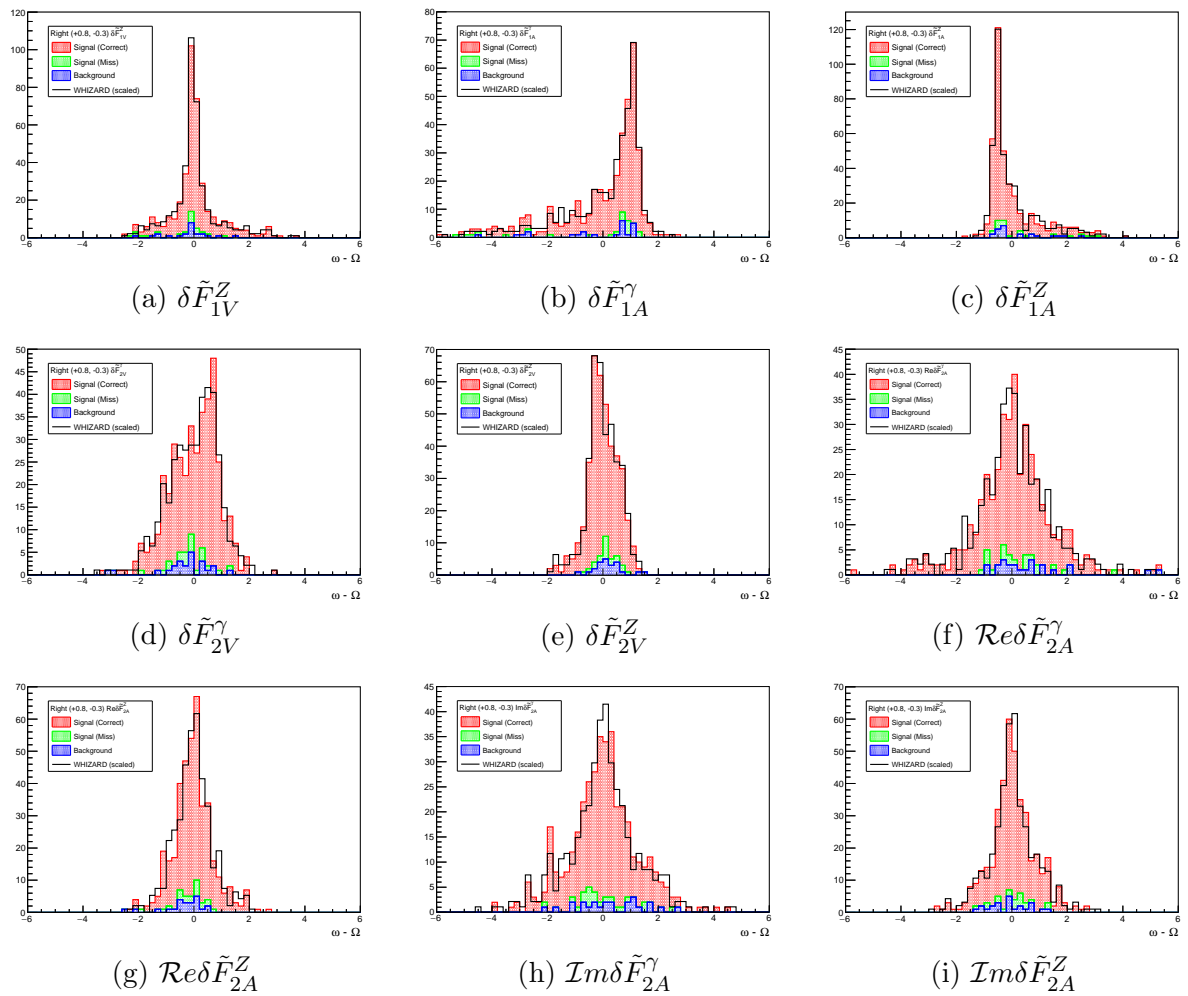


図 11.12: クオリティカット後の右巻き偏極の場合の $\omega - \Omega$ 分布

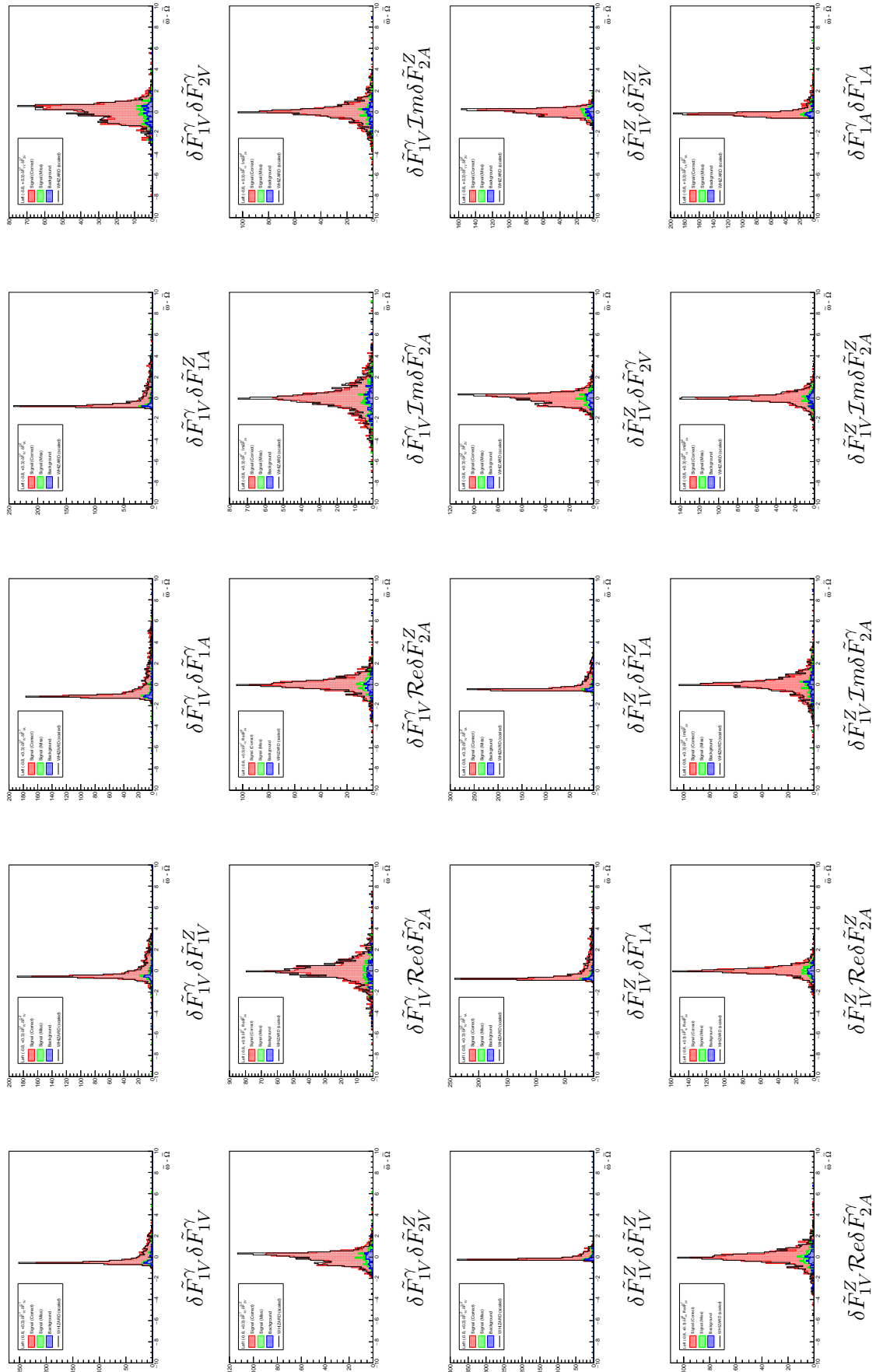


図 11.13: クオリティカット後の左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta F_{1V}^{\gamma} \delta F_{1V}^{\gamma}$ から $\delta F_{1A}^{\gamma} \delta F_{1A}^{\gamma}$ まで)

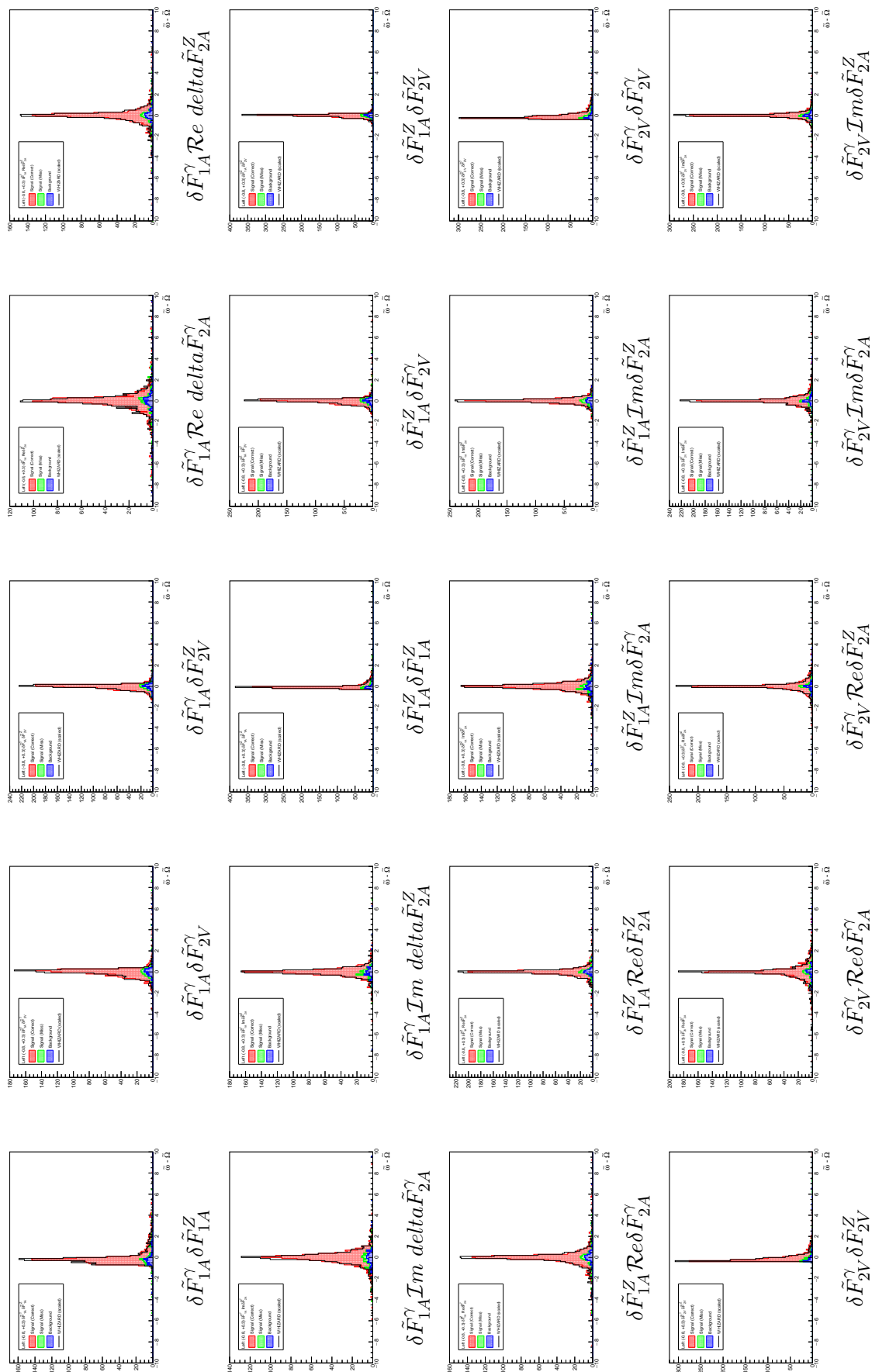


図 11.14: クォリティカット後の左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \Omega$ 分布 ($\delta \tilde{F}_{1A}^\gamma \delta \tilde{F}_{1A}^Z$ から $\delta \tilde{F}_{2V}^\gamma \mathcal{I} m \delta \tilde{F}_{2A}^Z$ まで)

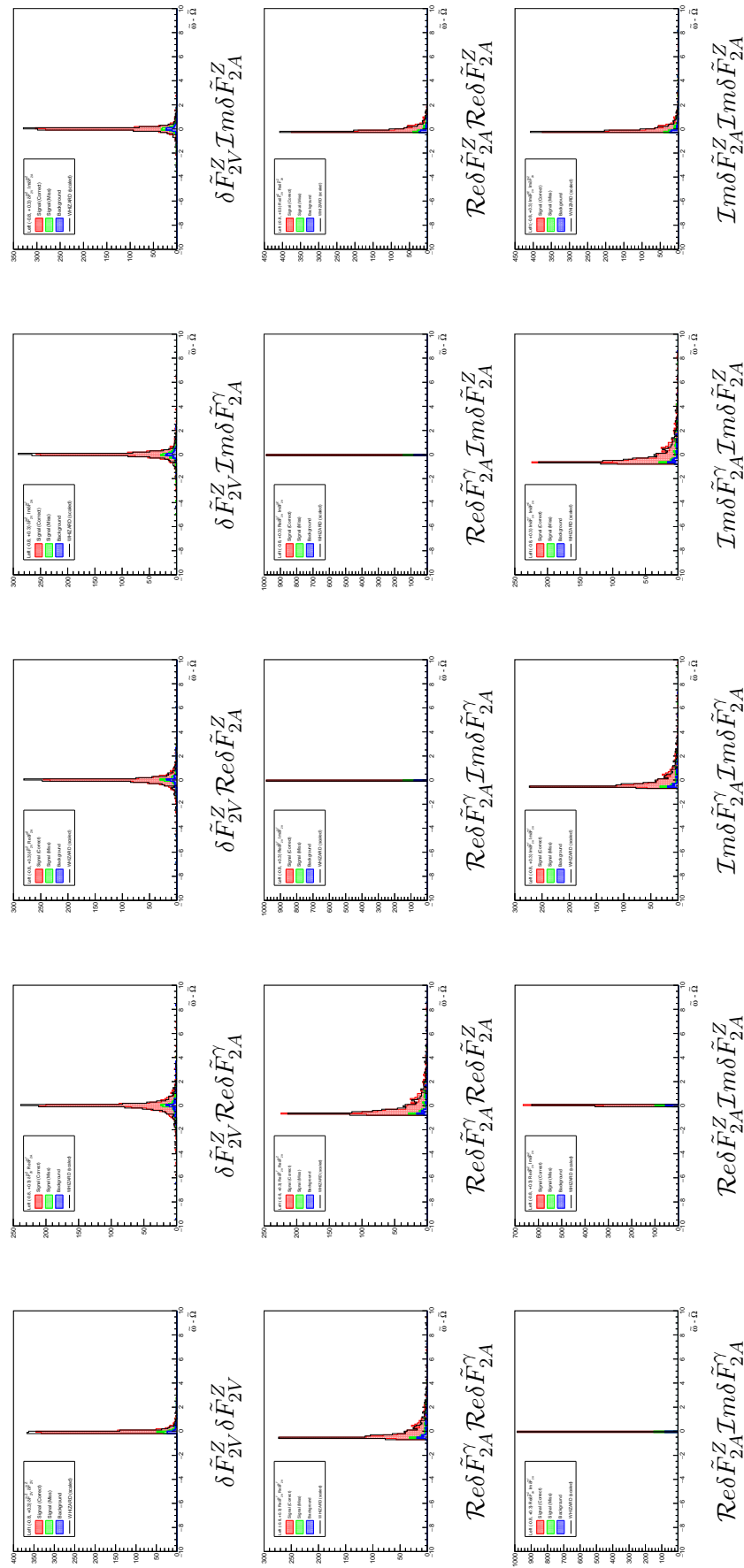


図 11.15: クォリティカット後の左巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta\tilde{F}_{2V}^Z \delta\tilde{F}_{2V}^Z$ から $\mathcal{I}m\delta\tilde{F}_{2A}^Z \mathcal{I}m\delta\tilde{F}_{2A}^Z$ まで)

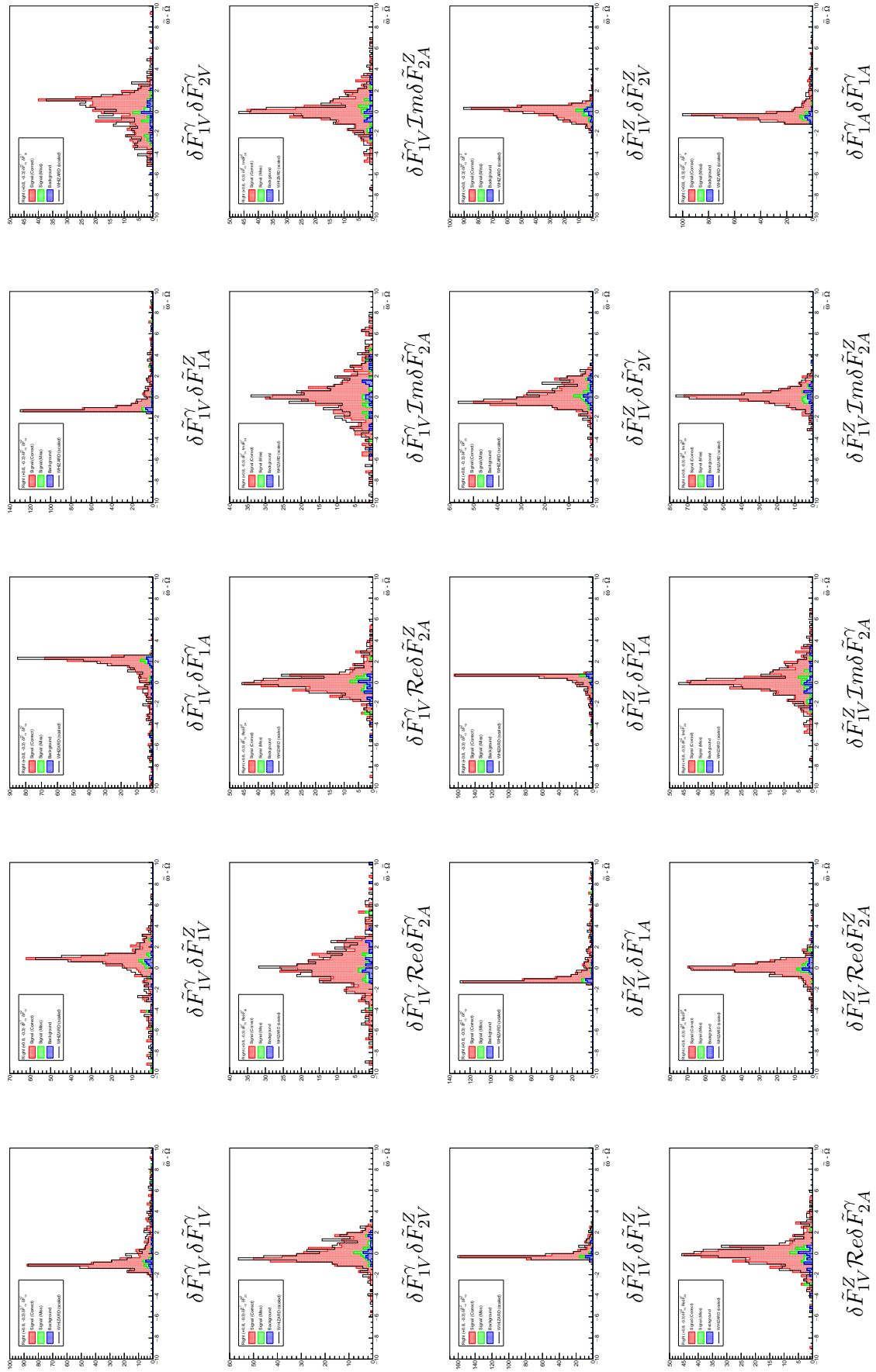


図 11.16: クオリティカット後の右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta F_{1V}^{\gamma} \delta F_{1V}^{\gamma}$ から $\delta F_{1A}^{\gamma} \delta F_{1A}^{\gamma}$ まで)

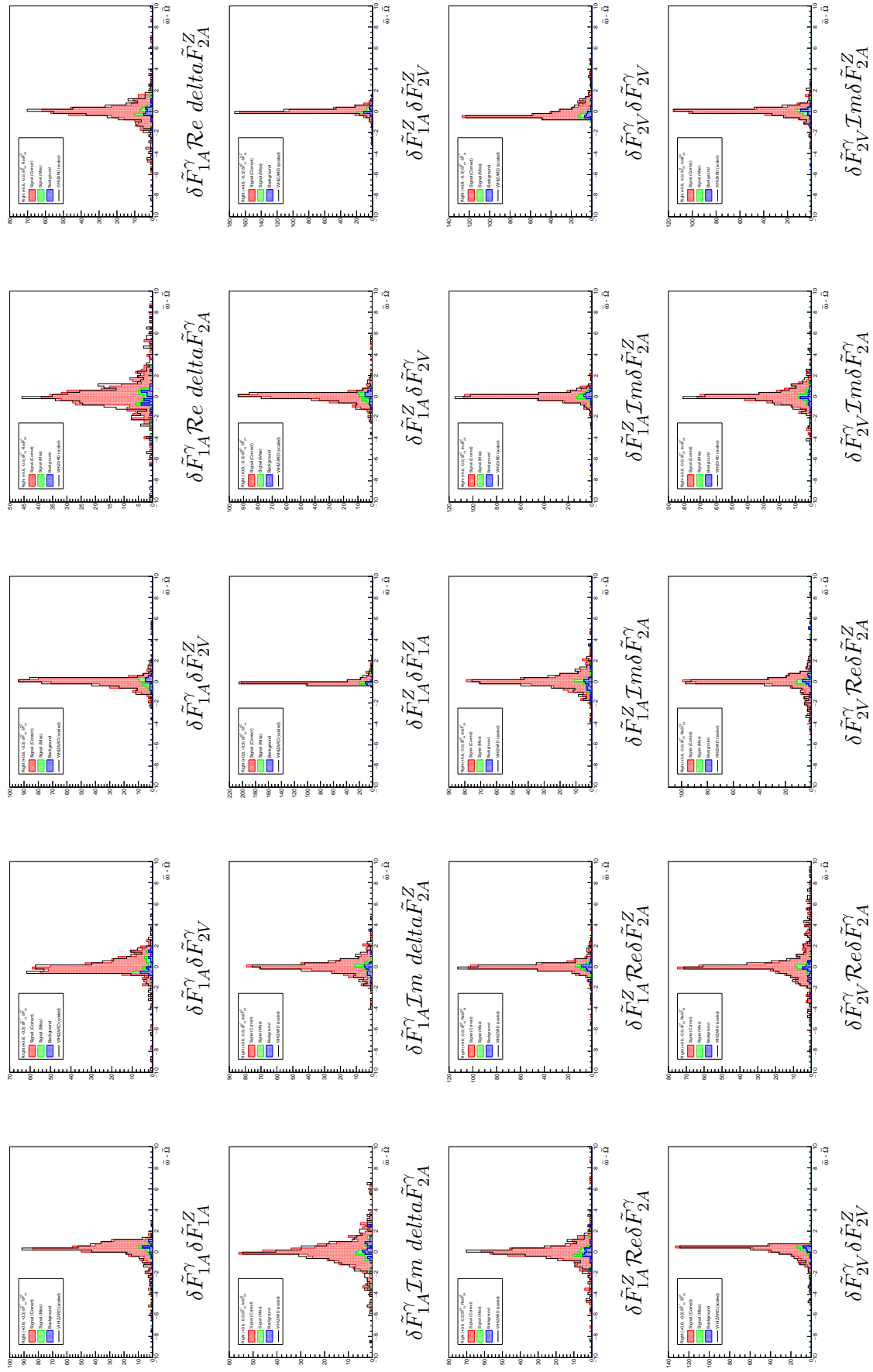


図 11.17: クォリテイクット後の右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \Omega$ 分布 ($\delta F_{1A}^{\gamma} \delta F_{1A}^Z$ から $\delta F_{2V}^{\gamma} \mathcal{I} m \delta F_{2A}^Z$ まで)

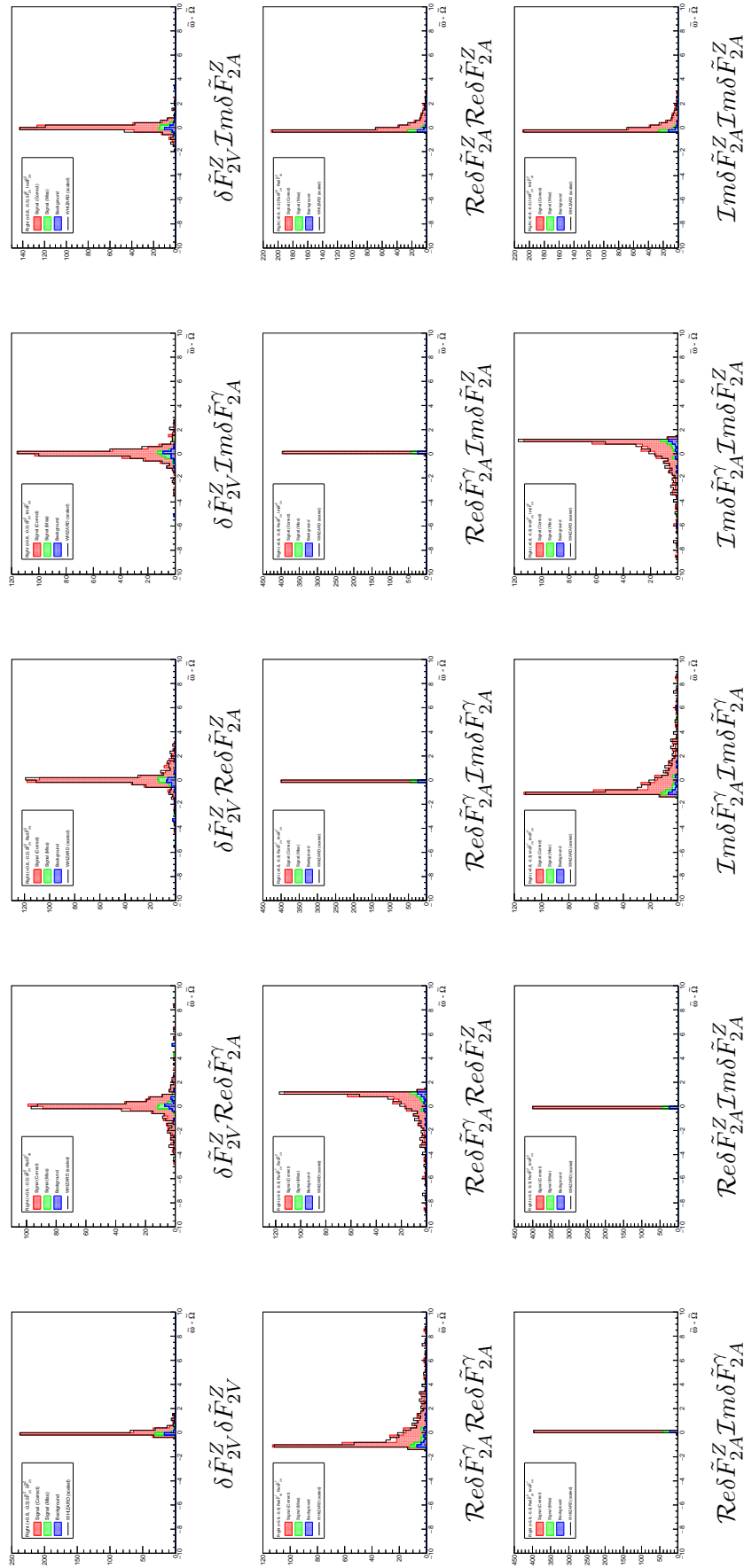


図 11.18: クォリティカット後の右巻き偏極の場合の $\tilde{\omega} - \tilde{\Omega}$ 分布 ($\delta F_{2V}^{Z} \delta F_{2V}^{Z}$ から $Im \delta F_{2A}^{Z} Im \delta F_{2A}^{Z}$ まで)

最後に測定結果を以下に示す。

$$\begin{pmatrix} \delta\tilde{F}_{1V,\text{fit}}^\gamma \\ \delta\tilde{F}_{1V,\text{fit}}^Z \\ \delta\tilde{F}_{1A,\text{fit}}^\gamma \\ \delta\tilde{F}_{1A,\text{fit}}^Z \\ \delta\tilde{F}_{2V,\text{fit}}^\gamma \\ \delta\tilde{F}_{2V,\text{fit}}^Z \\ \text{Re } \delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma \\ \text{Re } \delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z \\ \text{Im } \delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma \\ \text{Im } \delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +0.0031 \pm 0.0130 \\ -0.0334 \pm 0.0231 \\ -0.0314 \pm 0.0192 \\ +0.0241 \pm 0.0301 \\ -0.0146 \pm 0.0366 \\ -0.0650 \pm 0.0592 \\ +0.0214 \pm 0.0241 \\ -0.0131 \pm 0.0415 \\ -0.0086 \pm 0.0255 \\ +0.0081 \pm 0.0360 \end{pmatrix}$$

統計誤差に対して中心値のずれが最も大きいのが $\delta\tilde{F}_{1A,\text{fit}}^\gamma$ であり、およそ 1.6σ 程度のずれが生じていることがわかる。また、このときの分散共分散行列 V を示す。

$$V = \begin{pmatrix} +0.170 & -0.042 & +0.007 & +0.034 & +0.285 & -0.051 & -0.008 & -0.010 & -0.002 & -0.005 \\ -0.042 & +0.532 & +0.041 & +0.046 & -0.023 & +0.828 & -0.018 & -0.062 & +0.001 & +0.010 \\ +0.007 & +0.041 & +0.367 & -0.048 & +0.008 & +0.039 & -0.017 & -0.077 & -0.012 & -0.009 \\ +0.034 & +0.046 & -0.048 & +0.909 & +0.003 & +0.059 & -0.055 & -0.051 & +0.004 & -0.030 \\ +0.285 & -0.023 & +0.008 & +0.003 & +1.338 & -0.233 & +0.033 & -0.058 & -0.020 & +0.025 \\ -0.051 & +0.828 & +0.039 & +0.059 & -0.233 & +3.513 & -0.091 & +0.015 & +0.019 & -0.042 \\ -0.008 & -0.018 & -0.017 & -0.055 & +0.033 & -0.091 & +0.579 & -0.102 & -0.008 & +0.039 \\ -0.010 & -0.062 & -0.077 & -0.051 & -0.058 & +0.015 & -0.102 & +1.720 & +0.050 & +0.007 \\ -0.002 & +0.001 & -0.012 & +0.004 & -0.020 & +0.019 & -0.008 & +0.050 & +0.649 & -0.068 \\ -0.005 & +0.010 & -0.009 & -0.030 & +0.025 & -0.042 & +0.039 & +0.007 & -0.068 & +1.298 \end{pmatrix} \times 10^{-3} \quad (11.1)$$

V から計算される相関係数行列 V_C を以下に示す。

$$V_C = \begin{pmatrix} +1.000 & -0.141 & +0.027 & +0.085 & +0.598 & -0.067 & -0.026 & -0.018 & -0.006 & -0.012 \\ -0.141 & +1.000 & +0.093 & +0.066 & -0.028 & +0.606 & -0.033 & -0.065 & +0.002 & +0.012 \\ +0.027 & +0.093 & +1.000 & -0.082 & +0.012 & +0.034 & -0.038 & -0.096 & -0.024 & -0.013 \\ +0.085 & +0.066 & -0.082 & +1.000 & +0.003 & +0.033 & -0.075 & -0.040 & +0.005 & -0.027 \\ +0.598 & -0.028 & +0.012 & +0.003 & +1.000 & -0.107 & +0.037 & -0.038 & -0.021 & +0.019 \\ -0.067 & +0.606 & +0.034 & +0.033 & -0.107 & +1.000 & -0.064 & +0.006 & +0.013 & -0.020 \\ -0.026 & -0.033 & -0.038 & -0.075 & +0.037 & -0.064 & +1.000 & -0.103 & -0.013 & +0.045 \\ -0.018 & -0.065 & -0.096 & -0.040 & -0.038 & +0.006 & -0.103 & +1.000 & +0.047 & +0.004 \\ -0.006 & +0.002 & -0.024 & +0.005 & -0.021 & +0.013 & -0.013 & +0.047 & +1.000 & -0.074 \\ -0.012 & +0.012 & -0.013 & -0.027 & +0.019 & -0.020 & +0.045 & +0.004 & -0.074 & +1.000 \end{pmatrix} \quad (11.2)$$

第12章 考察

12.1 適合度の検定手法

得られた測定結果は統計誤差の範囲内で概ね標準模型に一致する結果であった。この節では得られた結果に対して適合度の検定を行う。

Binned な最尤法の場合には、カイ二乗検定などによってフィット結果の適合度検定が可能である。カイ二乗検定で用いる χ^2 は、測定点からモデル空間におろした垂線の距離の二乗に対応する。一方、本研究で定義した χ_0^2 (式 (7.15)) は測定点からモデル空間に垂線をおろした位置と、モデル空間上の標準模型の位置との距離の二乗に対応しており、 χ_0^2 によって適合度の検定を行うことはできない。この違いは、式 (7.15) において δF に依存しない項を取り除いたことによるものである。しかし、 δF に依存しない項を考慮した場合でも、Matrix element 法は unbinned な最尤法に基づいており自由度の数が明らかでないため適合度の検定は一般に困難である。

本研究では測定結果の適合度の検定のために以下の方法をとる。式 (7.25) で示したように、測定結果は ω についての標準模型での期待値と実験データの平均値との比較によって得られるものであった。標準模型の期待値の代わりに、測定結果を代入した場合の期待値と実験データの平均値を比較したときには、この二つは一致することが期待される。しかし実験データから得られる ω の平均値は、背景事象や検出器の効果などの効果によってモデル空間からの歪みが生じている場合には、測定結果を代入した場合の期待値から大きくずれる可能性がある。よって、この二つの比較から、実験データのモデル空間との適合度の一部を検定できる。

検定に用いる関数を定義する。初めに測定結果 δF_{fit} を代入した場合の確率密度関数を定義する。式 (7.1) に δF_{fit} を代入する。

$$\left| \hat{\mathcal{M}} \right|^2 (\delta F_{\text{fit}}, \Phi) = \frac{|\mathcal{M}|^2 (\delta F_{\text{fit}}, \Phi)}{\int |\mathcal{M}|^2 (\delta F_{\text{fit}}, \Phi) d\Phi} \quad (12.1)$$

$$= \frac{1 + \sum_i \omega_i(\Phi) \delta F_{\text{fit},i} + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) \delta F_{\text{fit},i} \delta F_{\text{fit},j}}{1 + \sum_i \Omega_i \delta F_{\text{fit},i} + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij} \delta F_{\text{fit},i} \delta F_{\text{fit},j}} \left| \hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}} \right|^2 (\Phi) \quad (12.2)$$

この確率密度関数を用いることで、測定結果 δF_{fit} を代入した場合の $\omega, \tilde{\omega}$ の期待値が計算できる。

$$\Omega_k(\delta F_{\text{fit}}) = \int \omega_k(\Phi) \left| \hat{\mathcal{M}} \right|^2 (\delta F_{\text{fit}}, \Phi) d\Phi \quad (12.3)$$

$$= \frac{1}{C(\delta F_{\text{fit}})} \int \left(\omega_k(\Phi) + \sum_i \omega_i(\Phi) \omega_k(\Phi) \delta F_{\text{fit},i} + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) \omega_k(\Phi) \delta F_{\text{fit},i} \delta F_{\text{fit},j} \right) \left| \hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}} \right|^2 (\Phi) d\Phi \quad (12.4)$$

$$\tilde{\Omega}_{kl}(\delta F_{\text{fit}}) = \frac{1}{C(\delta F_{\text{fit}})} \int \left(\tilde{\omega}_{kl}(\Phi) + \sum_i \omega_i(\Phi) \tilde{\omega}_{kl}(\Phi) \delta F_{\text{fit},i} + \sum_{ij} \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) \tilde{\omega}_{kl}(\Phi) \delta F_{\text{fit},i} \delta F_{\text{fit},j} \right) \left| \hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}} \right|^2 (\Phi) d\Phi \quad (12.5)$$

ここで

$$C(\delta F_{\text{fit}}) \equiv 1 + \sum_i \Omega_i \delta F_{\text{fit},i} + \sum_{ij} \tilde{\Omega}_{ij} \delta F_{\text{fit},i} \delta F_{\text{fit},j} \quad (12.6)$$

式 (12.4)(12.5) より、測定結果 δF_{fit} を代入した場合の $\omega, \tilde{\omega}$ の期待値を計算するためには、新たに標準模型での $\omega_i \omega_k, \tilde{\omega}_{ij} \omega_k, \tilde{\omega}_{ij} \tilde{\omega}_{kl}$ の期待値を計算すればよいことがわかる。

$$\Omega_{ik} = \int \omega_i(\Phi) \omega_k(\Phi) \left| \hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}} \right|^2(\Phi) d\Phi \quad (12.7)$$

$$\tilde{\Omega}_{ij;k} = \int \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) \omega_k(\Phi) \left| \hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}} \right|^2(\Phi) d\Phi \quad (12.8)$$

$$\tilde{\Omega}_{ij;kl} = \int \tilde{\omega}_{ij}(\Phi) \tilde{\omega}_{kl}(\Phi) \left| \hat{\mathcal{M}}^{\text{SM}} \right|^2(\Phi) d\Phi \quad (12.9)$$

$\omega, \tilde{\omega}$ についての、測定結果を代入した場合の期待値が式 (12.4)(12.5) で求まるので、これを実験データの平均値を比較する。比較は次の関数を定義して行う。

$$\chi_{\text{GoF},k}^2(\delta F_{\text{fit}}) = \frac{(\langle \omega_k \rangle - \Omega_k(\delta F_{\text{fit}}))^2}{(\langle \omega_k^2 \rangle - \langle \omega_k \rangle^2) / N^{\text{data}}} \quad (12.10)$$

$$\tilde{\chi}_{\text{GoF},kl}^2(\delta F_{\text{fit}}) = \frac{(\langle \tilde{\omega}_{kl} \rangle - \tilde{\Omega}_{kl}(\delta F_{\text{SM}}))^2}{(\langle \tilde{\omega}_{kl}^2 \rangle - \langle \tilde{\omega}_{kl} \rangle^2) / N^{\text{data}}} \quad (12.11)$$

これらは実験データの $\omega, \tilde{\omega}$ の分散で規格化した、測定結果を代入した場合の期待値と実験データの平均値の差であり、それぞれの $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ で 1 程度であることが期待される。 $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ はモデル空間からの歪みの一部を評価するものであったので、1 程度の値を取ることは適合度が良いことの必要条件に過ぎないが、1 より十分大きいときには、適合度が悪く、手法の改善が必要であることを意味する。

12.2 適合度の検定結果

前節で定義した $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ によって、適合度の検定を行う。図 12.1 に各形状因子に対応する $\omega, \tilde{\omega}$ に対する $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値を示す。

多くは 1 程度の値であるが、一部は 6 から 10 程度の値を示した。したがって、測定結果とモデル空間との間には歪みが存在しており、Matrix element 法を用いた解析手法は改善の必要があるといえる。

12.3 原因の考察

適合度が悪くなる原因として考えられるとして、背景事象や組み合わせの間違いの効果のほか、ISR による効果や再構成の精度が考えられる。これらの効果をそれぞれ評価するために次の場合にわけて考察を行う。

- 信号事象のみ
- 信号事象かつ組み合わせが正しく選択されたイベントのみ

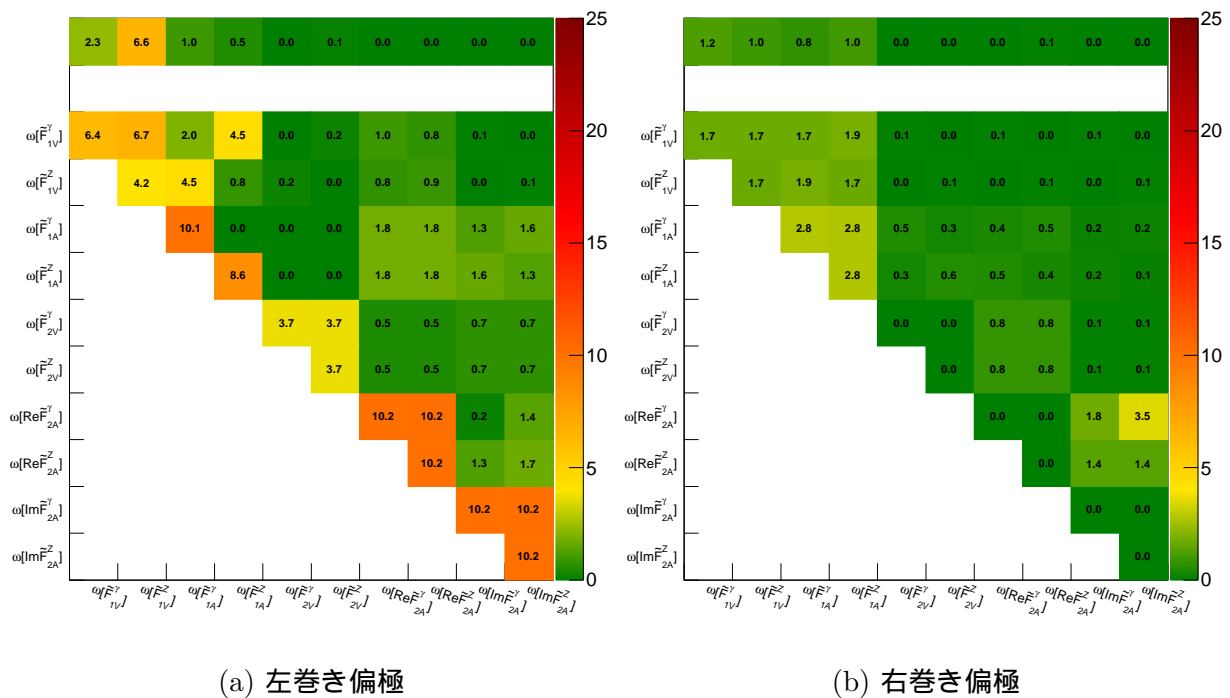


図 12.1: $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値：(a) 左巻き偏極の場合、(b) 右巻き偏極の場合。上の行に χ_{GoF}^2 、下の行に $\tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ を示しており、軸に対応する形状因子を示した。特に左巻き偏極の場合に、大きな $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ を持つ

信号事象のみを用いて形状因子の測定を行う。選別条件は表 11.1 と同じものを用いた。測定結果を以下に示す。

$$\begin{pmatrix} \delta \tilde{F}_{1V,\text{fit}}^\gamma \\ \delta \tilde{F}_{1V,\text{fit}}^Z \\ \delta \tilde{F}_{1A,\text{fit}}^\gamma \\ \delta \tilde{F}_{1A,\text{fit}}^Z \\ \delta \tilde{F}_{2V,\text{fit}}^\gamma \\ \delta \tilde{F}_{2V,\text{fit}}^Z \\ \text{Re } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma \\ \text{Re } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z \\ \text{Im } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma \\ \text{Im } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +0.0070 \pm 0.0135 \\ -0.0280 \pm 0.0235 \\ -0.0287 \pm 0.0197 \\ +0.0110 \pm 0.0309 \\ +0.0171 \pm 0.0381 \\ -0.0528 \pm 0.0615 \\ +0.0286 \pm 0.0262 \\ +0.0322 \pm 0.0445 \\ -0.0126 \pm 0.0258 \\ +0.0115 \pm 0.0366 \end{pmatrix}$$

背景事象を含む場合と比較して、中心値のずれが小さくなっていることがわかる。また統計誤差が大きくなっているが、これは事象数が少なくなっていることが理由である。この測定結果について適合度の検定を行う。図 12.2 に χ_{GoF}^2 の値を示す。背景事象を含む場合(図 12.1)と比較して値が小さくなっていることがわかり、背景事象が適合度を悪化させる原因の一つであることがわかる。しかし、信号事象のみの場合であっても 5-7 程度の値を示すものがあることがわかる。

次に信号事象のうち、 μ と b ジェットの組み合わせが正しく選択されたイベントのみで測定を行

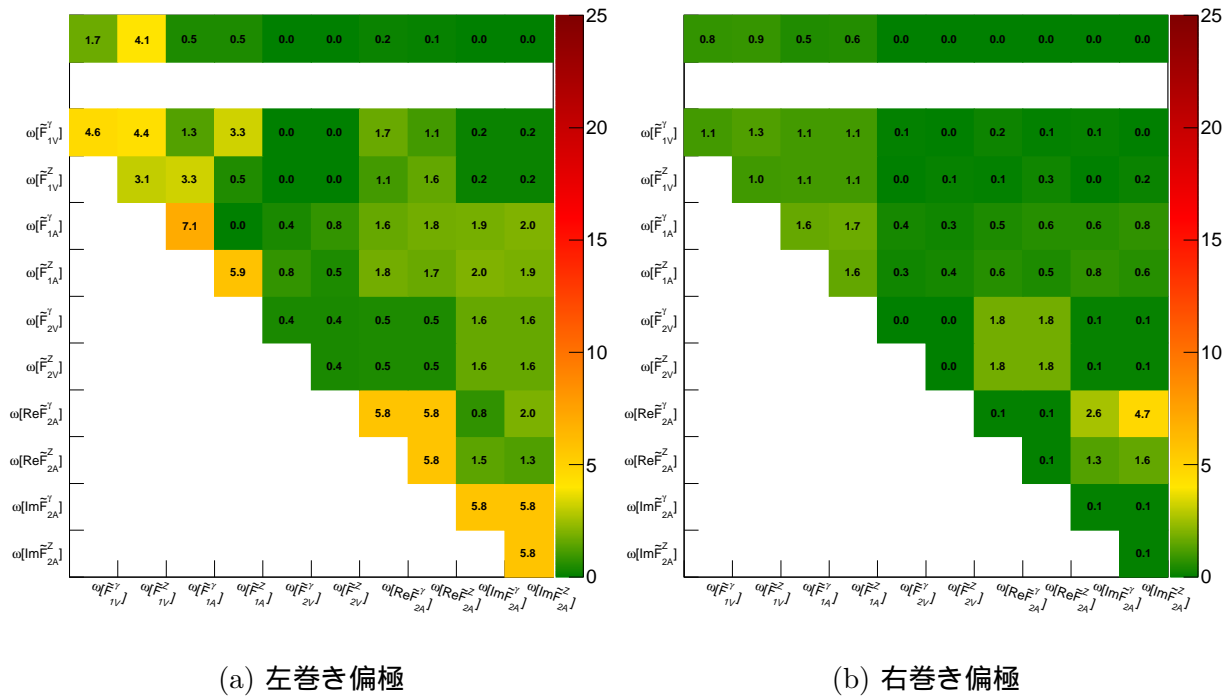


図 12.2: 信号事象のみを用いた場合の $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値: (a) 左巻き偏極の場合、(b) 右巻き偏極の場合: $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値は小さくなったが、まだ大きな値を持つものがある

う。選別条件は表 11.1 と同じものを用いた。以下に測定結果を示す。

$$\begin{pmatrix} \delta \tilde{F}_{1V,\text{fit}}^\gamma \\ \delta \tilde{F}_{1V,\text{fit}}^Z \\ \delta \tilde{F}_{1A,\text{fit}}^\gamma \\ \delta \tilde{F}_{1A,\text{fit}}^Z \\ \delta \tilde{F}_{2V,\text{fit}}^\gamma \\ \delta \tilde{F}_{2V,\text{fit}}^Z \\ \text{Re } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma \\ \text{Re } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z \\ \text{Im } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma \\ \text{Im } \delta \tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0017 \pm 0.0143 \\ -0.0166 \pm 0.0249 \\ -0.0209 \pm 0.0211 \\ -0.0314 \pm 0.0330 \\ +0.0180 \pm 0.0404 \\ -0.0651 \pm 0.0651 \\ +0.0297 \pm 0.0282 \\ -0.0020 \pm 0.0477 \\ -0.0275 \pm 0.0280 \\ +0.0252 \pm 0.0400 \end{pmatrix}$$

統計誤差の範囲で標準模型に一致する結果が得られていることがわかる。これらの結果に対して適合度検定を行う。図 12.3 に χ_{GoF}^2 の値を示す。間違った組み合わせを含む場合に比べて、 χ_{GoF}^2 の値が小さくなっていることがわかる。したがって間違った組み合わせのイベントが適合度を悪化させる原因の一つであるといえる。全ての χ_{GoF}^2 が 4 以下の値を持つことから、信号事象のうち正しい組み合わせが選択されたイベントについては適合度がよい可能性がある。ただし、前述のように χ_{GoF}^2 が小さい値をとることは必要条件であり、ISR や再構成の精度による効果についてはここでは議論できない。

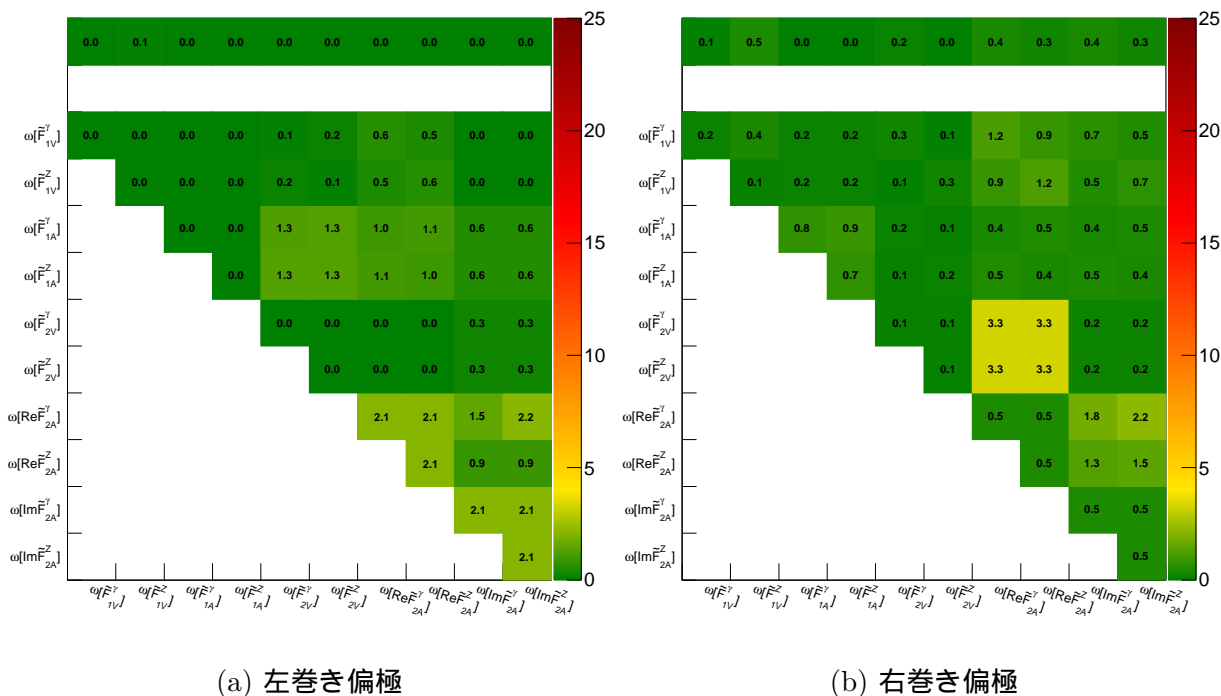


図 12.3: 正しい組み合わせが選択された信号事象のみを用いた場合の $\chi_{\text{GoF}}^2, \tilde{\chi}_{\text{GoF}}^2$ の値 : (a) 左巻き偏極の場合、(b) 右巻き偏極の場合: 全ての値で 4 以下の値を示した

12.4 改善手法

前節より背景事象、組み合わせの間違いによる効果によって本手法による形状因子の測定は適当でないということが得られた。b ジェットの電荷測定によって組み合わせの選択精度がよくなるため、b ジェットの電荷測定の開発が進むことで手法の改善が期待される。事象選択の条件を変更し、背景事象や組み合わせの間違いをより厳しく抑制することも考えられるが、そのときには統計誤差がより大きくなる。

測定に用いた尤度関数をより現実に則したものに改善することで、測定精度を維持しつつ正確な測定を行うことが可能である。そのためには、背景事象や組み合わせを間違ったイベントの形状因子の依存性を評価し、尤度関数に組込むことができれば尤度関数をより現実に即したものにすることができる。

unbinned な最尤推定法を行うためには、この依存性を関数として評価する必要がある。しかし、観測量となる角度分布が 9 つあるため関数は 9 次元の複雑な関数となる。また、再構成の精度や ISR の効果も含む形にするために、これらを考慮した関数に改善する必要がある。unbinned な最尤推定法による測定は原理的には可能であるが、以上の理由から本論文で行わないこととした。

そこで本論文では binned な推定法を導入し測定手法の改善を行う。

第13章 Binned likelihoodによる解析

Matrix element 法は、 $|\mathcal{M}|^2$ から定義した尤度関数を用いた、unbinned な最尤推定法に基づいた手法であった。そのため背景事象などの効果を適切に取り入れるためには、これらを開数として評価し、尤度関数に取り入れる必要があるという理由から本論文で行うのが困難であった。そこで binned な推定法を導入し、これらの効果を取り入れることで Matrix element 法の改善を図る。

背景事象や検出器などの全ての効果を取り入れる手法としては、テンプレート法が有力である。テンプレート法とは、測定したいパラメータ(本研究の場合、形状因子)を変化させてフルシミュレーションを行いテンプレートサンプルを生成し、実験で得られたデータとテンプレートサンプルを比較することでパラメータの測定を行う手法である。しかし測定するパラメータが多くある場合には、その分テンプレートサンプルを大量に生成する必要があり、CPU 時間やデータ容量の面での負担が大きい。本研究の場合には測定したい形状因子は 10 個であり、テンプレート法を行うことはリソースの面から困難である。そこで本研究では、一種類のシミュレーションサンプルを生成し、イベント数に形状因子に応じた重みを付けることで疑似的なテンプレート法を行った。詳細を以下で述べる。

13.1 原理

Matrix element 法で定義される $\omega, \tilde{\omega}$ は、形状因子測定のための最適な観測量であり、これらの分布を binned fit することによって測定を行う。簡単のため、測定したい形状因子が一つの場合を考える。 ω 分布の各ビン内のイベント数はポアソン分布によると仮定する。イベント数が十分に大きいとき ($n_i \gg 10$)、ポアソン分布は正規分布に近似できるため、イベント数の分散は $\sigma^2 = n$ と見なすことができる。またシミュレーションサンプルの統計量を実験データに比べて十分大きく用意し、実験データの統計量に規格化することでシミュレーションサンプルの分散を無視できる。よって、次のように $\chi^2(\delta F)$ を定義できる。

$$\chi^2(\delta F) = \sum_{i=1}^{N_{\text{bin}}} \left(\frac{n_i^{\text{data}} - n_i^{\text{Sim.}}(\delta F)}{\sqrt{n_i^{\text{data}}}} \right)^2 \quad (13.1)$$

ここで N_{bin} はビンの数、 n_i^{data} と $n_i^{\text{Sim.}}$ はそれぞれ i 番目のビン内の実験データとシミュレーションサンプルのイベント数である。また、シミュレーションサンプルのイベント数は以下のように規格化したものである。

$$n_i^{\text{Sim.}}(\delta F) = \frac{L^{\text{data}}}{L^{\text{Sim.}}} n_i^{\text{Sim. orig}}(\delta F) \quad (13.2)$$

ここで L^{data} と $L^{\text{Sim.}}$ はそれぞれ実験データとシミュレーションサンプルのルミノシティ、 $n_i^{\text{Sim. orig}}$ は大統計でのシミュレーションサンプルのイベント数である。

テンプレート法ではシミュレーションサンプルの δF 依存性を大量のテンプレートサンプルを用意することで評価する。本研究では、標準模型のパラメータ ($\delta F = 0$) を代入したサンプルを作成し、イベント毎に形状因子に応じた重みを変化させることで $n_i^{\text{Sim.}}(\delta F)$ を求める。

$$n_i^{\text{Sim.}}(\delta F) = \frac{L^{\text{data}}}{L^{\text{Sim.}}} \sum_{\omega_e \in \text{bin}_i} w_e(\delta F) \quad (13.3)$$

$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}l^-l^+$ などを由来とする背景事象は δF の依存性がないため、常に $w_e(\delta F) = 1$ である。一方、信号事象や $e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}ll\nu\nu$ については、 $w_e(\delta F)$ は次のように定義される。

$$w_e(\delta F) = \frac{|M|^2(\delta F, \Phi_e)}{|M|^2(\delta F = 0, \Phi_e)} \quad (13.4)$$

$$= 1 + \omega(\Phi_e)\delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e)\delta F^2 \quad (13.5)$$

この方法では、シミュレーションサンプルを一つ用意するだけでよいため、CPU 時間などを抑えることが可能であり、本研究ではこれを採用した。なお式 (13.5) における $\omega, \tilde{\omega}$ は再構成されたものではなく、WHIZARD 情報のものである。式 (13.3) を、 δF に依存する項 $n_i^{\text{Sim. sig}}$ と依存しない項 $n_i^{\text{Sim. bkg}}$ に分け、次のように書きかえられる。

$$n_i^{\text{Sim.}}(\delta F) = n_i^{\text{Sim. sig}}(\delta F) + n_i^{\text{Sim. bkg}} \quad (13.6)$$

$$= \frac{L^{\text{data}}}{L^{\text{Sim.}}} \sum_{\omega_e \in \text{bin}_i} (1 + \omega(\Phi_e)\delta F + \tilde{\omega}(\Phi_e)\delta F^2) + n_i^{\text{Sim. bkg}} \quad (13.7)$$

$$= n_i^{\text{Sim. sig}}(0) (1 + \langle \omega \rangle_i \delta F + \langle \tilde{\omega} \rangle_i \delta F^2) + n_i^{\text{Sim. bkg}} \quad (13.8)$$

ここで $\langle \omega \rangle_i, \langle \tilde{\omega} \rangle_i$ は、 i 番目のビン内のイベントの $\omega(\Phi_e), \tilde{\omega}(\Phi_e)$ の平均である。

$$\langle \omega \rangle_i = \frac{\sum_{\omega_e \in \text{bin}_i} \omega(\Phi_e)}{\sum_{\omega_e \in \text{bin}_i} 1} \quad (13.9)$$

$$\langle \tilde{\omega} \rangle_i = \frac{\sum_{\omega_e \in \text{bin}_i} \tilde{\omega}(\Phi_e)}{\sum_{\omega_e \in \text{bin}_i} 1} \quad (13.10)$$

δF^2 は非常に小さいため、本研究では $\langle \tilde{\omega} \rangle_i \delta F^2$ の項を無視する。

$\chi^2(\delta F)$ を最小にする δF を求めることで形状因子の測定を行う。またそのときの χ^2 の値からカイ二乗検定によって適合度検定を行うことができる。

この手法では背景事象等による測定結果のずれが生じないため、表 11.1 のような厳しい選別条件を課す必要がなくなる。ただし背景事象が多くある場合には測定精度が悪くなる。推定量の分散は $\frac{\partial^2}{\partial(\delta F)^2} \frac{1}{2} \chi^2$ の逆数で与えられる。

$$\frac{\partial^2}{\partial(\delta F)^2} \frac{1}{2} \chi^2(\delta F) = \sum_{i=1}^{N_{\text{bin}}} \frac{1}{n_i^{\text{data}}} \left(\frac{\partial n_i^{\text{Sim. sig}}(\delta F)}{\partial(\delta F)} \right)^2 \quad (13.11)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_{\text{bin}}} \frac{(n_i^{\text{Sim. sig}}(0))^2}{n_i^{\text{data}}} \langle \omega \rangle_i^2 \quad (13.12)$$

n_i^{data} を信号事象と背景事象に分け、 $n_i^{\text{Sim. sig}}(0)$ は実験データの信号事象数に近いことから次のように近似できる。

$$\frac{\partial^2}{\partial(\delta F)^2} \frac{1}{2} \chi^2(\delta F) \simeq \sum_{i=1}^{N_{\text{bin}}} \left(\frac{n_i^{\text{data sig}}}{\sqrt{n_i^{\text{data sig}} + n_i^{\text{data bkg}}}} \right)^2 \langle \omega \rangle_i^2 \quad (13.13)$$

これより本研究では、 $\frac{\sum_i n_i^{\text{data sig}}}{\sqrt{\sum_i (n_i^{\text{data sig}} + n_i^{\text{data bkg}})}}$ を最大化するよう条件を最適化する。 $e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}l\nu\nu$ 由来の背景事象は δF 依存性はあるものの、再構成の精度が低く $\langle\omega\rangle_i^2$ の値を小さくする効果があると考えられるため、最適化を行うときにはこれらの事象も背景事象として扱う。

また信号事象としているサンプルには single top production 過程などを由来とする事象が含まれる。これらは δF に依存しないため、 $w_e(\delta F) = 1$ とすべきである。信号事象のサンプルのうちトップクォーク対生成過程由来のものを選別するために、文献 [42] を参考にし、WHIZARD レベルにおける $b\mu\nu$ の組み合わせの質量を用いて、次の条件を課す。

$$|M_{b\mu+\nu(\bar{b}\mu-\bar{\nu})} - 174[\text{GeV}]| < 15[\text{GeV}] \quad (13.14)$$

両方の組み合わせについてこの条件を満たすものをトップクォーク対生成過程によるものとし、条件を満たさない事象は背景事象として扱う。終状態が $b\bar{b}l\nu\nu$ である背景事象についても、同様の条件を満たすイベントのみ重みを変更する。

本研究では二つのビーム偏極を用いるため、 χ^2 はそれぞれの偏極における χ^2 の和として与えられる。

$$\chi^2(\delta F) = \chi^2(\delta F)^L + \chi^2(\delta F)^R \quad (13.15)$$

ここで $\chi^2(\delta F)^{L/R}$ はそれぞれ左巻き偏極/右巻き偏極のイベントから定義される $\chi^0(\delta)$ である。

13.2 シミュレーション条件

本研究はシミュレーション解析であり、実験データにあたる分布もシミュレーションによって生成されたものであるが、シミュレーションサンプルと区別するため、測定結果に用いるサンプルはデータと呼ぶ。データについてのシミュレーション条件は第 9.1 節で述べたものと同一である。また、Matrix Element 法での解析に用いたサンプルと全く同一のものを使用した。シミュレーションサンプルについての条件は、積分ルミノシティ以外は同一である。信号事象と $e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}l\nu\nu$ 由来の背景事象の積分ルミノシティは $L = 8\text{ab}^{-1}$ を用意した。これはデータの 16 倍の統計量である。一方で、そのほかの背景事象については十分な統計量が用意することが出来なかったため、データサンプルと同じものを用いた。これによって信頼水準が過大評価される可能性があるが、統計誤差には影響を与えない。

13.3 結果

表 13.1 に選別の結果を示す。表 11.1 に比べて信号事象の選択効率が高いことがわかる。

初めに $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ の測定について述べる。図 13.1 に、このときの ω 分布を示す。フィットの結果の分布が、データの分布を再現できていることがわかる。

次に測定結果と、そのときの χ^2 の値から計算される信頼水準の値をあわせて示す。

$$\delta\tilde{F}_{1V,\text{fit}}^\gamma = -0.0038 \pm 0.0071, (\text{C.L.} = 55.2\%) \quad (13.16)$$

測定値は統計誤差の範囲内で標準模型に一致するものであり、そのときの信頼水準は十分許容されるものである。また図 13.2 に $\chi^2(\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma)$ 関数のプロットを示す。

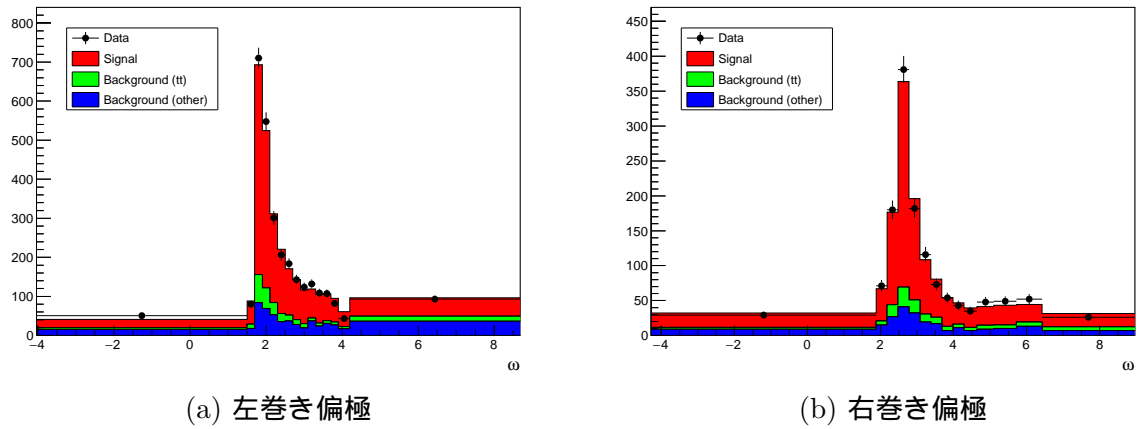


図 13.1: Binned likelihood による解析における $\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma$ についての ω 分布:(a) 左巻き偏極の場合、(b) 右巻き偏極の場合

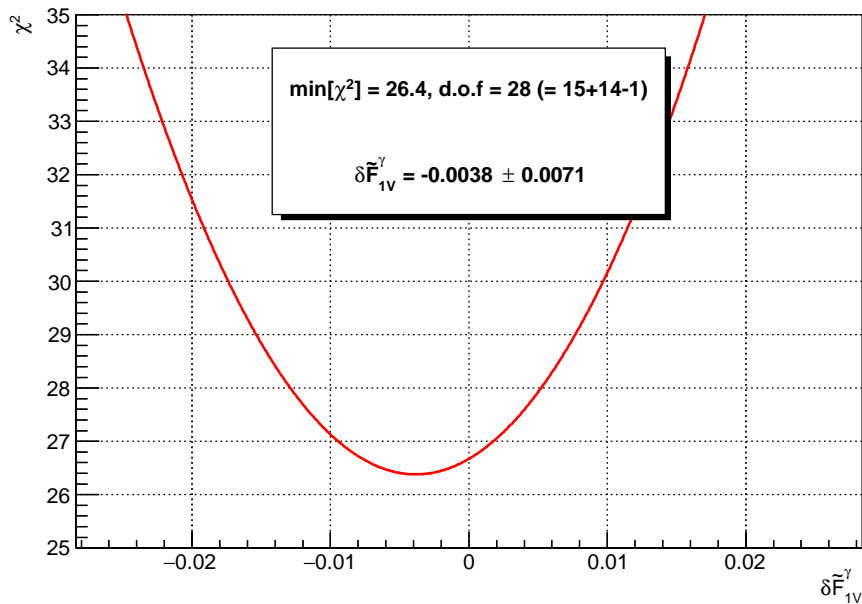


図 13.2: $\chi^2(\delta\tilde{F}_{1V}^\gamma)$ のプロット: χ^2 の最小値が $\min[\chi^2] = 26.4$ で、自由度が 28 である。これより信頼水準が C.L. = 55.4% と求まる

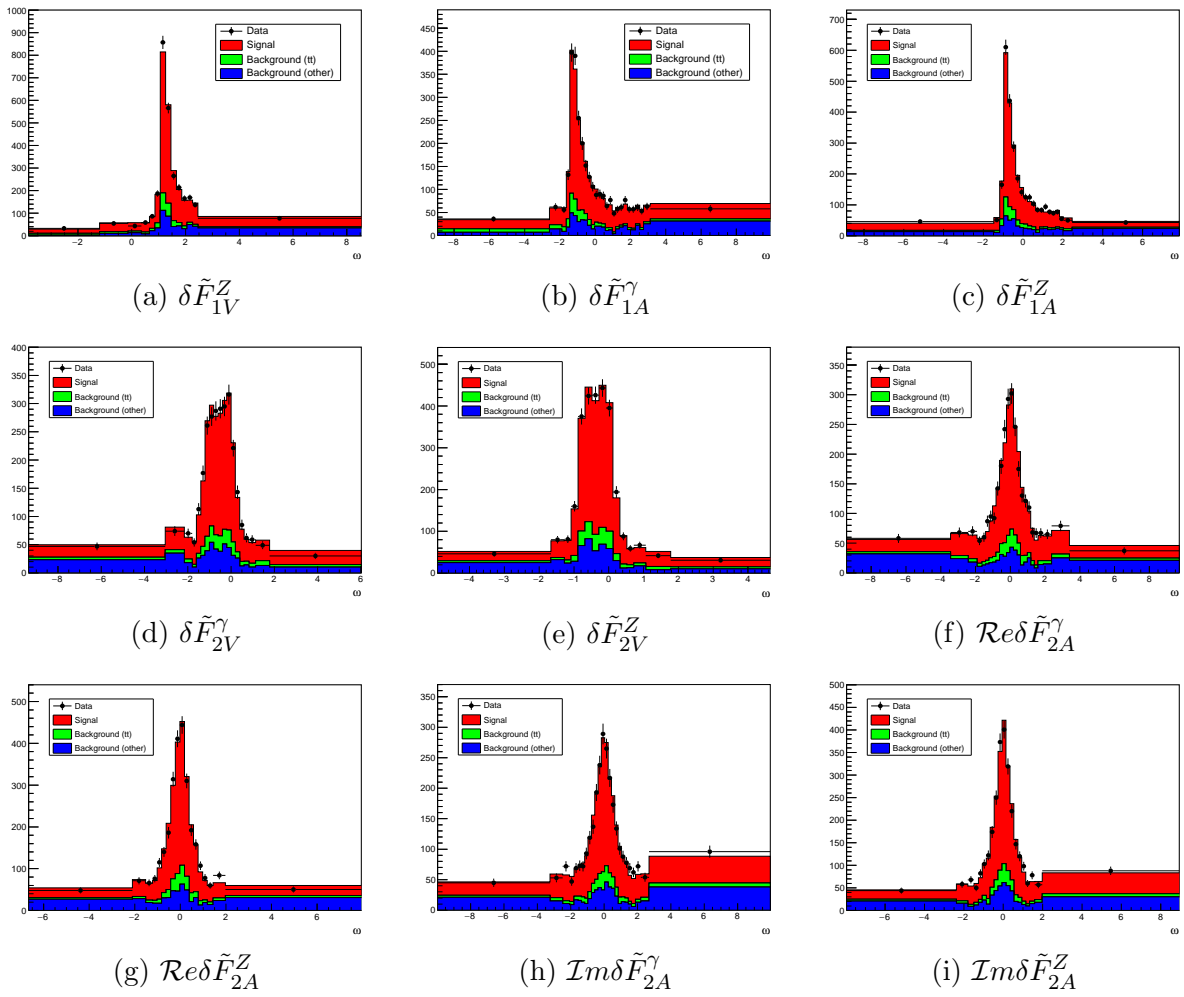


図 13.3: 左巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布

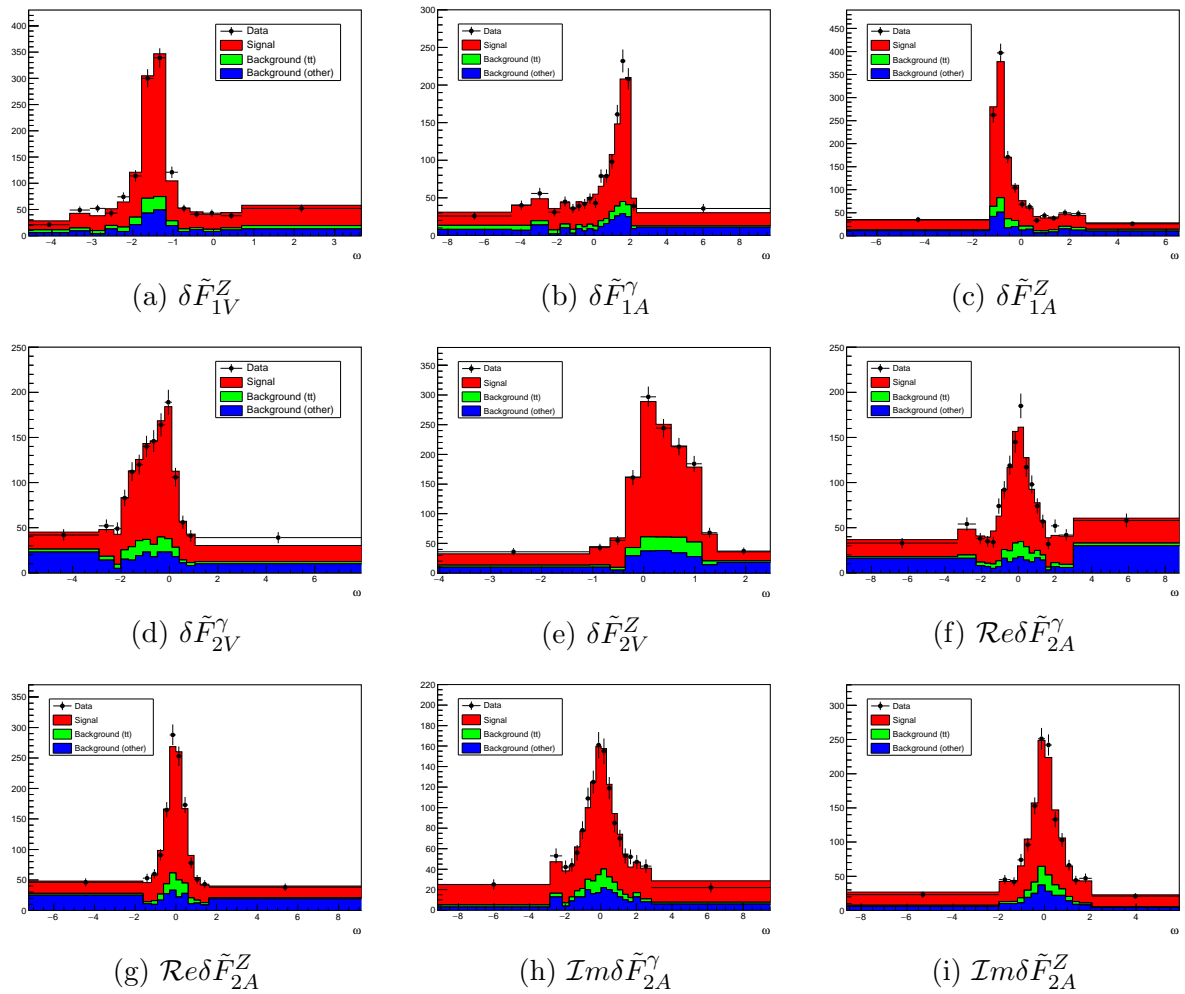


図 13.4: 右巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布

選別項目	信号事象	$t\bar{t}$	$t\bar{t}$ 以外	背景事象	qql	bbll $\nu\nu$
No Cut	2837			8410633	91478	23312
μ selection	2618			327488	13827	387
b-tag _{max} > 0.5 or b-tag _{2nd} > 0.3	2489	2215	273	4143	2943	363
Quality cut ($q_{\min} < 11.5$)	2396	2103	195	624	258	313

表 13.1: Binned likelihood による解析における選別表 (左巻き偏極の場合)

選別項目	信号事象	$t\bar{t}$	$t\bar{t}$ 以外	背景事象	qql	bbll $\nu\nu$
No Cut	1261			3751175	46344	10117
μ selection	1170			230260	6987	189
b-tag _{max} > 0.5 or b-tag _{2nd} > 0.3	1097	1046	79	2118	1468	181
Quality cut ($q_{\min} < 12.5$)	1046	976	70	297	132	151

表 13.2: Binned likelihood による解析における選別表 (右巻き偏極の場合)

同様にそのほかの形状因子を一つずつ測定した場合について示す。図 13.3 に左巻き偏極、図 13.4 に右巻き偏極の場合の ω 分布を示す。データの分布を再現出来ていることがわかる。

このときの測定結果を以下に示す。また図 13.5 にそれぞれの χ^2 関数のプロットを示す。

$$\delta\tilde{F}_{1V,\text{fit}}^Z = -0.0032 \pm 0.0128, (\text{C.L.} = 38.6\%) \quad (13.17)$$

$$\delta\tilde{F}_{1A,\text{fit}}^\gamma = -0.0139 \pm 0.0161, (\text{C.L.} = 93.3\%) \quad (13.18)$$

$$\delta\tilde{F}_{1A,\text{fit}}^Z = -0.0204 \pm 0.0262, (\text{C.L.} = 93.0\%) \quad (13.19)$$

$$\delta\tilde{F}_{2V,\text{fit}}^\gamma = -0.0058 \pm 0.0246, (\text{C.L.} = 98.0\%) \quad (13.20)$$

$$\delta\tilde{F}_{2V,\text{fit}}^Z = -0.0180 \pm 0.0404, (\text{C.L.} = 99.5\%) \quad (13.21)$$

$$\text{Re}\delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma = +0.0224 \pm 0.0223, (\text{C.L.} = 36.6\%) \quad (13.22)$$

$$\text{Re}\delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z = -0.0363 \pm 0.0394, (\text{C.L.} = 83.3\%) \quad (13.23)$$

$$\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^\gamma = -0.0086 \pm 0.0238, (\text{C.L.} = 97.8\%) \quad (13.24)$$

$$\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A,\text{fit}}^Z = +0.0389 \pm 0.0350, (\text{C.L.} = 91.1\%) \quad (13.25)$$

本研究では 1 変数の測定のみ行った。多変数の測定の場合には、 ω の多次元ヒストグラムを用いてフィットを行うが、1 変数の場合と同様に原理的に bias の生じない測定が可能である。多変数解析の場合、変数間の相関があるとき 1 変数の場合に比べて統計誤差が大きくなる。ただし式 (11.2) より、各変数間の相関が小さいことがわかっており、統計誤差は 1 変数の場合と同程度であることが期待できる。特に $\tilde{F}_{2A}^{Z/\gamma}$ の場合は相関が小さく、1 変数の場合とほぼ同じ測定精度が得られると考えられる。ただし $\tilde{F}_{1V}^{Z/\gamma}$ と $\tilde{F}_{2V}^{Z/\gamma}$ の間には、相関係数 0.6 程度の相関が見られ、これらは同時測定によって正確に測定精度を見積る必要がある。

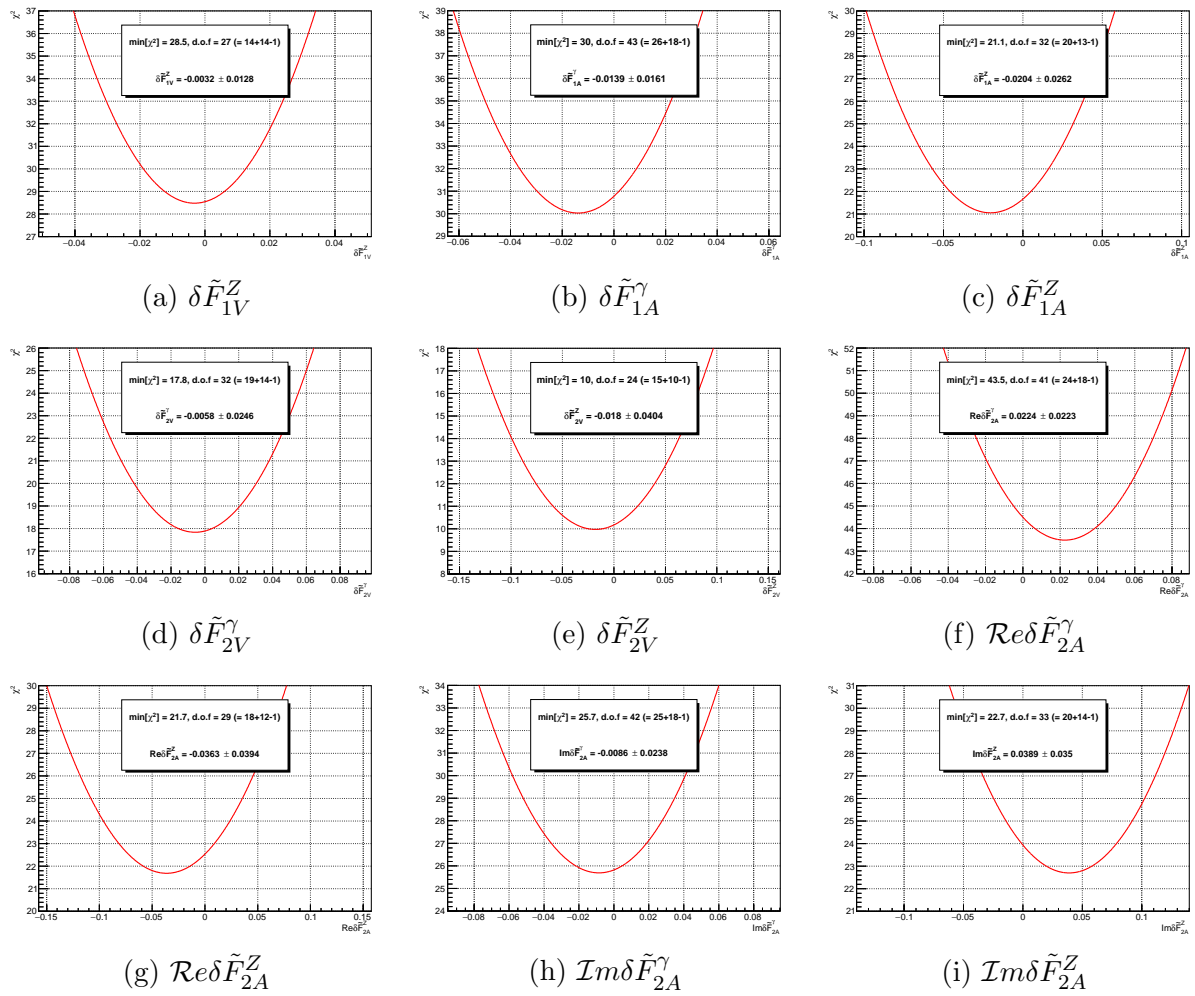


図 13.5: χ^2 関数のプロット

13.4 考察

13.4.1 統計誤差

先行研究 [40][41] における測定精度との比較を行う。先行研究では式 (2.41) の表記を用いているので、 $F^{Z/\gamma}$ についての測定を再度行った。ここでは得られた統計誤差のみを示す (詳細は第 A 章)。本研究と先行研究のそれぞれにおける統計誤差を表 13.3 と表 13.4 に示す。先行研究 [40] の結果は、 $F_{1V}^\gamma, F_{1V}^Z, F_{1A}^Z$ の同時測定、 F_{2V}^γ, F_{2V}^Z の同時測定のものである。本研究の結果はそれぞれを独立に測定した結果であるが、これらの形状因子の間には強い相関はないため (詳細は第 A 章)、同時測定の場合にも同程度の統計誤差が得られるものとして比較を行う。また $\text{Re}F_{2A}^{Z/\gamma}, \text{Im}F_{2A}^{Z/\gamma}$ については、先行研究も本研究も独立に測定を行った結果である。

形状因子	標準模型での値	ILC[40]	ILC
	tree-level	L = 500 fb ⁻¹ semi-leptonic	L = 500 fb ⁻¹ 本研究
F_{1V}^γ	2/3	±0.002	±0.0071
F_{1V}^Z	0.230	±0.003	±0.0128
F_{1A}^γ	0	-	±0.0162
F_{1A}^Z	-0.595	±0.007	±0.0262
F_{2V}^γ	0	±0.001	±0.0058
F_{2V}^Z	0	±0.002	±0.0102

表 13.3: $F_{1V}^{Z/\gamma}, F_{1A}^{Z/\gamma}, F_{2V}^{Z/\gamma}$ についての統計誤差の比較:ただし先行研究は $F_{1V}^\gamma, F_{1V}^Z, F_{1A}^Z$ の同時測定、 F_{2V}^γ, F_{2V}^Z の同時測定の結果である。

形状因子	標準模型での値	ILC[41]	ILC
	tree-level	L = 500 fb ⁻¹ semi-leptonic	L = 500 fb ⁻¹ 本研究
$\text{Re}F_{2A}^\gamma$	0	±0.005	±0.0238
$\text{Re}F_{2A}^Z$	0	±0.007	±0.0351
$\text{Im}F_{2A}^\gamma$	0	±0.006	±0.0223
$\text{Im}F_{2A}^Z$	0	±0.010	±0.0394

表 13.4: $\text{Re}F_{2A}^{Z/\gamma}, \text{Im}F_{2A}^{Z/\gamma}$ についての統計誤差の比較

semi-leptonic 終状態を用いた解析結果に比べて、およそ 3-5 倍程度統計誤差が大きい。ここで semi-leptonic 終状態での信号事象数と、本研究での信号事象数の比を見積もる。

$$\frac{N_{\text{semi-leptonic}}}{N_{bb\mu\nu}} \simeq \frac{\frac{6}{9} \times \frac{2}{9} \times 2}{\frac{1}{9} \times \frac{1}{9}} = 24 \quad (13.26)$$

ここで、 W 粒子の崩壊分岐比が tb 以外のフェルミオン対で等しく、 τ は再構成が困難であり信号事象に含まないとした。事象数の比による統計誤差の比はおよそ 4.9 倍である。よって統計誤差が大きくなる原因は、主に事象数が少ないことであるとわかる。また、イベント数の比による効果

に比べて統計誤差の比が低く抑えられているものもあり、本研究の内在的な測定精度が先行研究に比べて同程度以上であるといえる。

本研究は解析手法の開発が主な目的であったため、信号事象として di-leptonic 終状態のうち最も再構成の精度が高い $bb\mu\mu\nu\nu$ 終状態のみを用いた。このほか $bb\mu e\nu\nu$, $bbe\mu\nu\nu$, $bbee\nu\nu$ 終状態については再構成の精度は低くなるものの、同様に事象再構成が可能である。したがっておよそ 2 倍の統計精度の改善が期待できる。また、統計量が増えることでビン内のイベント数の確保が容易になるため、多変数の同時測定による精度評価を行いやすくなる。

13.4.2 系統誤差

前節で議論したように統計誤差が数パーセントレベルであり、系統誤差はこれと同等かそれ以下であることが望ましい。本論文では統計誤差の要因を列挙し、それぞれの大きさを見積もる。

- 積分ルミノシティ: ILC における積分ルミノシティの誤差は 0.1% に抑えられる [51]。各ビンについての統計誤差はビン内のイベント数の平方根であたえられるため、統計誤差が 0.1% になるのはビン内のイベントが 10^6 程度のときである。よって積分ルミノシティの統計誤差は統計誤差に比べて十分無視できる。
- ビーム偏極: W 粒子対生成の研究 [52] から、電子ビーム偏極の誤差は 0.1%、陽電子ビーム偏極の誤差は 0.35% であると導かれている。これをそれぞれのビーム偏極における断面積の誤差に変換すると、左巻き偏極の場合は 0.25%、右巻き偏極の場合は 0.18% であり、統計誤差に比べて十分無視できる。
- 再構成過程での効果: b-tag や q_{\min} の値によるカットによるアクセプタンスの歪みや、 μ と b ジェットの組み合わせの間違いの効果は系統誤差を生じる可能性がある。しかし本手法はフルシミュレーションサンプルから生成した分布との比較を行う疑似的なテンプレート法に基づいており、これらの効果は吸収でき系統誤差は無視できる。
- ISR/Beamstrahlung: これらの効果も同様に吸収でき、系統誤差の要因にはなりえない。ただしこれらの効果を適切に評価することが出来れば、Matrix element 法を使用することが可能となるため、将来的にはより詳細な研究が望まれる。
- Single top production: Single top production 過程による事象はトップクォーク対生成過程とのクリーンな分離が難しい。本研究では式 (13.14) の条件で選別を行ったが、将来的には $e^-e^+ \rightarrow W^+bW^-\bar{b}$ 過程を inclusive に解析することが求められる。一方で実際にテンプレートサンプルを作成するテンプレート法ではこれらの効果を吸収できるため、十分な統計量を用いることが出来れば系統誤差は生じない。
- 理論誤差: 本研究は tree-level のサンプルを用いたが、より高次の項によって断面積や角度分布に統計誤差以上の影響があることが知られている [40][9]。これらの効果もテンプレート法では吸収できるが、そのためには高次の項を含んだフルシミュレーションサンプルを生成する必要があり、これは今後の課題である。
- 新物理由来の背景事象: 本研究は標準模型における背景事象については全て考慮したが、新物理が存在する場合には新たな背景事象が生じる可能性がある。これらを考慮するためには、さまざまなモデルを考慮して事象生成を行う必要があるが、測定精度への影響を少なく取り入れることが可能であると期待される。

これらをまとめると、上記の効果による系統誤差は統計誤差に比べて十分小さく抑えられるといえる。理論誤差や ISR/Beamstrahlung については、今後より詳細な研究が望まれるが、本論文で開発した手法はこれらを考慮した場合でも適用することが可能であると期待できる。

第14章 まとめ

14.1 まとめ

標準模型が持つ課題の一つが、電弱対称性の破れに対する自然な説明を持たないことである。この課題を解決するために標準模型を超える新物理模型が数多く提唱されている。ILC等のエネルギーフロンティア実験にとって、新物理の寄与を発見し模型の同定を行うことは最も重要な目的の一つである。トップクォークは標準模型で最も質量が大きく、その質量は電弱対称性破れのスケールにある。こうした理由からトップクォークはILCにおける新物理探索の重要なプローブである。特にトップクォークとゲージ粒子との結合定数は、新物理模型の有力な候補である複合模型等において、標準模型の値から典型的に10%程度ずれることが予言されており、模型の同定における重要な物理量である。

本研究はILCの重心系エネルギー $\sqrt{s} = 500$ GeVにおけるトップクォーク対生成過程を用いた、トップクォークとゲージ粒子 Z/γ との結合についての研究である。また本研究は2012年に発表されたDBD、および2013年に発表されたTDRに基づくILD検出器のフルシミュレーション解析である。

信号事象として semi-leptonic decay 過程 ($e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^- \rightarrow bq\bar{q}bl\nu$) を用いた先行研究が行われている。この研究は、トップクォークの前後非対称度と全断面積の二種類の観測量を用いて $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合の測定を行ったものであるが、トップクォーク対の崩壊過程を考慮するとより多くの観測量が存在する。これはトップクォークの崩壊幅が大きく寿命が短いために、ハドロ化する前に崩壊することから、トップクォークの崩壊粒子がトップクォークのスピンの情報を持つためである。そこで本研究では、全ての観測量を用いてより高い測定精度を得るための手法開発を行った。

本研究では信号事象として、di-leptonic decay 過程 ($e^-e^+ \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+\bar{b}W^- \rightarrow bl^+\nu\bar{b}l^-\bar{\nu}$) のうち、 $l^+ = \mu^+, l^- = \mu^-$ である過程を用いた。この過程は荷電レプトンの電荷情報によって、その他の過程に比べて豊富な観測量が得られる。将来的には全ての過程を用いた場合の測定精度を求めることが期待されるが、本研究では手法の開発を目的とし、再構成の精度が最も高い本過程を採用した。

初めに信号事象の再構成手法の開発を行った。本終状態は二つのニュートリノを含むため、検出器情報のみでは事象を再構成することが出来ない。そこでILCの利点である電子陽電子衝突による明確な始状態を利用し、力学的な制限を課すことで再構成を行うことを目指した。 b ジェットの電荷が測定できないことによる不定性によって、一部の事象については正しく再構成を行うことができないことが示されたため、本研究では再構成の精度がよい事象のみを用いて解析を行った。この問題は現在開発されている、 b ジェットの電荷測定手法が確立されることによって改善されると期待できる。

次に再構成された観測量から、 $t\bar{t}Z/\gamma$ 結合に関する形状因子の測定手法の開発を行った。初めに観測量として得られる9つの角度分布を同時に用いることができる Matrix Element 法を採用し、形状因子の測定を行い適合度の検定を行った。その結果、背景事象等の効果によって適合度が悪

く、手法の改善が必要であることが示唆された。そこで改善手法として疑似的なテンプレート法を利用した Binned likelihood 法を採用し、この手法によって測定結果が正しく得られることが示された。また、積分ルミノシティ 500fb^{-1} 、ビーム偏極 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ の条件で、形状因子測定における統計誤差の見積もりを行った。結果を表 14.1 にまとめた。

形状因子	\tilde{F}_{1V}^γ	\tilde{F}_{1V}^Z	\tilde{F}_{1A}^γ	\tilde{F}_{1A}^Z	\tilde{F}_{2V}^γ	\tilde{F}_{2V}^Z	$\text{Re}\tilde{F}_{2A}^\gamma$	$\text{Re}\tilde{F}_{2A}^Z$	$\text{Im}\tilde{F}_{2A}^\gamma$	$\text{Im}\tilde{F}_{2A}^Z$
標準モデルでの値	2/3	0.230	0	-0.595	0	0	0	0	0	0
統計誤差	0.0071	0.013	0.016	0.026	0.025	0.040	0.022	0.039	0.024	0.035
相対精度 [%]	1.1%	5.7%	-	4.4%	-	-	-	-	-	-

表 14.1: Binned likelihood 法による形状因子の統計誤差:一段目が形状因子、二段目が標準模型 (tree level) での値、三段目が統計誤差、四段目が二段目と三段目の比から求めた相対精度

本研究で開発した手法によって、事象数の比を考慮すると先行研究と比べて、同程度以上の内在的な精度が得られることがわかった。本研究では di-leptonic decay 過程の一部 ($l^+l^- = \mu^+\mu^-$) のみを用いたが、このほかの過程 ($l^+l^- = \mu^+e^-, e^+\mu^-, e^+e^-$) を用いることで 4 倍の統計量が得られるため、約 2 倍程度の統計誤差の改善が期待できる。また本測定手法における系統誤差は統計誤差に比べて十分小さいため、測定精度は主に統計誤差から与えられる。

14.2 結論

当初 Matrix element 法による測定手法の開発を目指したが、改善の必要性があることがわかり、疑似的なテンプレート法を利用した Binned likelihood 法を採用した。この手法も、di-leptonic decay 過程で求められる角度情報を全て利用したものである。これにより先行研究より多くの観測量を利用することができる高精度の測定手法を開発した。

14.3 今後の展望

本研究では tree level のサンプルを用いて解析を行ったが、実験データから測定を行うためには高次の効果を含んだ、より現実に近いサンプルを作成することが必要である。また本研究では di-leptonic 過程のための研究であったが、semi-leptonic decay 過程と fully hadronic decay 過程についても本研究で開発した手法を応用可能である。全ての過程を用いて ILC における究極の測定精度を見積もることが重要である。

付録A $F_{1V}^{Z/\gamma}$ についての測定

ここでは式 (2.41) の表記に従って、 $F_{1V}^{Z/\gamma}$, $F_{1A}^{Z/\gamma}$, $F_{2V}^{Z/\gamma}$, $F_{2A}^{Z/\gamma}$ の測定を行う。測定には第 13 章で導入した Binned likelihood 法を使用する。シミュレーション条件や事象選択の条件も第 13 章に示したものと同一である。

図 A.1 に、 δF_{1V}^{γ} に対する ω 分布を示す。フィットの結果の分布が、データの分布を再現できていることがわかる。

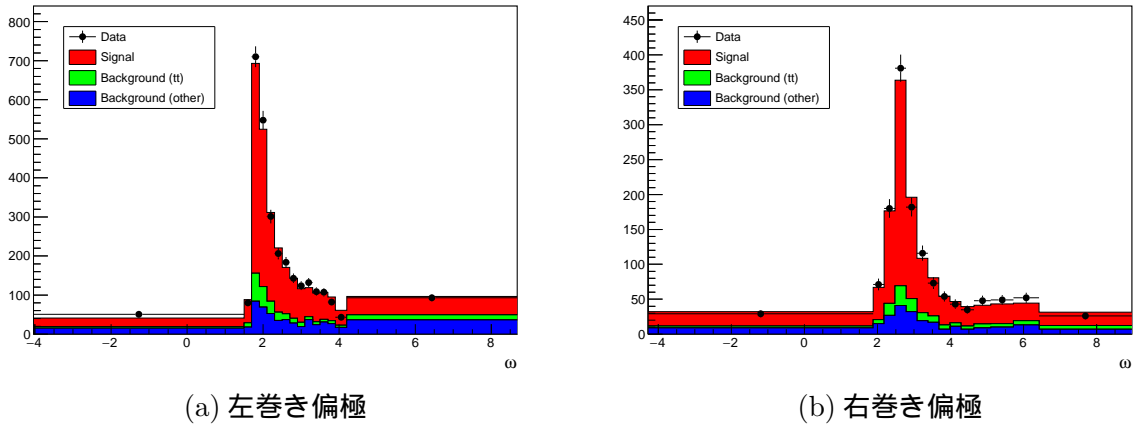


図 A.1: Binned likelihood による解析における δF_{1V}^{γ} についての ω 分布

次に測定結果と、そのときの χ^2 の値から計算される信頼水準の値をあわせて示す。

$$\delta F_{1V,\text{fit}}^Z = +0.0041 \pm 0.0065, (\text{C.L.} = 18.2\%) \quad (\text{A.1})$$

測定値は統計誤差の範囲内で標準模型に一致するものであり、そのときの信頼水準は十分許容されるものである。また図 A.2 に $\chi^2(\delta F_{1V}^{\gamma})$ 関数のプロットを示す。

同様にそのほかの形状因子を一つずつ測定した場合について示す。図 A.3 に左巻き偏極、図 A.4 に右巻き偏極の場合の ω 分布を示す。データの分布を再現出来ていることがわかる。

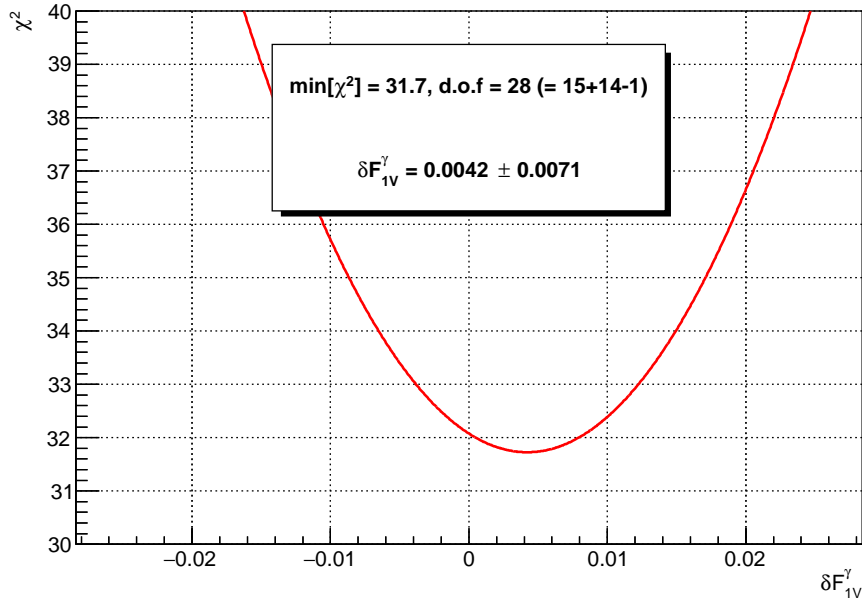


図 A.2: $\chi^2(\delta F_{1V}^\gamma)$ のプロット: χ^2 の最小値が $\min[\chi^2] = 31.7$ で、自由度が 28 である。これより信頼水準が C.L. = 18.2% と求まる

このときの測定結果を以下に示す。また図 A.5 にそれぞれの χ^2 関数のプロットを示す。

$$\delta F_{1V,\text{fit}}^Z = +0.0031 \pm 0.0117, \text{ (C.L. = 19.0\%)} \quad (\text{A.2})$$

$$\delta F_{1A,\text{fit}}^\gamma = +0.0131 \pm 0.0151, \text{ (C.L. = 79.8\%)} \quad (\text{A.3})$$

$$\delta F_{1A,\text{fit}}^Z = +0.0189 \pm 0.0244, \text{ (C.L. = 74.2\%)} \quad (\text{A.4})$$

$$\delta F_{2V,\text{fit}}^\gamma = +0.0040 \pm 0.0053, \text{ (C.L. = 32.8\%)} \quad (\text{A.5})$$

$$\delta F_{2V,\text{fit}}^Z = -0.0006 \pm 0.0093, \text{ (C.L. = 60.2\%)} \quad (\text{A.6})$$

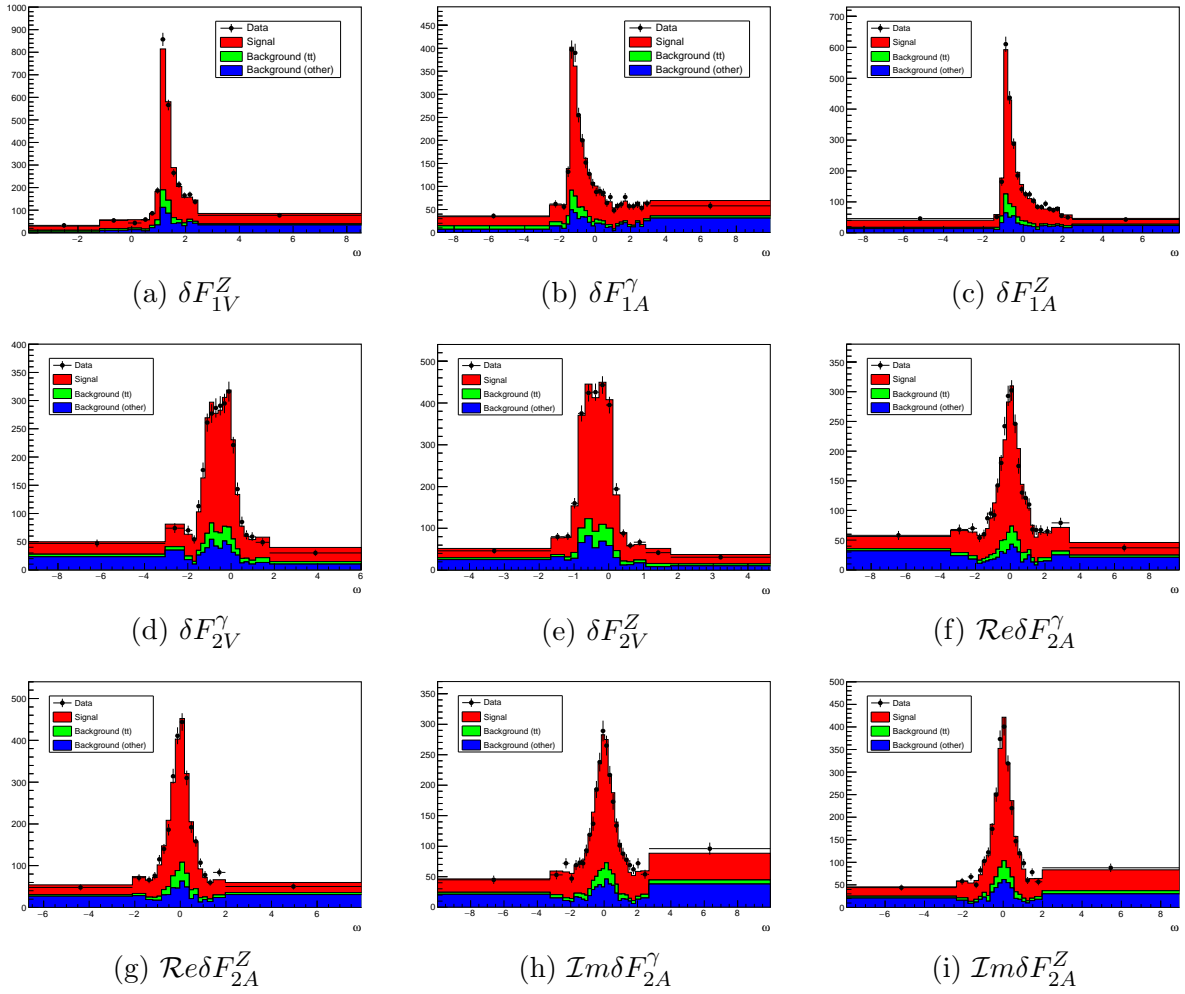
$$\text{Re}\delta F_{2A,\text{fit}}^\gamma = +0.0014 \pm 0.0227, \text{ (C.L. = 70.5\%)} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Re}\delta F_{2A,\text{fit}}^Z = -0.0354 \pm 0.0335, \text{ (C.L. = 93.8\%)} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{Im}\delta F_{2A,\text{fit}}^\gamma = +0.0261 \pm 0.0210, \text{ (C.L. = 67.0\%)} \quad (\text{A.9})$$

$$\text{Im}\delta F_{2A,\text{fit}}^Z = -0.0321 \pm 0.0372, \text{ (C.L. = 85.6\%)} \quad (\text{A.10})$$

また Matrix element 法を用いて、式 (11.2) と同様に各形状因子間の相関係数を評価した。この


 図 A.3: 左巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布

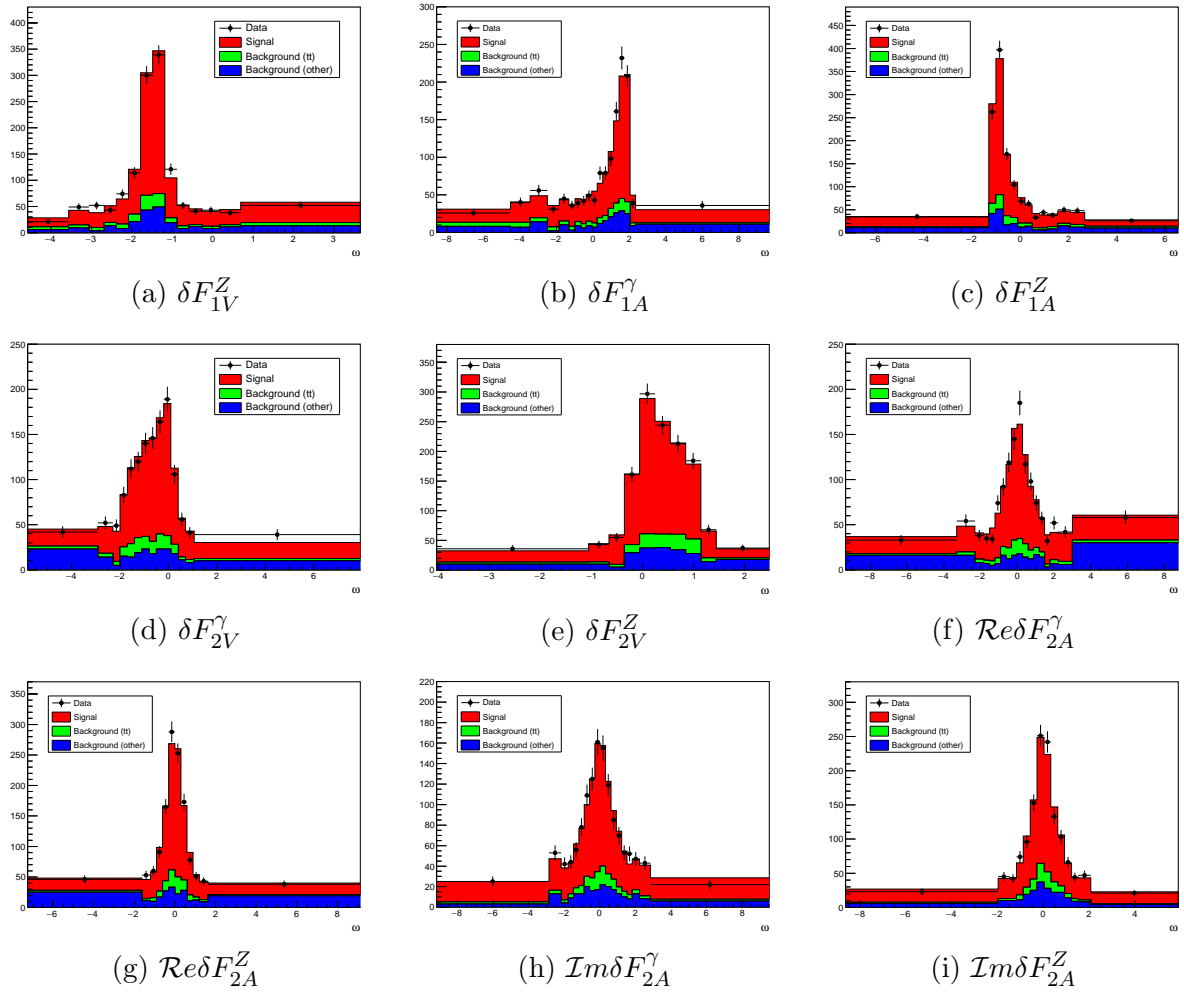
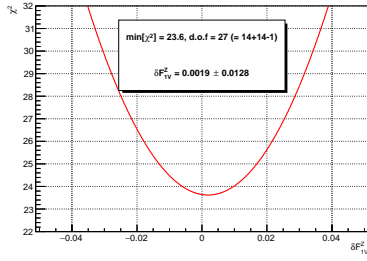
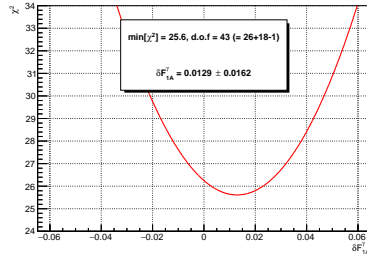


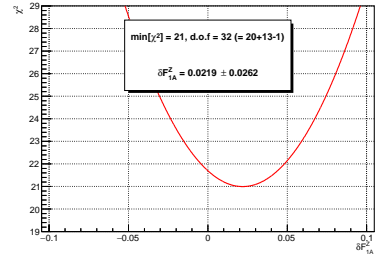
図 A.4: 右巻き偏極の場合の Binned likelihood による解析における ω 分布



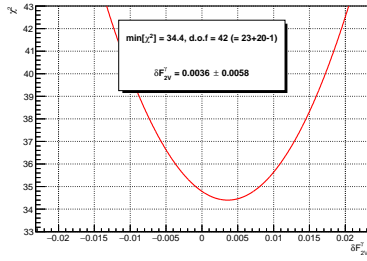
(a) $\delta\tilde{F}_{1V}^Z$



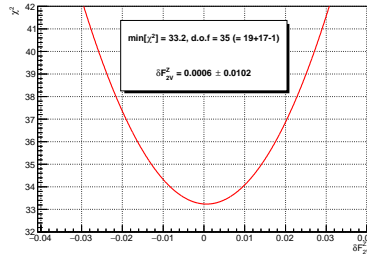
(b) $\delta\tilde{F}_{1A}^\gamma$



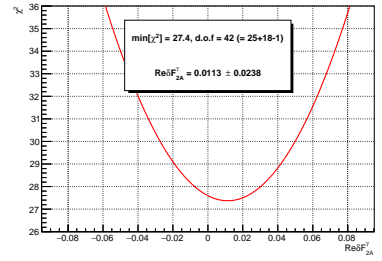
(c) $\delta\tilde{F}_{1A}^Z$



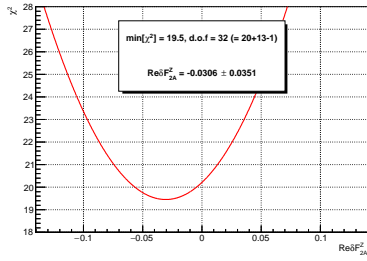
(d) $\delta\tilde{F}_{2V}^\gamma$



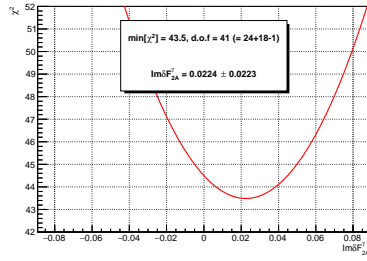
(e) $\delta\tilde{F}_{2V}^Z$



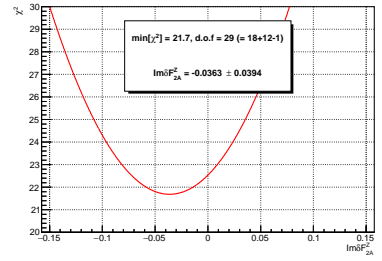
(f) $\text{Re}\delta\tilde{F}_{2A}^\gamma$



(g) $\text{Re}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$



(h) $\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^\gamma$



(i) $\text{Im}\delta\tilde{F}_{2A}^Z$

図 A.5: χ^2 関数のプロット

ときのシミュレーション条件と事象選別の条件は第 11 章に示したものと同じである。

$$V_C = \begin{pmatrix} +1.000 & -0.356 & -0.140 & +0.276 & -0.970 & +0.313 & -0.049 & +0.065 & -0.089 & +0.097 \\ -0.356 & +1.000 & +0.173 & -0.215 & +0.281 & -0.971 & +0.053 & -0.038 & +0.113 & -0.066 \\ -0.140 & +0.173 & +1.000 & -0.273 & +0.113 & -0.133 & +0.038 & -0.045 & +0.051 & -0.009 \\ +0.276 & -0.215 & -0.273 & +1.000 & -0.233 & +0.188 & -0.055 & +0.037 & -0.033 & +0.051 \\ -0.970 & +0.281 & +0.113 & -0.233 & +1.000 & -0.254 & +0.046 & -0.063 & +0.099 & -0.104 \\ +0.313 & -0.971 & -0.133 & +0.188 & -0.254 & +1.000 & -0.047 & +0.040 & -0.120 & +0.085 \\ -0.049 & +0.053 & +0.038 & -0.055 & +0.046 & -0.047 & +1.000 & -0.287 & +0.036 & -0.036 \\ +0.065 & -0.038 & -0.045 & +0.037 & -0.063 & +0.040 & -0.287 & +1.000 & -0.059 & +0.024 \\ -0.089 & +0.113 & +0.051 & -0.033 & +0.099 & -0.120 & +0.036 & -0.059 & +1.000 & -0.229 \\ +0.097 & -0.066 & -0.009 & +0.051 & -0.104 & +0.085 & -0.036 & +0.024 & -0.229 & +1.000 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$F_{1V}^{Z/\gamma}$ と $F_{2V}^{Z/\gamma}$ の間に -0.98 程度の強い相関があることがわかる。またそのほかの値は 0.3 程度であり、強い相関はないことがわかる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、東北大学の素粒子実験研究室だけでなく、LAL や KEK をはじめとした ILC の物理解析グループの皆様の協力をいただきました。大変感謝しております。

指導教官の山本先生には研究テーマを頂き、海外研修や国際会議への参加などの貴重な経験をさせていただきました。お忙しい中で研究の進捗を管理していただき、数多くの助言を頂きました。石川先生には研究の助言のほか、学会発表のスライドや学振書類の添削にも時間を割いていただきました。伝わりやすくするための的確なアドバイスをしていただき、不安を少なくして発表に臨むことができました。与那嶺先生には修論の締め切りの間近で不安な時期に、研究について相談に乗っていただいたりアドバイスを頂いたりと非常にお世話になりました。佐貫先生と長嶺先生にはセミナーを通じて、物理や検出器についての基礎を教えていただきました。小林さんには出張の度に資料を作っていただくなど、研究に集中するためにお力添えを頂きました。素粒子実験研究室のスタッフの皆様、本当にありがとうございました。

LAL の Francois Le Diberde 先生には海外研修の指導教官として、LAL 滞在中だけでなく帰国後もメールで数多くご指導いただきました。解析のコードなども Francois 先生のを参考にさせていただき、困ったことがある度に深い知見からの的確なアドバイスを頂きました。洪先生には理論家の視点からコメントを頂いたり、英語の拙い私に助け舟を出していただいたりと大変お世話になりました。お二人には LAL 滞在中の生活のサポートの面でもお世話になりました。辛いことを乗り越えられたのも、お二人の協力があったおかげです。心から感謝申し上げます。Roman 先生をはじめ LAL のスタッフや学生の方々と昼食に行く時間は、滞在中の心休まる時間でした。貴重な体験をさせていただきありがとうございました。

KEK の藤井先生には海外研修の機会を頂くとともに、解析について数多くのアドバイスを頂きました。研究終盤での行き詰まりを解決できたのも、藤井先生が時間を割いて丁寧に教えていただいたおかげでした。東京大学の Junping さんには、研究を始めるためのチュートリアルに丸一日お時間を頂き、ソフトウェアの使い方や ILD の仕組みについて丁寧にご指導いただきました。その後もイベントサンプルの作成やミーティングでのアドバイスでも大変お世話になりました。ILC の物理解析ミーティングではメンバーの皆様から毎回の的確なコメントをしていただき、研究を進めていく上で非常に助けになりました。解析グループの皆様、ありがとうございました。

先生方だけでなく、これまで出会った多くの方の支えで研究を行うことが出来ました。研究室の先輩方にはまったくの初心者であった私にプログラミングを基礎から教えていただき、初歩的な物理の質問をしても丁寧に答えていただきました。特に堀口さんは修士での研究の内容が近いこともあって、幾度も相談に乗っていただき研究を進める上で非常に参考になりました。また、研究室の皆様と、研究に関する話だけでなくコーヒーを飲んだり雑談したりする時間があってこそ息切れすることなく続けられたのだと思っています。勉強会や学会で会った学生の皆様との交流の中で他実験への理解を深めることが出来ました。またそれぞれが頑張っている様子から刺激を得て、研究へのモチベーションへと繋がっていました。ありがとうございました。

研究以外の面から支えてくださった皆様にも感謝申し上げます。研究だけでなく、楽しい日々を送ることが出来ました。本当にありがとうございました。

最後にこれまで研究を続けてきたこと、博士課程に進学することにご理解をいただき、応援していただいた家族に心から感謝申し上げます。ありがとうございました。

参考文献

- [1] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys. Lett. B* **716**, 1 (2012) doi:10.1016/j.physletb.2012.08.020 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [2] CEPC-SPPC Study Group, “CEPC-SPPC Preliminary Conceptual Design Report. 1. Physics and Detector,” IHEP-CEPC-DR-2015-01, IHEP-TH-2015-01, IHEP-EP-2015-01.
- [3] FCC web site. <http://cern.ch/fcc>
- [4] T. Behnke *et al.*, “ILC TDR and DBD,” ILC-Report-2013-040. <http://www.linearcollider.org/ILC/Publications/Technical-Design-Report>
- [5] ICFA Statement on the ILC Operating at 250 GeV as a Higgs Boson Factory. <http://icfa.fnal.gov/statements/>
- [6] F. Richard, “Present and future constraints on top EW couplings,” arXiv:1403.2893 [hep-ph].
- [7] W. Bernreuther, T. Schroder and T. N. Pham, “CP violating dipole form-factors in $e^+e^- \rightarrow \bar{t}t$,” *Phys. Lett. B* **279**, 389 (1992). doi:10.1016/0370-2693(92)90410-6
- [8] K. Kondo, “Dynamical Likelihood Method for Reconstruction of Events With Missing Momentum. 1: Method and Toy Models,” *J. Phys. Soc. Jap.* **57**, 4126 (1988). doi:10.1143/JPSJ.57.4126
- [9] P. H. Khien, E. Kou, Y. Kurihara and F. Le Diberder, “Probing New Physics using top quark polarization in the $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ process at future Linear Colliders,” arXiv:1503.04247 [hep-ph].
- [10] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], “Review of Particle Physics,” *Chin. Phys. C* **40**, no. 10, 100001 (2016). doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001
- [11] S. L. Glashow, “Partial Symmetries of Weak Interactions,” *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961). doi:10.1016/0029-5582(61)90469-2
- [12] S. Weinberg, “A Model of Leptons,” *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967). doi:10.1103/PhysRevLett.19.1264
- [13] A. Salam and J. C. Ward, “Weak and electromagnetic interactions,” *Nuovo Cim.* **11**, 568 (1959). doi:10.1007/BF02726525
- [14] F. J. Hasert *et al.*, “Search for Elastic ν_μ Electron Scattering,” *Phys. Lett.* **46B**, 121 (1973). doi:10.1016/0370-2693(73)90494-2

- [15] G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], “Experimental Observation of Isolated Large Transverse Energy Electrons with Associated Missing Energy at $s^{1/2} = 540\text{-GeV}$,” *Phys. Lett.* **122B**, 103 (1983). doi:10.1016/0370-2693(83)91177-2
- [16] G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], “Experimental Observation of Lepton Pairs of Invariant Mass Around $95\text{-GeV}/c^2$ at the CERN SPS Collider,” *Phys. Lett.* **126B**, 398 (1983). doi:10.1016/0370-2693(83)90188-0
- [17] M. Banner *et al.* [UA2 Collaboration], “Observation of Single Isolated Electrons of High Transverse Momentum in Events with Missing Transverse Energy at the CERN anti-p p Collider,” *Phys. Lett.* **122B**, 476 (1983). doi:10.1016/0370-2693(83)91605-2
- [18] P. Bagnaia *et al.* [UA2 Collaboration], “Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+ e^-$ at the CERN anti-p p Collider,” *Phys. Lett.* **129B**, 130 (1983). doi:10.1016/0370-2693(83)90744-X
- [19] D. J. Gross and F. Wilczek, “Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories,” *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1343 (1973). doi:10.1103/PhysRevLett.30.1343
- [20] J. Goldstone, A. Salam and S. Weinberg, “Broken Symmetries,” *Phys. Rev.* **127**, 965 (1962). doi:10.1103/PhysRev.127.965
- [21] Y. Nambu, “Quasiparticles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity,” *Phys. Rev.* **117**, 648 (1960). doi:10.1103/PhysRev.117.648
- [22] P. W. Higgs, “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons,” *Phys. Rev. Lett.* **13**, 508 (1964). doi:10.1103/PhysRevLett.13.508
- [23] M. L. Perl *et al.*, “Evidence for Anomalous Lepton Production in $e^+ e^-$ Annihilation,” *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1489 (1975). doi:10.1103/PhysRevLett.35.1489
- [24] S. W. Herb *et al.*, “Observation of a Dimuon Resonance at 9.5-GeV in 400-GeV Proton-Nucleus Collisions,” *Phys. Rev. Lett.* **39**, 252 (1977). doi:10.1103/PhysRevLett.39.252
- [25] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], “Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions,” *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2626 (1995) doi:10.1103/PhysRevLett.74.2626 [hep-ex/9503002].
- [26] S. Abachi *et al.* [D0 Collaboration], “Observation of the top quark,” *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2632 (1995) doi:10.1103/PhysRevLett.74.2632 [hep-ex/9503003].
- [27] M. Kobayashi and T. Maskawa, “CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction,” *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (1973). doi:10.1143/PTP.49.652
- [28] N. Cabibbo, “Unitary Symmetry and Leptonic Decays,” *Phys. Rev. Lett.* **10**, 531 (1963). doi:10.1103/PhysRevLett.10.531
- [29] G. L. Kane, G. A. Ladinsky and C. P. Yuan, “Using the Top Quark for Testing Standard Model Polarization and CP Predictions,” *Phys. Rev. D* **45**, 124 (1992). doi:10.1103/PhysRevD.45.124
- [30] 国際リニアコライダー (ILC) に関する有識者会議, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shinkou/038/index.htm

- [31] M. A. Thomson, “Particle Flow Calorimetry and the PandoraPFA Algorithm,” Nucl. Instrum. Meth. A **611**, 25 (2009) doi:10.1016/j.nima.2009.09.009 [arXiv:0907.3577 [physics.ins-det]].
- [32] W. Kilian, T. Ohl and J. Reuter, “WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC,” Eur. Phys. J. C **71**, 1742 (2011) doi:10.1140/epjc/s10052-011-1742-y [arXiv:0708.4233 [hep-ph]].
- [33] M. Moretti, T. Ohl and J. Reuter, “O’Mega: An Optimizing matrix element generator,” hep-ph/0102195.
- [34] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Z. Skands, “PYTHIA 6.4 Physics and Manual,” JHEP **0605**, 026 (2006) doi:10.1088/1126-6708/2006/05/026 [hep-ph/0603175].
- [35] M. Kuroda, “Complete Lagrangian of MSSM,” hep-ph/9902340.
- [36] M. Schmaltz, “The Simplest little Higgs,” JHEP **0408**, 056 (2004) doi:10.1088/1126-6708/2004/08/056 [hep-ph/0407143].
- [37] P. Mora de Freitas and H. Videau, “Detector simulation with MOKKA / GEANT4: Present and future,” LC-TOOL-2003-010.
- [38] F. Gaede, “Marlin and LCCD: Software tools for the ILC,” Nucl. Instrum. Meth. A **559**, 177 (2006). doi:10.1016/j.nima.2005.11.138
- [39] F. Gaede, T. Behnke, N. Graf and T. Johnson, “LCIO: A Persistency framework for linear collider simulation studies,” eConf C **0303241**, TUKT001 (2003) [physics/0306114].
- [40] M. S. Amjad *et al.*, “A precise characterisation of the top quark electro-weak vertices at the ILC,” Eur. Phys. J. C **75**, no. 10, 512 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3746-5 [arXiv:1505.06020 [hep-ex]].
- [41] W. Bernreuther, L. Chen, I. Garca, M. Perell, Poeschl R., F. Richard, E. Ros and M. Vos, “CP-violating top quark couplings at future linear e^+e^- colliders,” arXiv:1710.06737 [hep-ex].
- [42] J. Fuster, I. Garca, P. Gomis, M. Perell, E. Ros and M. Vos, “Study of single top production at high energy electron positron colliders,” Eur. Phys. J. C **75**, 223 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3453-2 [arXiv:1411.2355 [hep-ex]].
- [43] R. Brun and F. Rademakers, “ROOT: An object oriented data analysis framework,” Nucl. Instrum. Meth. A **389**, 81 (1997). doi:10.1016/S0168-9002(97)00048-X
- [44] A. Hocker *et al.*, “TMVA - Toolkit for Multivariate Data Analysis,” PoS ACAT , 040 (2007) [physics/0703039 [PHYSICS]].
- [45] T. Suehara and T. Tanabe, “LCFIPlus: A Framework for Jet Analysis in Linear Collider Studies,” Nucl. Instrum. Meth. A **808**, 109 (2016) doi:10.1016/j.nima.2015.11.054 [arXiv:1506.08371 [physics.ins-det]].

- [46] D. Bailey *et al.* [LCFI Collaboration], “The LCFIVertex package: vertexing, flavour tagging and vertex charge reconstruction with an ILC vertex detector,” Nucl. Instrum. Meth. A **610**, 573 (2009) doi:10.1016/j.nima.2009.08.059 [arXiv:0908.3019 [physics.ins-det]].
- [47] W. J. Stirling, “Hard QCD working group: Theory summary,” J. Phys. G **17**, 1567 (1991). doi:10.1088/0954-3899/17/10/014
- [48] S. Catani, Y. L. Dokshitzer, M. H. Seymour and B. R. Webber, “Longitudinally invariant K_t clustering algorithms for hadron hadron collisions,” Nucl. Phys. B **406**, 187 (1993). doi:10.1016/0550-3213(93)90166-M
- [49] T. Skwarnicki, “A study of the radiative CASCADE transitions between the Upsilon-Prime and Upsilon resonances,” DESY-F31-86-02, DESY-F-31-86-02.
- [50] A. Juste *et al.*, “Report of the 2005 Snowmass top/QCD working group,” eConf C **0508141**, PLEN0043 (2005) [hep-ph/0601112].
- [51] C. Rimbault, P. Bambade, K. Monig and D. Schulte, “Impact of beam-beam effects on precision luminosity measurements at the ILC,” JINST **2**, P09001 (2007). doi:10.1088/1748-0221/2/09/P09001
- [52] A. Rosca, “Measurement of the beam polarization at the ILC using $e + e^- \rightarrow W + W^- + qq$ data,”