$B^0 \to K_s\, J/\psi$を用いた$\sin 2\varphi_1$の測定

東北大M1　　小野 善将

目次

1. $sin2\varphi_1$って何？

2. $sin2\varphi_1$を物理で書く。

3. $B^0 \rightarrow K_s\, J/\psi$の物理

※間違っているところは指摘してください!!

1. $\sin 2\varphi_1$って何？

◆サハロフの3条件

◆CKM行列

◆ユニタリ三角形と$\sin 2\varphi_1$

サハロフの3条件

- サハロフの3条件：宇宙をつくれる条件

1. バリオン数の非保存
2. 宇宙が非平衡状態
3. CP対称性の破れ

⇒ 宇宙がつくれる

CKM行列

- CKM行列：クォークの変化する割合を表した行列

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + o(\lambda^4)$$

意味

弱い相互作用で

U（アップタイプ）→ D（ダウンタイプ）

となる際にかかる係数、変化割合。

$$\begin{bmatrix} u \\ c \\ t \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix}$$

例えば、V_{us}は

uクォーク→sクォーク　となる割合：$|V_{us}|^2$

特徴

◆ ユニタリ性

$$V_{CKM}^{\dagger} V_{CKM} = 1$$

◆ 複素成分が押し込められている

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

ユニタリ三角形と$\sin 2\varphi_1$

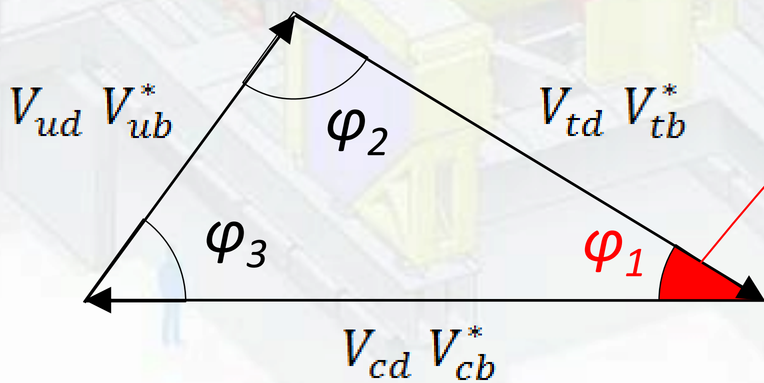
- ユニタリ三角形：CKM行列のユニタリ性から得られる三角形

$$V_{CKM}^{\dagger} V_{CKM} = 1$$

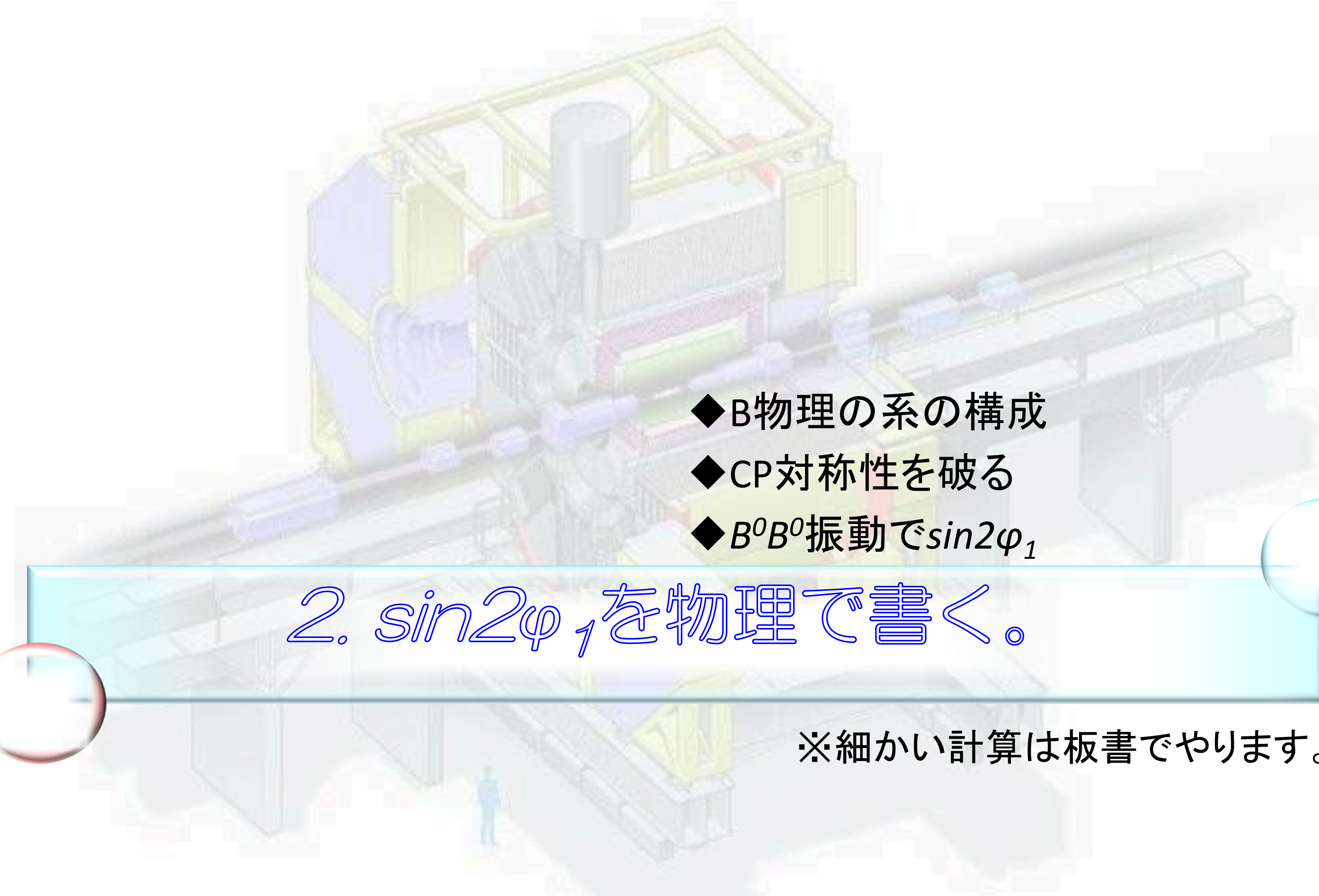
$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

複素成分を持っている2成分を使う。

$$\Rightarrow \quad V_{ud} V_{ub}^{*} + V_{cd} V_{cb}^{*} + V_{td} V_{tb}^{*} = 0$$ ：ユニタリ三角形



この角度を調べます。



◆B物理の系の構成

◆CP対称性を破る

◆B^0B^0振動で$\sin 2\varphi_1$

2. $\sin 2\varphi_1$を物理で書く。

※細かい計算は板書でやります。

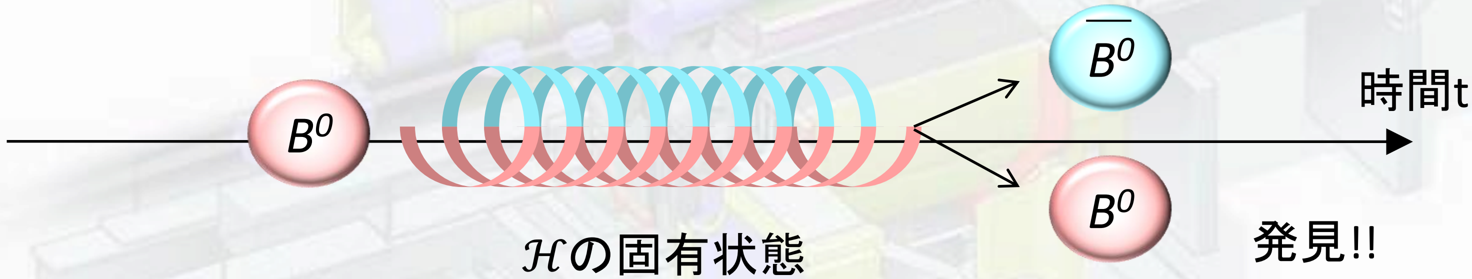
基本設定　1

- <u>まずは、B中間子の物理の土台を作ります。</u>

強い相互作用の固有状態:　$|B^0\rangle, |\overline{B^0}\rangle$

ハミルトニアン$\mathcal{H}$の固有状態: $|\psi(t)\rangle$, $|B_a\rangle$, $|B_b\rangle$

シュレディンガー方程式で運動を記述 ⇨ $\mathcal{H}$の固有状態 $|\psi(t)\rangle$ を設定



$|\psi(t)\rangle = a_1(t)|B^0\rangle + a_2(t)|\overline{B^0}\rangle$　: $B^0\overline{B^0}$の2状態の系

$i\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \mathcal{H}|\psi(t)\rangle$　:シュレディンガー方程式

基本設定　2

- 固有状態に$B^0\overline{B^0}$の遷移確率をからめようとします。

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \mathcal{H}|\psi(t)\rangle \qquad \left[\ |\psi(t)\rangle = a_1(t)|B^0\rangle + a_2(t)|\overline{B^0}\rangle\ \right]$$

$\langle B^0|\times$

$\langle\overline{B^0}|\times$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\langle B^0|\mathcal{H}|B^0\rangle & \langle B^0|\mathcal{H}|\overline{B^0}\rangle\\ \langle\overline{B^0}|\mathcal{H}|B^0\rangle & \langle\overline{B^0}|\mathcal{H}|\overline{B^0}\rangle\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix} \qquad \left(\begin{array}{l}\because \langle B^0|B^0\rangle = \langle\overline{B^0}|\overline{B^0}\rangle = 1\\ \quad\ \langle B^0|\overline{B^0}\rangle = \langle\overline{B^0}|B^0\rangle = 0\end{array}\right)$$

→ $B^0\overline{B^0}$振動を感じます

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi = H\psi$$

遷移確率をパラメータにもつシュレディンガー方程式？ができました。

$$\left(\ \psi \equiv \begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}\langle B^0|\mathcal{H}|B^0\rangle & \langle B^0|\mathcal{H}|\overline{B^0}\rangle\\ \langle\overline{B^0}|\mathcal{H}|B^0\rangle & \langle\overline{B^0}|\mathcal{H}|\overline{B^0}\rangle\end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix}H_{11} & H_{12}\\ H_{21} & H_{22}\end{pmatrix} \equiv H\ \right)$$

CPT不変性 → $H_{11} = H_{22} \equiv H_0$

基本設定　３

- 早速解きましょう。H($\mathcal{H}$)の固有値をλとします。

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(t) = H\psi(t) = \lambda\psi(t)$$

$$\left[\; i\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \mathcal{H}|\psi(t)\rangle = \lambda|\psi(t)\rangle \;\right]$$

⇨ 解: $\psi = e^{-i\lambda t}\psi_0$

λ : 複素数 （∵$H(\mathcal{H})$は反エルミート）

- 解に遷移確率を入れていきます。

⇨ $H\psi_0 = \lambda\psi_0$ 　［ ∵ $H\psi(t) = \lambda\psi(t)$ に解代入 ］ 　$H = \begin{pmatrix} H_0 & H_{12} \\ H_{21} & H_0 \end{pmatrix}$

解 ψ_0 が存在する条件。固有方程式を解くでしたっけ？

$$det(H - \lambda I) = 0$$

⇨ 固有値 : $\lambda = H_0 \pm \sqrt{H_{12}H_{21}}$

固有ベクトル: $\psi_0 = \begin{pmatrix} p \\ \pm q \end{pmatrix}$

$$\left(\frac{q}{p} = \mp\sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}}\right)$$

基本設定　4

- 解 ψ_0に遷移確率が入ってこれたので整理します。

$$\left\{\begin{array}{l} |\psi(t)\rangle = a_1(t)|B^0\rangle + a_2(t)|\overline{B^0}\rangle \\ \psi \equiv \binom{a_1}{a_2} \\ \psi = e^{-i\lambda t}\psi_0 \\ \psi_0 = \binom{p}{\pm q} \\ \lambda = H_0 \pm \sqrt{H_{12}H_{21}} \end{array}\right\}$$

$$\frac{q}{p} = \mp\sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}}$$

⇩

ハミルトニアンの固有状態

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\left(H_0+\sqrt{H_{12}H_{21}}\right)t}\left(p|B^0\rangle + q|\overline{B^0}\rangle\right)$$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\left(H_0-\sqrt{H_{12}H_{21}}\right)t}\left(p|B^0\rangle - q|\overline{B^0}\rangle\right)$$

もう少しきれいに書けば、

$$\left\{\begin{array}{l} |B_a\rangle = p|B^0\rangle + q|\overline{B^0}\rangle \\ |B_b\rangle = p|B^0\rangle - q|\overline{B^0}\rangle \end{array}\right.$$

時間発展

$$\left\{\begin{array}{l} |B_a\rangle \to e^{-i\lambda_a t}|B_a\rangle \\ |B_b\rangle \to e^{-i\lambda_b t}|B_b\rangle \end{array}\right.$$

$$\lambda_{a,b} = m_{a,b} - i\frac{\gamma_{a,b}}{2} \qquad \frac{q}{p} = \mp\sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}}$$

CP対称性を破る　1

- 例えば、CP対称性を破ってみましょう。

CP対称性の破れ

$$CP = \eta_{CP} \xrightarrow{\mathcal{H}\text{（時間発展）}} CP \neq \eta_{CP}$$

CPの固有状態：$|B_+\rangle$, $|B_-\rangle$

直感的にCPが絶対に保存するのはこの条件

$|B_{a,b}\rangle = |B_{+,-}\rangle$　∵時間変化しても状態がそのまま

⇨ $p = q$　$p = -q$

（∵ $|B_a\rangle$ にCPをかけて固有状態にする
$CP|B^0\rangle = -|\overline{B^0}\rangle$　$CP|\overline{B^0}\rangle = -|B^0\rangle$ ）

CP対称性を破れる条件1 ⟶ $|p|^2 - |q|^2 \neq 0$

位相も含めましょう

CP対称性を破る　2

- <u>他にも条件がないでしょうか？</u>

線形結合にして一般化します。

$$|B_+\rangle = c_a|B_a\rangle + c_b|B_b\rangle$$

$$|B_+\rangle \to c_a e^{-i\lambda_a t}|B_a\rangle + c_b e^{-i\lambda_b t}|B_b\rangle$$

CPが保存しているので、係数比が一致するべき

$$\Rightarrow \quad e^{-i(\lambda_a-\lambda_b)t} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_a = \lambda_b \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda_a \neq \lambda_b}$$

まとめれば、

CP対称性を破れる ⟷ $|p|^2 - |q|^2 \neq 0$　$\lambda_a \neq \lambda_b$

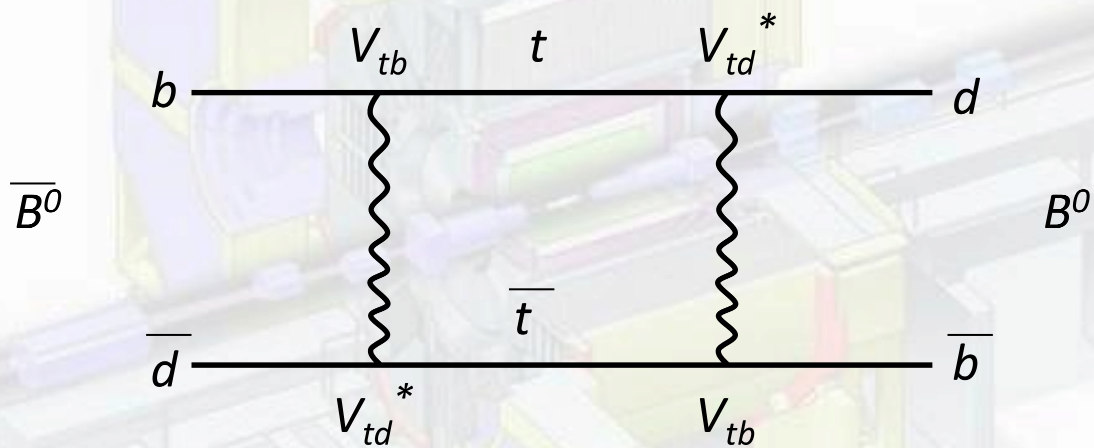
p,qがききそうです。

※CP対称性を破るための必要条件ではありません。

B^0B^0振動　1

- <u>土台ができたのでユニタリ三角形のφ_1に結びつけましょう。</u>

⇨ B^0B^0振動を使います。



ハミルトニアンH_{mix}

$$H_{mix} = (V_{tb}V_{td}^*)^2 h_{b\bar{d}\to\bar{b}d} + (h.c)$$

⇨ $H_{mix} = H_{mix}^\dagger$　　: エルミートなハミルトニアン

エルミートなハミルトニアン 1

- エルミートなハミルトニアン→パラメータをしぼれる $H = \begin{pmatrix} H_0 & H_{12} \\ H_{21} & H_0 \end{pmatrix}$

遷移確率の行列Hを分けます。(エルミートだけ残したい)

$$H = M - i\frac{\Gamma}{2} = \begin{pmatrix} M_0 - i\frac{\Gamma_0}{2} & \mu - i\frac{\gamma}{2} \\ \mu^* - i\frac{\gamma^*}{2} & M_0 - i\frac{\Gamma_0}{2} \end{pmatrix}$$

M: エルミート, $i\frac{\Gamma}{2}$: 反エルミート

$$M = \begin{pmatrix} M_0 & \mu \\ \mu^* & M_0 \end{pmatrix} \qquad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_0 & \gamma \\ \gamma^* & \Gamma_0 \end{pmatrix}$$

パラメータ制限1: $\gamma_a = \gamma_b$

$$\gamma_a - \gamma_b = Im(\lambda_a - \lambda_b) = Im\left(\sqrt{H_{12}H_{21}}\right) = 0$$

$$\Rightarrow Re(H_{12}H_{21}) > 0 \ , Im(H_{12}H_{21}) = 0$$

⇨ $|\mu|^2 - \frac{|\gamma|^2}{4} > 0 \qquad Re(\mu\gamma^*) = 0$

パラメータ制限2: $|p|^2 = |q|^2$

$$\frac{q}{p} = \mp\sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} \Rightarrow |H_{12}|^2 = |H_{21}|^2$$

⇨ $Im(\mu\gamma^*) = 0$

エルミートなハミルトニアン 2

$$\underbrace{Re(\mu\gamma^*) = 0 \qquad Im(\mu\gamma^*) = 0}_{\mu,\ \gamma\text{どっちか}0} \qquad \underbrace{|\mu|^2 - \frac{|\gamma|^2}{4} > 0}_{\mu\text{の方が大きい}} \quad \Rightarrow \quad \gamma = 0$$

$\Rightarrow$ $H = M - i\frac{\Gamma_0}{2}I$ ： $\gamma_a = \gamma_b, |p|^2 = |q|^2$ での遷移確率行列

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(t) = H\psi(t)$$

左辺を使って
ココを消したい

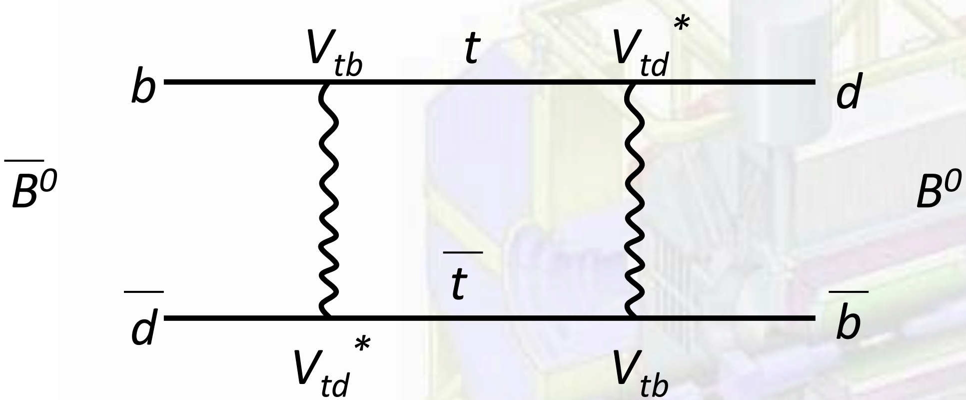
$\psi(t) = e^{-\frac{\Gamma_0}{2}t}\phi(t)$ を代入

$$\Rightarrow \quad i\frac{\partial}{\partial t}\phi(t) = M\phi(t) \qquad M = \begin{pmatrix} M_0 & \mu \\ \mu^* & M_0 \end{pmatrix}$$

- エルミートなハミルトニアンMが完成。

B^0B^0振動　2

- <u>戻ります。ハミルトニアン成分とCKM成分を結びつけます。</u>



$$(V_{tb}V_{td}^{*})^2 \equiv v$$

$$H_{mix} = (V_{tb}V_{td}^{*})^2 h_{b\bar{d}\to\bar{b}d} + (h.c)$$

$$M = \begin{pmatrix} M_0 & \mu \\ \mu^* & M_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle B^0|H_{mix}|B^0\rangle & \langle B^0|H_{mix}|\overline{B^0}\rangle \\ \langle \overline{B^0}|H_{mix}|B^0\rangle & \langle \overline{B^0}|H_{mix}|\overline{B^0}\rangle \end{pmatrix}$$

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}}$$

CKM行列とパラメータ p, q が結びつきそうである。

B^0B^0振動　3

- <u>結びつけます。</u>

$$H_{mix} = v h_{b\bar{d}\to\bar{b}d} + (h.c) \qquad M = \begin{pmatrix} M_0 & \mu \\ \mu^* & M_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle B^0|H_{mix}|B^0\rangle & \langle B^0|H_{mix}|\overline{B^0}\rangle \\ \langle\overline{B^0}|H_{mix}|B^0\rangle & \langle\overline{B^0}|H_{mix}|\overline{B^0}\rangle \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \mu = \langle B^0|H_{mix}|\overline{B^0}\rangle = \langle B^0|v h_{b\bar{d}\to\bar{b}d}|\overline{B^0}\rangle$$

$$= v\underbrace{\langle B^0|(\mathrm{CP})^\dagger}_{\langle\overline{B^0}|}\underbrace{(\mathrm{CP})h_{b\bar{d}\to\bar{b}d}(\mathrm{CP})^\dagger}_{h_{b\bar{d}\to\bar{b}d}{}^\dagger}\underbrace{(\mathrm{CP})|\overline{B^0}\rangle}_{|B^0\rangle}$$

$$= \frac{v}{v^*}\langle\overline{B^0}|\underbrace{v^* h_{b\bar{d}\to\bar{b}d}{}^\dagger}_{H_{mix}{}^\dagger = H_{mix}}|B^0\rangle$$

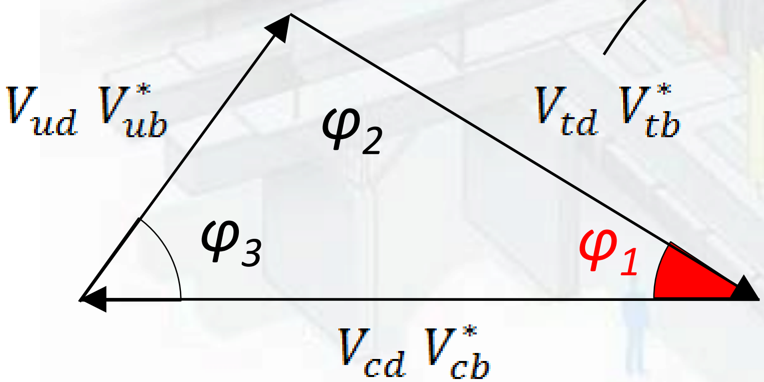
$$= \frac{v}{v^*}\langle\overline{B^0}|H_{mix}|B^0\rangle = \frac{v}{v^*}\mu^*$$

$B^0 B^0$振動　4

- φ_1がパラメータp,qを使って表せます。

$$\frac{\mu}{\mu^*} = \frac{\nu}{\nu^*}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{q}{p} = \mp\sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} = \mp\sqrt{\frac{\mu}{\mu^*}} = \mp\sqrt{\frac{\nu}{\nu^*}} = \mp\frac{V_{tb}{}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}{}^*}$$

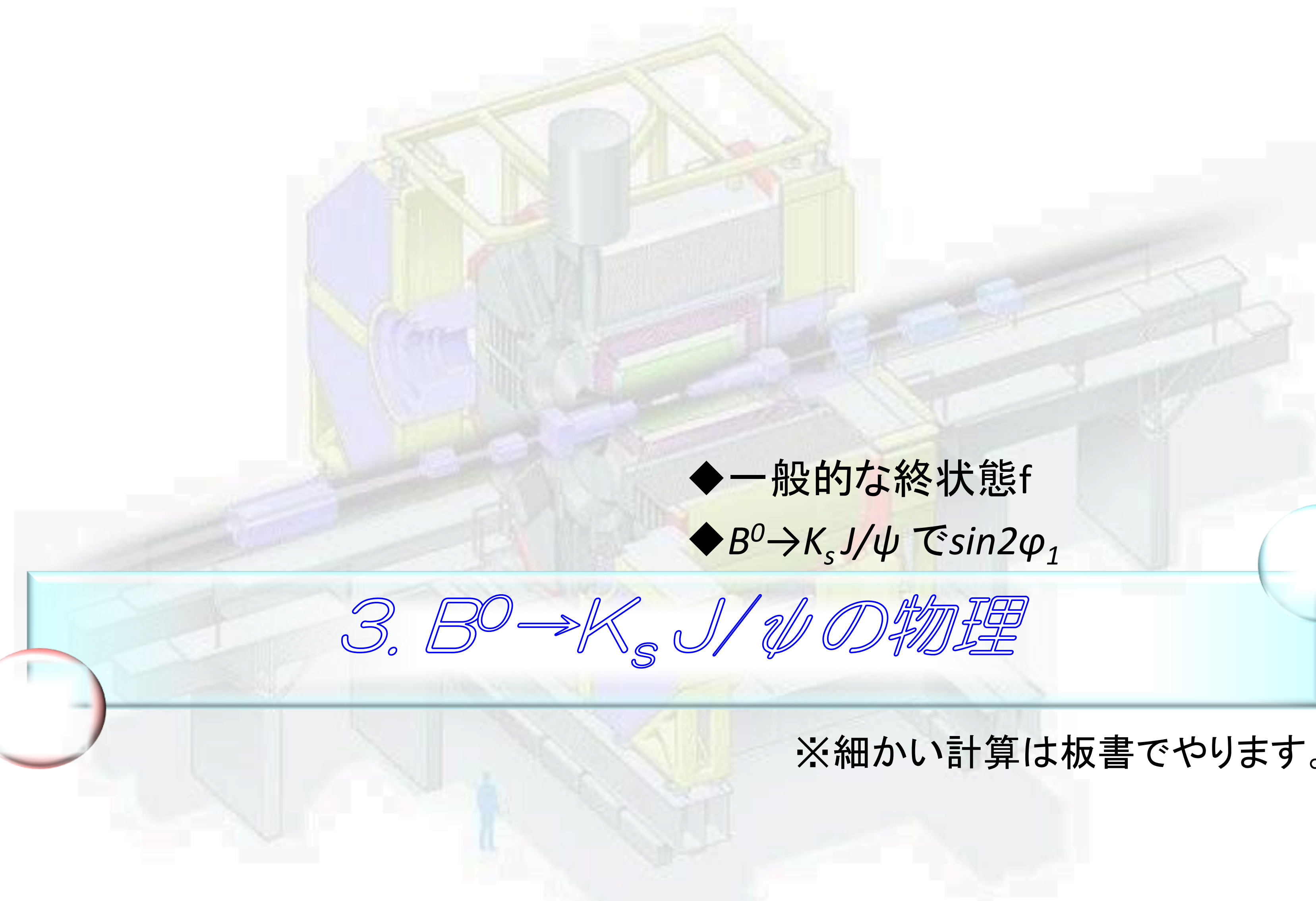


$$\varphi_1 = -arg\,(V_{td})$$

$$\frac{V_{tb}{}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}{}^*} = \frac{V_{td}}{V_{td}{}^*} = e^{-2i\varphi_1}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{q}{p} = \mp e^{-2i\varphi_1} (= -e^{-2i\varphi_1})}$$

φ_1を表せた。



◆一般的な終状態f

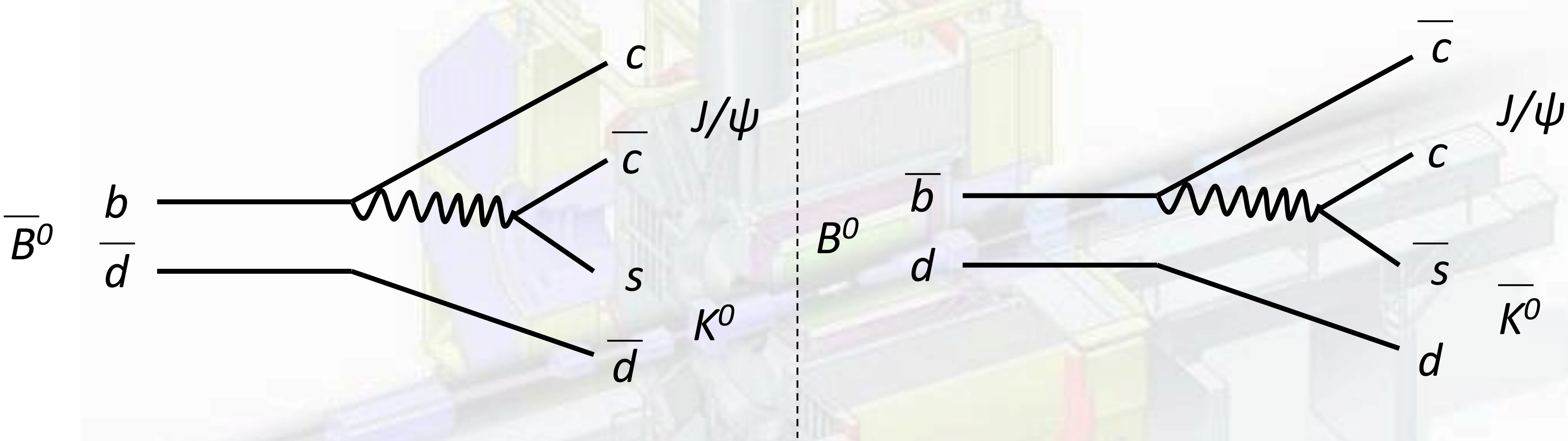
◆$B^0 \to K_s J/\psi$ で$\sin 2\varphi_1$

3. $B^0 \to K_s J/\psi$ の物理

※細かい計算は板書でやります。

$B^0 \to K_s J/\psi$　1

- CPの破れを測りましょう。$B^0 \to K_s J/\psi$のモードを使って…



B^0B^0の崩壊率の比からCP非対称性（粒子・反粒子非対称性）とφ_1を計算します。

まだ、B^0B^0の系しか記述していない。
まずは任意の終状態fへの遷移を考えましょう。

終状態fへの遷移　1

- Pure B^0からの時間発展

初期状態が決まったものに対する非対称度をはかるのでPureな状態から出発する。

出発(pure)　　　　時間発展(mixing)　　　　$e_{a,b} = e^{-i\lambda_{a,b}t}$

$$|B^0\rangle = \frac{1}{2p}(|B_a\rangle + |B_b\rangle) \quad \longrightarrow \frac{1}{2p}(e_a|B_a\rangle + e_b|B_b\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}\left((e_a + e_b)|B^0\rangle + \frac{q}{p}(e_a - e_b)|\overline{B^0}\rangle \right)$$

$$|\overline{B^0}\rangle = \frac{1}{2q}(|B_a\rangle - |B_b\rangle) \quad \longrightarrow \frac{1}{2q}(e_a|B_a\rangle - e_b|B_b\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}\left((e_a + e_b)|\overline{B^0}\rangle + \frac{p}{q}(e_a - e_b)|B^0\rangle \right)$$

時間発展でB^0 B^0に非対称性が出てきました。

終状態fへの遷移　２

- $\gamma_a = \gamma_b$, $\mathcal{H}$の固有状態からの崩壊率が同じ場合

$$|B^0\rangle \to e^{-\frac{\gamma}{2}}\left(|B^0\rangle \cos\frac{\delta m t}{2} - \frac{q}{p}|\overline{B^0}\rangle\, i\, sin\frac{\delta m t}{2}\right)$$

$$\gamma_a = \gamma_b \equiv \gamma$$

（略）

$$|\overline{B^0}\rangle \to e^{-\frac{\gamma}{2}}\left(|\overline{B^0}\rangle \cos\frac{\delta m t}{2} - \frac{p}{q}|B^0\rangle\, i\, sin\frac{\delta m t}{2}\right)$$

$$\delta m \equiv m_a - m_b$$

終状態fへの遷移　３

- <u>終状態への遷移振幅</u>

今の式に終状態 $\langle f|\mathcal{H}_{eff}|$ を左からかければ、

$$A_{B^0\to f}(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(\cos\frac{\delta mt}{2} - \rho\, i\sin\frac{\delta mt}{2}\right)$$

$$A_{\overline{B^0}\to f}(t) = \bar{A}e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(\cos\frac{\delta mt}{2} - \rho^{-1}\, i\sin\frac{\delta mt}{2}\right)$$

この値が非対称に効いてきそうです。

$$\left(\rho \equiv \frac{q\bar{A}}{pA} \qquad A \equiv \langle f|\mathcal{H}_{eff}|B^0\rangle \qquad \bar{A} \equiv \langle f|\mathcal{H}_{eff}|\overline{B^0}\rangle\right)$$

崩壊率は $|p|^2 = |q|^2,\ |A| = |\bar{A}|$ において

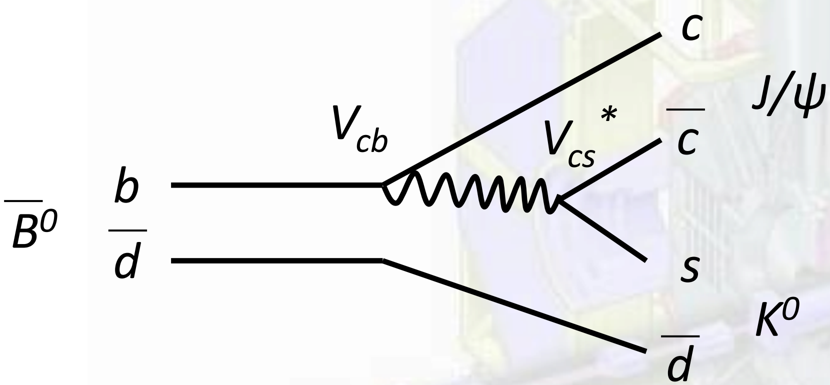
$$\Rightarrow \begin{cases} \Gamma_{B^0\to f}(t) = |A|^2 e^{-\gamma t}\left(1 + Im(\rho)\sin\frac{\delta mt}{2}\right) \\ \Gamma_{\overline{B^0}\to f}(t) = |\bar{A}|^2 e^{-\gamma t}\left(1 + Im(\rho^{-1})\sin\frac{\delta mt}{2}\right) \end{cases}$$

B^0からの崩壊率

B^0からの崩壊率

$B^0 \to K_s J/\psi$　2

- <u>それでは$B^0 \to K_s J/\psi$のモードを見ていきましょう。</u>



$$V_{cb}V_{cs}^{\ *} \equiv v$$

$$\mathcal{H}_{eff} = V_{cb}V_{cs}^{\ *} h_{b\to c\bar{c}s} + (h.c.)$$

$$A = \langle f|\mathcal{H}_{eff}|B^0\rangle \ = \underbrace{\langle f|(CP)^\dagger}_{\eta_{CP}\langle f|}\underbrace{(CP)\mathcal{H}_{eff}(CP)^\dagger}_{\mathcal{H}_{eff}}\underbrace{(CP)|B^0\rangle}_{|\overline{B^0}\rangle}$$

$$= \eta_{CP}\bar{A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\bar{A}}{A} = \eta_{CP}}$$

$B^0 \to K_s J/\psi$ 3

- <u>先ほど計算した崩壊率が計算できそうです。</u>

$$\Gamma_{B^0\to f}(t) = |A|^2 e^{-\gamma t}\left(1 + Im(\rho)\, sin\frac{\delta m t}{2}\right)$$

$$\Gamma_{\overline{B^0}\to f}(t) = |\bar{A}|^2 e^{-\gamma t}\left(1 + Im(\rho^{-1})\, sin\frac{\delta m t}{2}\right)$$

$$\rho = \frac{q\bar{A}}{pA} = -e^{-2i\varphi_1}\eta_{CP}$$

$$\rho^{-1} = -e^{2i\varphi_1}\eta_{CP}$$

崩壊率から非対称性を定義すると

$$Asymmetry = \frac{\Gamma_{\overline{B^0}\to f}(t) - \Gamma_{B^0\to f}(t)}{\Gamma_{\overline{B^0}\to f}(t) + \Gamma_{B^0\to f}(t)} = -\eta_{CP}\, sin2\varphi_1\, sin\delta m t$$

非対称性からφ_1が計算できる!!