軽いダークマター

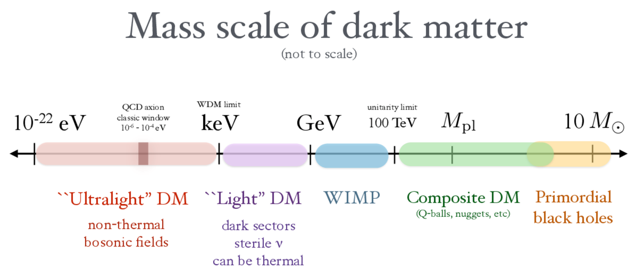
Migdal効果とステライルニュートリノ

東北大学　素粒子実験(加速器)研究室
修士１年　矢野清志朗

1.序論

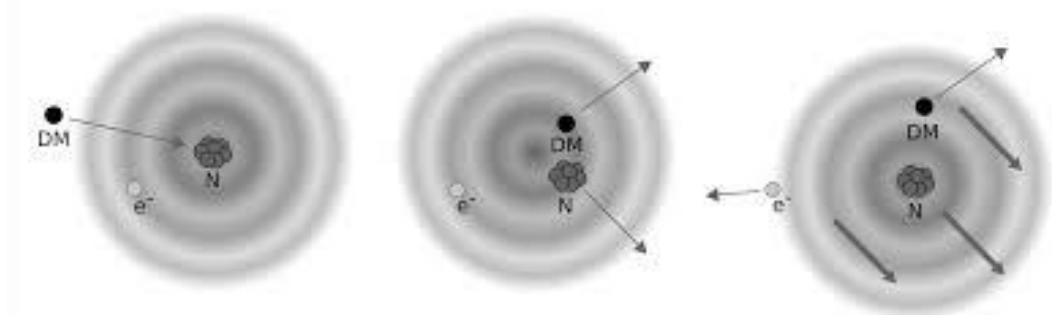
　ダークマターの存在は、大規模スケールでの多くの宇宙論的、天体物理的観測によって圧倒的に支持されている。しかしその性質は、重力相互作用を除いてほぼ一世紀にわたって解明されていない。以降では暗黒物質の候補となり得るWIMPs探索、また、存在するかもしれない未知のニュートリノについて議論していく。

ν_e ν_μ ν_τ　　ν_s?



2.Weakly Interacting Massive Particle

WIMPは、未知の思い素粒子で重力相互作用と弱い相互作用しかしないと考えられているダークマターの候補である。よって、もしダークマターが何らかのかたちで弱い相互作用をするなら、我々の周りの物質と弱い相互作用を通して姿を現すはずである。例えば周囲のWIMPは原子核との散乱を探索することで直接検出することができる。



通常、反跳原子核の周りの電子は原子核の運動に即座に従うと仮定されている。しかし、電子が追いつくまでには少し時間がかかり、電離や励起が起きる。この現象をミグダル効果という。

3.ミグダル効果

ここでは、場の理論におけるダークマターと原子核の相互作用を相互作用ポテンシャルにしてみる。一旦電子雲のことは忘れて原子核を自由に動ける粒子とする。相対論的場の理論では、散乱過程の遷移行列と散乱振幅は

$$T_{FI} = \langle \mathbf{p}_N^F \mathbf{p}_{DM}^F | \mathbf{p}_N^I \mathbf{p}_{DM}^I \rangle = \mathcal{M} \times i(2\pi)^4 \delta^4 (p_N^F + p_{DM}^F - p_N^I - p_{DM}^I) .$$

で与えられる。ここで、ダークマターと原子核の波動関数は

$$\langle \mathbf{p} | \mathbf{p}' \rangle = (2\pi)^3 2p^0 \delta^3 (\mathbf{p}' - \mathbf{p})$$

で規格化される。ここでp^0は粒子の相対論的エネルギーである。
　例として、ディラックダークマターと核子とのスピンに依存しない相互作用

無次元結合定数

$$\mathcal{L} = \sum_{i=p,n} \frac{g_i}{M_*^2} \bar{\psi}_i \psi_i \bar{\psi}_{DM} \psi_{DM}$$

質量パラメータ

を考える。この場合、原子核散乱の二乗散乱振幅は

ダークマターの質量　原子番号

$$|\mathcal{M}|^2 = 16 \frac{m_N^2 m_{DM}^2}{M_*^4} (g_p Z + g_n (A - Z))^2$$

質量数

で与えられる。また、対応断面積は

$$\bar{\sigma}_N \simeq \frac{1}{16\pi} \frac{|\mathcal{M}|^2}{(m_N + m_{DM})^2} \simeq \frac{1}{\pi} \frac{\mu_N^2}{M_*^4} (g_p Z + g_n (A - Z))^2$$

で与えられる。ここで、μ_Nは慣性質量で

$$\mu_N = \frac{m_N m_{DM}}{m_N + m_{DM}}$$

である。量子力学の表現では、この白い箱の中の一番上の式の散乱行列要素は相互作用ポテンシャル、

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_{\rm int} \quad \hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}_N^2}{2m_N} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_{DM}^2}{2m_{DM}} \quad \hat{V}_{\rm int} = \frac{-\mathcal{M}}{4m_N m_{DM}} \delta^3 (\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_{DM})$$

と、初期状態および終状態

$$\psi_I (\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_{DM}) = \sqrt{2m_N}\, e^{i\mathbf{p}_N^I \cdot \mathbf{x}_N} \times \sqrt{2m_{DM}}\, e^{i\mathbf{p}_{DM}^I \cdot \mathbf{x}_{DM}}$$

$$\psi_F (\mathbf{x}_N, \mathbf{x}_{DM}) = \sqrt{2m_N}\, e^{i\mathbf{p}_N^F \cdot \mathbf{x}_N} \times \sqrt{2m_{DM}}\, e^{i\mathbf{p}_{DM}^F \cdot \mathbf{x}_{DM}}$$

によって再現される。

ここでは、相対論的エネルギーを質量で近似した式(左の列の一番下の箱の上から二番目の式)に従って始状態と終状態の波動関数を規格化する。
　もう一つの例として、質量m_ϕを持つ軽いスカラー粒子ϕの交換を通して核子が相互作用することも考えられる。

$$\mathcal{L} = -\sum_{i=p,n} y_i \phi \bar{\psi}_i \psi_i - y_{DM} \phi \bar{\psi}_{DM} \psi_{DM}$$

各スピンに対する孤立核散乱の散乱振幅は非相対論的極限で

$$\mathcal{M}(q_N^2) \simeq y_{DM} (y_p Z + y_n (A - Z)) \frac{4m_{DM} m_N}{m_\phi^2 - t}$$

$$t \simeq -q_N^2 = -(\mathbf{p}_N^F - \mathbf{p}_N^I)^2$$

で与えられる。量子力学の表現では、左下隅の初期状態および終状態の波動関数にポテンシャル項

$$\hat{V}_{\rm int} (\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_{DM}) = -\int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{x}_N - \mathbf{x}_{DM})} \frac{\mathcal{M}(q^2)}{4m_{DM} m_N}$$

を加えることで散乱振幅を再現できる。
　どちらの場合も、実験室系における原子核反跳エネルギーに対する微分断面積は

$$\frac{d\sigma_N}{dE_R} \simeq \frac{1}{32\pi} \frac{m_N}{\mu_N^2 v_{DM}^2} \frac{|F_A(q_N^2)|^2 |\mathcal{M}(q_N^2)|^2}{(m_N + m_{DM})^2} = \frac{1}{2} \frac{m_N}{\mu_N^2 v_{DM}^2} \tilde{\sigma}_N (q_N)$$

である。ここでは数十から数百MeVの運動量移動q_Nに関係する原子核の形状因子を導入する。最後の等式では

$$\tilde{\sigma}_N (q_N) = \frac{1}{16\pi} \frac{|F_A(q_N^2)|^2 |\mathcal{M}(q_N^2)|^2}{(m_N + m_{DM})^2}$$

を定義した。

4.ステライルニュートリノ

ニュートリノのフレーバー混合には、３世代の枠組みでのニュートリノ振動では説明がつかない、あるいは説明が難しい複数の実験データの存在が指摘されている。よって、ここでは一番簡単な枠組みとして、第４の状態としての左巻きのニュートリノν_sを導入し、４つの異なる質量固有値を持つ４つのニュートリノを構成するとする。そうすると、ニュートリノのフレーバー固有状態と質量固有状態の混合は、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \\ \nu_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} & U_{\mu 4} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} & U_{\tau 4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \\ \nu_4 \end{pmatrix}$$

と表せる。これをn種類にし、状態ベクトル空間で書くと、

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^{n} U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \qquad (\alpha = \mathrm{e}, \mu, \tau \cdots)$$

と表すことができる。このことを用いてニュートリノが真空中で時刻 t でのν_αからν_βへの確率振幅を計算すると、

$$a_{\nu_\beta;\nu_\alpha}(t) = \sum_{i=1}^{n} U_{\beta i} e^{-iE_i t} U_{\alpha i}^*$$

である。よって、振動確率は

$$P_{\nu_\beta;\nu_\alpha}(t) = \sum_{i,j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_i - E_j)t}$$

と書ける。ごめんなさい終わりませんこの反省をつぎに大いに活かすので許してください。あと少しでした。が、もう夏の学校初日の朝です。印刷って間に合うんでしょうか。貼られてたら間に合ったんですね。うーーーーーーーーーーんなんというか、なんだろうか。あとはこの文章だけで遠目最後まで埋まっているかのように見せかける作戦でもしてみましょうか、、、。いや、そんな文章思いつきません。意味のない数式で埋めておきます。ご無礼をまことに申し訳ございません。

$$0 \times (1 + 5) = x + 3 \times 0$$

$$\int_{x+1}^{x+1-1} \prod_i \mathrm{d}x_i\, \Phi_E^* (\{x\}) e^{-i\Sigma_i q_e x_i}$$