

修士論文

加速器ニュートリノの多地点観測における
フラックス相関を取り扱う新しい手法の開発

Efficient modeling of flux correlations for multi-point
measurements of an accelerator neutrino-beam

東北大学大学院理学研究科物理学専攻

石田 健浩

2025年

概要

我々がなぜ存在するのか、すなわちなぜ反物質が消え、物質でできた宇宙になったのかを解明する鍵の一つが、レプトンにおける CP 対称性の破れである。ニュートリノ振動が発見されたことで、ニュートリノが CP 対称性を破る可能性があることが示された。そこで、T2K 実験では J-PARC 加速器で人工的にニュートリノを生成し、振動前のニュートリノを J-PARC 構内の前置検出器で、振動後のニュートリノを 295 km 離れた Super-Kamiokande で捉え、ニュートリノ振動と反ニュートリノ振動を精密に測定することで、レプトンにおける CP 対称性の破れを探索している。統計量が小さく未だ発見には至っていないが、2028 年からは Hyper-Kamiokande 実験の運用開始が予定されており、後置検出器の体積が増加することに加え、J-PARC のビーム強度増強にも取り組んでおり、統計量は大幅に増加する見込みである。統計誤差が小さくなったときに最も主要な誤差になると考えられるのが、ニュートリノと原子核の反応断面積の不定性に起因する系統誤差である。ニュートリノの反応断面積を測定するのに、ニュートリノ生成源に対する位置に応じてニュートリノビームのエネルギースペクトルが変化することを利用するのが有効である。そこで Hyper-Kamiokande 実験では、上下に移動することでニュートリノ生成源に対する位置を変化させることができる、新しい前置検出器を建設中である。

従来の T2K 実験の解析方法は様々な位置でのニュートリノ測定を統合解析することが想定されておらず、Hyper-Kamiokande 実験での多地点のニュートリノ測定に拡張すると深刻な計算コストの増加を招くと予想される。計算コストが増加するのはニュートリノフラックスの相関を検出器の位置に依存する形で実装したためであり、本研究ではこれを検出器の位置に依存しない誤差要因変数を使って実装することに取り組む。しかし、誤差要因変数の中にハドロン相互作用の不定性を記述するものがあるが、その数は膨大であり単に新しい変数の定義に移行するだけでは計算コストの低減としては不十分である。そこで、本研究ではハドロン相互作用の不定性を主要なごく一部の要素だけで再現することに主に取り組んだ。これは誤差の情報量を減らすということであるが、十分にフラックスの誤差を再現できることを確かめた。ニュートリノ振動解析においても、この開発によるフラックスの誤差の再現は十分であることを確認するとともに、振動解析における新しいフラックス変数の振る舞いについても調べた。

本研究の展望として、今後追加される測定点を含めた、新しいフラックス変数を使ったニュートリノ振動解析を実装することで、Hyper-Kamiokande 実験での高度なニュートリノ測定が可能となる。

目次

第 1 章	序論	3
1.1	T2K 実験に関する歴史	5
第 2 章	T2K 実験及び Hyper-Kamiokande 実験	7
2.1	T2K 実験及び Hyper-Kamiokande 実験の特徴	7
2.2	ニュートリノビーム	12
2.2.1	J-PARC 30GeV 陽子ビーム (Primary Beam Line)	12
2.2.2	ニュートリノ生成系 (Secondary Beam Line)	12
2.2.3	ニュートリノ生成後のビームモニター	18
2.3	前置検出器	19
2.3.1	ND280	19
2.3.2	WAGASCI/BabyMIND	22
2.3.3	IWCD	23
2.4	後置検出器	26
2.4.1	Super-Kamiokande	26
2.4.2	Hyper-Kamiokande	26
2.5	各検出器に到達するニュートリノフラックスの予測	29
2.5.1	ニュートリノフラックス予測の概要	29
2.5.2	Flux Tuning	30
2.5.3	NA61/SHINE 実験	32
2.5.4	ニュートリノフラックスの不定性	34
2.5.5	ニュートリノフラックス関連の実装の将来性	36
2.6	前置検出器による制限	39
2.7	振動解析	41
第 3 章	多地点間のフラックス相関を効率的に取り扱う新しい方法の開発	45
3.1	加速器ニュートリノの多地点測定 of 解析で予測される計算コストの問題とその解決策	45
3.2	NA61/SHINE レプリカターゲットの測定に由来するニュートリノフラックスの不定性の取り扱い	47
3.2.1	NA61 Replica の測定結果を記述する新しい変数	47
3.2.2	NA61 Replica から選ばれた変数の一覧とその物理的解釈	63
3.3	測定で制限されていないハドロン相互作用の不定性の取り扱い	73
3.3.1	Unconstrained Interactions の誤差を記述する新しい変数	73
3.3.2	Unconstrained Interactions について選ばれた変数の一覧とその物理的解釈	81
第 4 章	新しい手法がニュートリノ振動解析に与える影響の検証	88
4.1	前置検出器による制限に与える影響	88
4.1.1	検証のための数学的な操作	88
4.1.2	ニュートリノフラックスに対する制限への影響	91

4.1.3	ニュートリノ反応断面積に対する制限への影響	92
4.1.4	新しいフラックス変数の前置検出器による制限	92
4.2	ニュートリノ振動解析に与える影響	102
4.2.1	後置検出器でのイベント分布予測	102
4.2.2	振動パラメーターの決定に与える影響の検証	102
第5章	今後の展望	115
5.1	新しいフラックス変数の実装に関する展望	115
5.1.1	NA61 Thin の変数の実装	115
5.1.2	Unconstrained Interactions の変数の最適化	115
5.1.3	その他の変数の実装	115
5.1.4	振動解析への実装	116
5.2	多地点のニュートリノ測定の統合解析に向けた開発	116
5.2.1	IWCD の Off-Axis 角を固定しないフラックスの実装	116
5.2.2	多地点でのニュートリノ測定とその統合解析	117
5.3	フラックスのチューニングの改善	120
第6章	結論	121
付録 A	公式集	123
A.1	相対論に関する公式集	123
A.1.1	ローレンツ変換	123

第1章 序論

現在の宇宙には反物質はほとんど存在せず、物質と反物質の対称性が破れている。このような宇宙ができるのに理論上必要とされる、Sakharov の 3 条件 [37] の一つに、CP 対称性を破る物理過程が存在することがある。これは既に K 中間子の崩壊において発見されているが、クォークにおける CP 対称性の破れの程度は小さく、宇宙における物質、反物質の非対称性を説明するには不十分である。そこでレプトンにおいて CP 対称性が破れる過程が探索されている [28]。そのような過程を探す有力な候補がニュートリノ振動である。

ニュートリノ振動はニュートリノが飛行中にそのフレーバーが変化するという現象である [29]。このような時間に伴う変化はニュートリノが質量を持つことを示しており、ニュートリノの質量を 0 とする素粒子の標準理論の予測に反する現象である。ニュートリノ振動は以下のように定式できる [44, 43, 45]。ニュートリノのフレーバー固有状態 $|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\nu_\tau\rangle$ を、質量固有状態 $|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle, |\nu_3\rangle$ の重ね合わせ状態として、あるユニタリー行列 U を用いて以下のように表される。

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = U^* \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

この行列 U は Pontecorvo - Maki - Nakagawa - Sakata (PMNS) 行列と呼ばれる [36, 32]。PMNS 行列の自由度は 4 つで、通常 3 つの混合角 $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ と一つの CP 位相 δ_{CP} で以下のように記述される。

$$U^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

ただし、 $s_{ij} = \sin \theta_{ij}, c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ である。ここに、3 つの質量固有値の二乗の差を加えた 6 つ¹が、ニュートリノ振動を記述する独立なパラメーターである。CP 位相はニュートリノ振動と反ニュートリノ振動で反転する。

簡単のため以下のようにニュートリノが 2 世代の混合をしている状態を考える²。

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

質量固有状態 $|\nu_i\rangle$ は時間 τ 後に $\exp(-im_i\tau) |\nu_i\rangle, i = 1, 2$ に変化する。これを踏まえると、時刻 0 で $|\nu_\mu\rangle = -\sin \theta |\nu_1\rangle + \cos \theta |\nu_2\rangle$ であった状態 $|\Phi\rangle$ は、固有時間 τ 後に以下のように変化する。

$$|\Phi(\tau)\rangle = -e^{-im_1\tau} \sin \theta |\nu_1\rangle + e^{-im_2\tau} \cos \theta |\nu_2\rangle \quad (1.5)$$

$$= -e^{-im_1\tau} \sin \theta (\cos \theta |\nu_e\rangle - \sin \theta |\nu_\mu\rangle) + e^{-im_2\tau} \cos \theta (\sin \theta |\nu_e\rangle + \cos \theta |\nu_\mu\rangle) \quad (1.6)$$

¹ただし質量二乗差の自由度は、 $\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2 + \Delta m_{31}^2 = 0$ の拘束条件があるため 2 である。

²なお、 2×2 のユニタリー行列の場合は自由度が足りず、CP 位相は現れない。CP 対称性が破れるには 3 世代以上の混合が必要である。

従って、時刻 τ で $|\nu_e\rangle$ に変化する確率 $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}$ は、

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(\tau) = |\langle \nu_e | \Phi(\tau) \rangle|^2 \quad (1.7)$$

$$= \left| -e^{-im_1\tau} \sin\theta \cos\theta + e^{-im_2\tau} \cos\theta \sin\theta \right|^2 \quad (1.8)$$

$$= \left| \sin\theta \cos\theta (e^{-im_2\tau} - e^{-im_1\tau}) \right|^2 \quad (1.9)$$

$$= \left| \frac{1}{2} \sin 2\theta e^{-\frac{i}{2}(m_1+m_2)\tau} (e^{-\frac{i}{2}(m_2-m_1)\tau} - e^{\frac{i}{2}(m_2-m_1)\tau}) \right|^2 \quad (1.10)$$

$$= \frac{1}{4} \sin^2 2\theta \left| e^{-\frac{i}{2}(m_1+m_2)\tau} \right|^2 \left| e^{-\frac{i}{2}(m_2-m_1)\tau} - e^{\frac{i}{2}(m_2-m_1)\tau} \right|^2 \quad (1.11)$$

$$= \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2 - m_1}{2} \tau \quad (1.12)$$

である。実験室系の時刻 t で書くと、ローレンツ変換により $\tau = t/\gamma = t(m_1 + m_2)/2E_\nu$ ³ の関係があるため、

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{m_2 - m_1}{2} (m_1 + m_2)/2E_\nu t \quad (1.13)$$

$$= \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2}{4E_\nu} L \quad (1.14)$$

ただし $\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2$ であり、 $L = ct$ である。後者はニュートリノの質量が十分小さいため光速で運動するという近似に基づくものであり、式中では自然単位系で書いた。混合角 θ は振動確率の最大値、質量の2乗差 Δm_{21}^2 はニュートリノが最大の振動確率となる時のエネルギーとニュートリノ源からの距離から求めることができる。

3世代のニュートリノ混合について考える。真空中のニュートリノ振動で測定できるのは質量の2乗差の絶対値である。太陽ニュートリノ振動と大気ニュートリノ振動の測定から、 $|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{31}^2|$ であることが分かっており、また太陽ニュートリノ振動の測定から $m_1 < m_2$ であることが分かったが、3つの質量固有値の大きさについては、 $m_1 < m_2 < m_3$ となる標準順序か、 $m_3 < m_1 < m_2$ となる逆順序かの決着がついていない。3つの混合角については、全て0ではないことが分かっており、とくに θ_{13} の値が他よりも小さい。

ニュートリノ振動における CP 対称性の破れの程度に相当する、CP 位相 δ_{CP} を測定するには、 ν_μ の振動確率と $\bar{\nu}_\mu$ の振動確率を比較すればよい。CP 非対称度 A を以下のように置く。

$$A = \frac{P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} - P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e}}{P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} + P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e}} \quad (1.15)$$

しかし、長基線ニュートリノ実験ではニュートリノが地中を飛行するため、物質効果の影響を受ける。物質効果は物質中の電子が作る弱い相互作用のポテンシャルの影響をニュートリノが受けるというもので、電子ニュートリノと反電子ニュートリノだけが他のフレーバーとは異なる寄与を受ける。CP 位相とは別に CP 非対称な効果を生む要素であり、質量順序によって異なる効果を示す。真空中の振動では、現在知られているパラメーターの下で、 $\frac{32}{3} 4E_\nu L \approx \frac{\pi}{2}$ の時、

$$A \approx -0.25 \sin \delta_{\text{CP}} \quad (1.16)$$

となる。物質効果が大きくなる典型的な距離 L_0 に対する基線長 L の比と CP 位相から、振動確率最大となる条件で測った A は大まかに以下のように表される。

$$A \approx \pm 2 \frac{L}{L_0} - 0.25 \sin \delta_{\text{CP}} \quad (1.17)$$

³これは m_1, m_2 がどちらもエネルギー E_ν に対して十分に小さく、またニュートリノの質量を質量固有値の平均値とした近似である。

ただし、 L_0 はニュートリノが地中を通ることを想定すると約 5400 km である [43]。始めの符号は質量固有値が標準順序なら正、逆順序なら負となる。 A は順階層で $\delta_{\text{CP}} = -\pi/2$ の場合最大値、逆階層で $\delta_{\text{CP}} = \pi/2$ の場合最小値を取る。基線長を十分に長く取れば、 A が取りうる値の範囲を、順階層の場合と逆階層の場合で完全に分離することができるようになる。

加速器を使って人工的に ν_μ ビームと $\bar{\nu}_\mu$ ビームを生成し、それぞれの振動確率を測定する実験として、T2K 実験 [8] と NOvA 実験 [30] が現在稼働している。また将来計画として Hyper-Kamiokande 実験 [1] と DUNE 実験 [24] が挙げられる。T2K と Hyper-K 実験では基線長が 295 km であるのに対し、NOvA は 800 km、DUNE は 1300 km であり、物質効果を強く受けることによって質量順序への測定感度が高い。

現在 CP 位相に最も強く制限をかけているのは T2K 実験で、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動確率が高いという結果が得られているため、順階層で $\delta_{\text{CP}} = -\pi/2$ 付近を示唆している [5]。

1.1 T2K 実験に関する歴史

Super-Kamiokande (SK) 検出器 [34] は 1996 年に建設され運用を開始した。1998 年に大気ニュートリノの観測によりニュートリノ振動を発見 [29] し、ニュートリノは標準模型の予測に反し質量を持つことを明らかにした。この成果は SNO 実験による太陽ニュートリノ振動の発見 [17] と合わせてノーベル賞を授与された。

ニュートリノ振動の発見を確実にするため、1999 年に KEK to Kamioka (K2K) 実験 [18] が始まった。K2K は世界で初めての、加速器を使って生成したニュートリノビームを測定する長基線ニュートリノ実験である。高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の 12 GeV 陽子シンクロトロロンでニュートリノを生成し、ニュートリノ生成標的から 300 m の距離に置かれた前置検出器と、250 km 離れた SK でニュートリノを測定した。人工ニュートリノの振動を世界で初めて捉えたが、ニュートリノ振動のさらなる測定のためビーム増強による統計量の増加が必要とされた。

2009 年に、後継実験である T2K 実験が始まった。茨城県東海村に建設された Japan Proton Accelerator Research Complex (J-PARC) 加速器を用いて、ビーム強度を大幅に増強した。

ニュートリノ振動が CP 対称性を破るには、全てのフレーバー間で混合が起こっている必要がある。T2K 実験開始当初は $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動モードが未発見であったため、この振動モードを発見することを当初の目的としており、実際 2011 年に世界で初めてこの証拠となる信号を捉えた [7]。2014 年からは π^- 中間子を選ぶ、反ニュートリノモードでも測定を開始し、ミューオンニュートリノから電子ニュートリノへの振動確率と、反ミューオンニュートリノから反電子ニュートリノへの振動確率を比較する形で、ニュートリノ振動の CP 対称性の破れを探索している。ニュートリノ振動の CP 対称性の破れの程度は CP 位相 (δ_{CP}) で与えられ、現在までのデータは CP 対称性を最大限に破る値である、 $\delta_{\text{CP}} = -90^\circ$ 付近を中心値として、約 2σ の統計的優位性で CP 対称性が破れていることを示唆している [5]。

T2K 実験は世界で初めて Off-Axis 法を採用したニュートリノ振動実験である。295 km 離れた後置検出器がビームの中心軸に対して 2.5° の角度の位置に来るように J-PARC のビームラインが設計されている。設計時点で既に HK 実験が計画されており、その建設予定地が決まっていたため、SK/HK のどちらも Off-Axis 2.5° となるようにビームの向きが設計された。⁴

T2K では CP 位相などのニュートリノ振動パラメーターを測定しているが、目的とするパラメーターはいずれも統計誤差が非常に大きい。統計量は 2028 年に運用開始予定である、SK の約 8 倍の有効体積を持つ HK 検出器により大幅に増加することが期待される。また J-PARC ではビーム

⁴HK の建設地は SK よりおよそ 10 km 南に離れた位置である。南北の位置の違いは J-PARC のニュートリノビームの進行方向に対してほぼ垂直で左右の違いに相当する。もしこの距離が約 26 km ($2 \times 295 \text{ km} \times \sin 2.5^\circ = 25.7 \text{ km}$) を超えていれば、J-PARC から一つのビームで SK/HK 両方の位置に Off-Axis 2.5° のニュートリノビームを届けることはできなかった。

強度増強に継続的に取り組んでおり、こちらも統計量の増加につながる。統計誤差の次に大きな誤差はニュートリノの反応断面積の誤差であり、特に電子ニュートリノと反電子ニュートリノの反応断面積の誤差に由来する系統誤差が大きい。そこで新型の中間検出器の建設などが進められている。本研究もこれら一連の HK 計画に関して進められている研究開発の一つであり、従来よりも多くのニュートリノ測定点を振動解析に取り入れる手法を開発することが目的である。

第2章 T2K 実験及び Hyper-Kamiokande 実験

本章では T2K 実験と、2028 年の運用開始に向けて準備が進められている Hiper-Kamiokande 実験について述べる。本研究に強く関連する項目については、3 章以降に述べる内容との関係性を示す。

2.1 T2K 実験及び Hyper-Kamiokande 実験の特徴

T2K 実験 [8] は加速器を使った長基線ニュートリノ振動実験であり、ニュートリノ振動における CP 対称性の破れを発見することを目指している。Tokai to Kamioka (T2K) の名の通り、茨城県東海村の J-PARC でニュートリノを生成し、295 km 離れた Super-Kamiokande (SK) ニュートリノ検出器で測定する。加速器でニュートリノビームを生成するには、高エネルギーの陽子と原子核の反応により荷電 π 中間子を生成し、それらの向きを電磁石により揃える。荷電 π 中間子がミュオンとミュオンニュートリノに 2 体崩壊することでニュートリノが生成される。ニュートリノ生成標的から 280 m の位置には複数の前置検出器を置き、振動前のニュートリノを測定することでニュートリノ振動の測定における誤差を抑える。2028 年よりデータ取得を開始する Hyper-Kamiokande (HK) 実験 [1] では、後置検出器の体積が増えることで統計量の増加が期待される¹。また、J-PARC のビームライン増強にも継続的に取り組まれており、こちらも統計量の増加につながる。T2K 実験では最も大きな系統誤差の要因であるニュートリノ反応断面積の精密測定のため、前置検出器のアップグレードが完了している。HK 実験では加えて中間検出器²の運用開始も予定している。

Off-Axis 法によるニュートリノビーム

T2K 実験最大の特徴は Off-Axis 法を採用していることである。ニュートリノは中性粒子であり、荷電 π 中間子の段階までしかビームの向きを揃えることはできない。従って完全に向きが揃った π 中間子ビームがあったとしても、そこから生成されるニュートリノビームはある程度の広がりを持つ。Off-Axis 法は、このような広がりを持つニュートリノビームのうち、あえて中心軸からずれた向きに放出されるニュートリノを実験に用いるという手法である。

π^+ 中間子は 2 体崩壊するため、重心系では一定のエネルギーのニュートリノが放出される。実験室系では π^+ 中間子の運動方向と同じ向きに放出されたニュートリノはローレンツブーストが大きく、向きの違いが大きいほど低エネルギーになる。図 2.1 に、いくつかの放出角度について、ニュートリノのエネルギーを親 π^+ 中間子の運動量の関数として示す。検出器を π 中間子の平均崩壊点から、ビーム軸に対して一定の角度 (Off-Axis 角) の方向に置くことで、そこに到達するニュートリノとして Off-Axis 角付近の放出角のものを選択できる。0° 以外の場合、ニュートリノエネルギーに上限が存在し、広い領域で π^+ 中間子の運動量に関係なくほぼ同じエネルギーとなる。2.5° の場合これはおよそ 600 MeV である。エネルギーの上限があることで高エネルギーニュートリノ

¹J-PARC と HK を使ったニュートリノ測定は Hyper-T2K や T2HK といったプロジェクト名にはならず、HK 実験の中の長基線ニュートリノ測定、という立ち位置である。

²2.3.3 節で述べるように、従来の前置検出器よりもビーム下流に置かれるため”中間”としているが、振動前のニュートリノを測定し反応断面積測定に取り組むという目的は前置検出器と同じである。

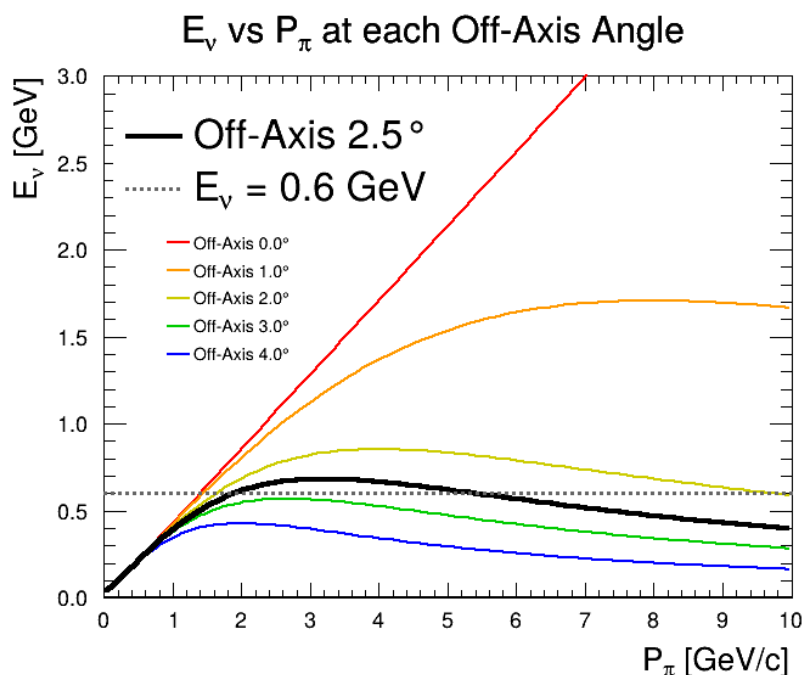


図 2.1: 様々な Off-Axis 角に対する、 π 中間子の運動量とニュートリノエネルギーの関係。ここでは、Off-Axis 角は π 中間子の運動方向に対するニュートリノの放出角度である。Off-Axis 2.5° では π 中間子の運動量に関わらずニュートリノエネルギーは 0.6 GeV 付近に分布する。Off-Axis 0° 以外ではニュートリノエネルギーの上限が存在し、その値は Off-Axis 角 θ が十分小さい場合 $E_\nu^{\max} \approx m_\pi/\theta$ で近似できる。(A.1.1 節で詳しく述べる。)

による背景事象が抑えられるだけでなく、ニュートリノエネルギーが π^+ 中間子の運動量にほぼ依存しないため、親粒子の運動量分布を精密に把握できていなくてもニュートリノのエネルギー分布を大まかに知ることができる。信号は増やし、背景事象は抑えられる、画期的な手法である。600 MeV のニュートリノは、図 2.2 に示すように、ミューニュートリノが 295 km 移動したときに最大の振動確率を持つようなエネルギーであるため、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動を効率的に測定することができる。

T2K 実験ではそれぞれ振動前後のニュートリノを測定する前置検出器と後置検出器が、Off-Axis 角 2.5° となる位置にくるように実験が設計されており、およそ 600 MeV に細いピークを持つエネルギー分布のニュートリノビームを実験に用いる。ニュートリノの振動確率はニュートリノが移動した距離とそのエネルギーの比に依存する。600 MeV のニュートリノは 295 km 移動したときに振動確率が最大となるため、効率的にニュートリノ振動の効果を測定することができる。

荷電カレント準弾性散乱によるエネルギー再構成

600 MeV 付近のニュートリノと原子核の反応断面積を図 2.4 に示す。主な反応は荷電カレント準弾性散乱 (Charged Current Quasi-Elastic scattering, CCQE) である。

CCQE 反応は、図 2.3 のように (反) ニュートリノと原子核が反応し、原子核中の中性子 (陽子) が陽子 (中性子) に変換されて放出されるとともに、(反) ニュートリノのフレーバーに対応する (反) レプトンが放出されるような反応である。この時、標的の核子が静止しているという近似をすれば、放出されたレプトンのフレーバー、エネルギーと、入射するニュートリノに対するレプトンの放出角度を測定するだけで、入射したニュートリノのエネルギーを再構成することができる。

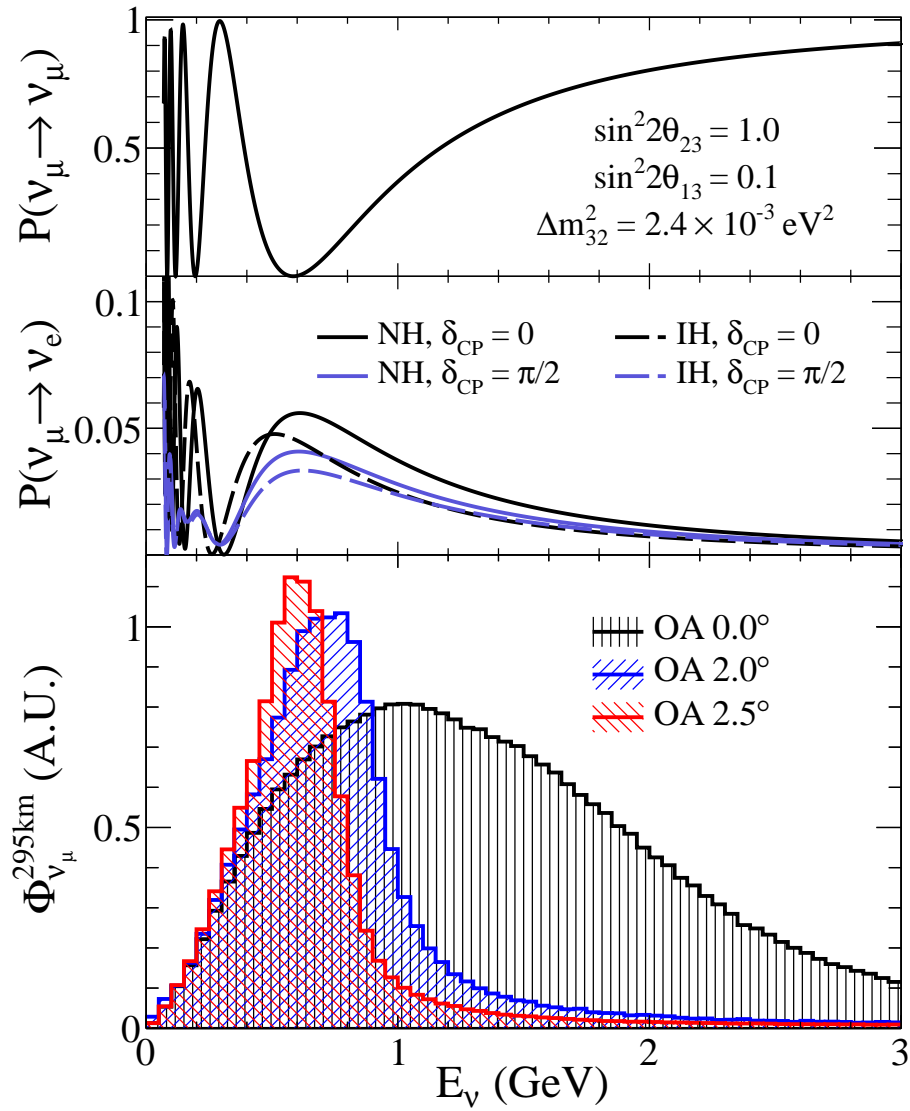


図 2.2: T2K で用いるニュートリノビームのエネルギースペクトルとニュートリノ振動確率の関係。Off-Axis 2.5° で測定するニュートリノのエネルギースペクトルは約 600 MeV にピークをもつ。エネルギーが 600 MeV のミュオンニュートリノは、295 km 移動した先で最大の振動確率となる。

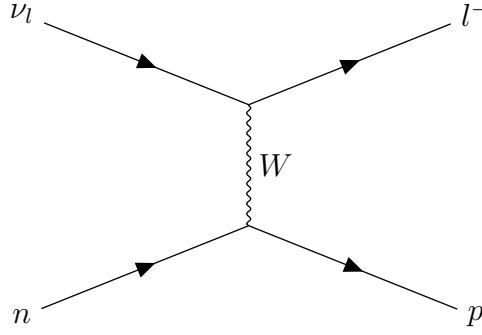


図 2.3: CCQE 反応のファインマン図

入射したニュートリノの運動方向に x 軸を取ると、散乱前後の各粒子の 4 元運動量は以下のよ
うに表せる。

$$\nu_l(E_\nu, E_\nu, 0, 0) + n(m_n - E_b, 0, 0, 0) \rightarrow l(E_l, p_l \cos \theta_l, p_l \sin \theta_l, 0) + p(E_p, p_p \cos \theta_p, p_p \sin \theta_p, 0) \quad (2.1)$$

ただし、原子核中の核子の束縛エネルギーを E_b とした。エネルギー保存や xy 方向それぞれの運
動量保存を考慮すると、以下の 3 式が得られる。

$$E_\nu + m_n = E_l + E_b + \sqrt{m_p^2 + p_p^2} \quad (2.2)$$

$$E_\nu = p_l \cos \theta_l + p_p \cos \theta_p \quad (2.3)$$

$$0 = p_l \sin \theta_l + p_p \sin \theta_p \quad (2.4)$$

これらを解いて、以下の通りニュートリノのエネルギーが再構成される。

$$E_\nu = \frac{2E_l(m_n - E_b) - m_l^2 + 2m_n E_b - E_b^2 + m_p^2 - m_n^2}{2(p_l \cos \theta_l - E_l + m_n - E_b)} \quad (2.5)$$

式 (2.5) の右辺の内、観測値は E_l, p_l, θ_l である。 θ_l は、加速器ニュートリノ測定では検出器に対す
るニュートリノ生成源の位置から決められる。ただし、標的の原子核が静止しているという近似
には注意が必要であり、原子核内での核子の Fermi Motion を無視することができない。単純な
Fermi Gas 模型によれば核子は平均的に 20 MeV 程度の運動エネルギーを持っており、再構成さ
れたエネルギーには ± 100 MeV 程度の誤差が生じてしまう。

約 1 GeV を超えるエネルギー帯からは、荷電レプトンに加えて π 中間子を生じる、CC1 π 反応
が主要になるが、これもレプトンと π 中間子の運動量が分かればエネルギーを再構成できる。し
かし、 π 中間子を検出できないと CCQE と誤識別され、エネルギー再構成を誤ってしまう。さら
に高エネルギーのニュートリノでは深非弾性散乱 (Deep Inelastic Scattering, DIS) などの、より
複雑な反応が多くを占めるようになる。このような場合にニュートリノのエネルギーを再
構成するのは、ニュートリノと原子核の反応により生じる全ての粒子の運動エネルギーを測定し
なければならず非常に困難である。このような反応過程で生じた粒子の一部が、飛跡が極端に短
いなどの理由で検出器ではとらえられなかった場合、CCQE 反応や CC1 π と見分けがつかないた
めに背景事象となる。

T2K の後置検出器は水チェレンコフ検出器であり、Cherenkov-threshold を下回る運動エネル
ギーの粒子は捉えられない。従って検出できるミューオンニュートリノは、ミューオンの質量エネ
ルギーを超えるだけでなく、原子核との反応により生じるミューオンに、Cherenkov-threshold を
十分超えるだけの運動エネルギーが残るようなエネルギーを持っていなければならない。ミュー
オンの Cherenkov-threshold は約 150 MeV であるから、600 MeV のニュートリノはこのような下

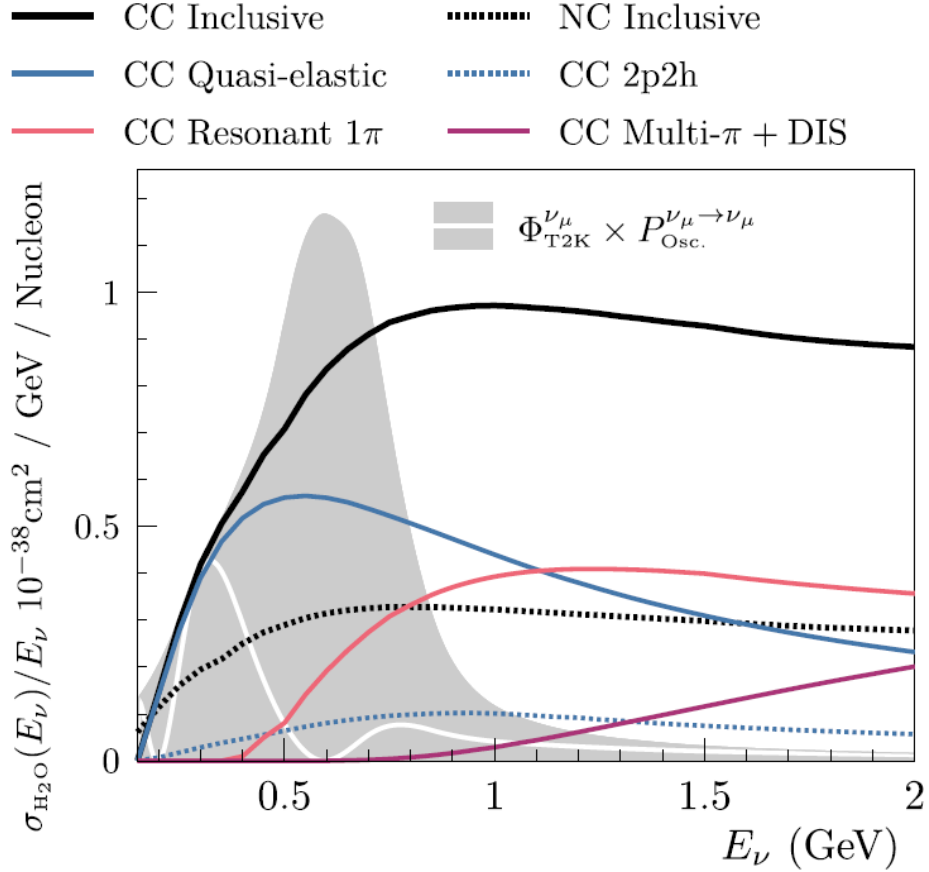


図 2.4: ニュートリノ-原子核反応の断面積 (各色線)。SK に到達する T2K のミューオンニュートリノビームのエネルギースペクトル。白線は振動を考慮したスペクトルで、灰領域は考慮していないもの。約 0.6 GeV がスペクトルのピークで、このエネルギーのニュートリノは最大の振動確率を持つ。反応断面積は NEUT モデル [31] による。図は [31] より引用した。

限値の要請も満たしている。それに対し陽子を検出するには約 1.5 GeV のエネルギーが必要であり、600 MeV 付近のニュートリノ反応では見ることができない。ニュートリノ反応で生じた粒子の一部がその後の 2 次的な反応も含めて Cherenkov-threshold を超えなければ、CCQE や CC1 π の背景事象となる。

様々な Off-Axis 角での測定

広いエネルギー幅を持ったニュートリノビームで、ニュートリノ事象一つひとつのエネルギーを正確に測定することは不可能であり、T2K の解析の各段階で、式 (2.5) で得られる再構成エネルギー E^{rec} は真のエネルギー E^{true} とは明確に区別される。

ニュートリノ反応のエネルギー依存性を測定する方法として、エネルギースペクトルの形が異なる複数のビームを観測して比較する、というものがある。T2K では、Off-Axis 2.5° の他に、1.5° に前置検出器を置いており、さらに HK 実験に向けて建設中の中間検出器では、Off-Axis 角を 1.5° から 4.0° の範囲で自由に選ぶことができる。それぞれ異なる Off-Axis 角を測定することで異なるエネルギースペクトルのニュートリノを測定する。このような測定は本研究に深くかかわるものであり、5 章でより詳しく述べる。

2.2 ニュートリノビーム

T2K 実験のニュートリノビームは、J-PARC の 30 GeV の陽子ビームを炭素標的に照射した際に生じるハドロンが、弱い相互作用で崩壊する際に生成される。

2.2.1 J-PARC 30GeV 陽子ビーム (Primary Beam Line)

図 2.5 に示すように、Japan Proton Accelerator Research Complex (J-PARC) で 3 段階の加速を経て 30 GeV の陽子ビームが生成される。まず LINAC で H^- イオンのビームが 400 MeV まで加速される。 H^- イオンビームは LINAC から次の加速器 Rapid-Cycling Synchrotron (RCS) に入射する際に炭素の薄膜を透過することで H^- イオンから陽子になる。RCS で陽子ビームは 3 GeV まで加速され、MLF³か Main Ring (MR) に送られる。

MR に入射した陽子はさらに 30 GeV まで加速される。MR は周長約 1600 m のシンクロトロン加速器である。加速された陽子ビームは最後にニュートリノ実験施設かハドロン実験施設に送られる。一回の加速につき RCS から 8 個のビームの塊 “バンチ” が入射し、およそ 0.65 秒で 30 GeV まで加速される。1 個のバンチは約 80 ns の幅を持ち、8 個のバンチは約 4 μ s の時間幅に均等に分布している。8 個のバンチをひとまとめでした単位がスピルであり、スピル同士の間隔は現在 1.36 秒である。ニュートリノ検出器でもスピルの 8 バンチ構造を捉えることができ、図 2.6 のように後置検出器のニュートリノイベント数でもこの構造をはっきりと確認できる。ニュートリノ実験で用いる運転モードでは、一つのスピルに約 2.3×10^{14} 個の陽子が含まれる。T2K では統計量を表す単位として、ニュートリノ生成標的に照射された陽子数の合計である、Protons On Target (POT) を用いる。例えば [5] で T2K が報告した結果は、2020 年までに取得した 3.6×10^{21} POT の統計量のデータを解析したものである。バンチ 1 つあたりの陽子数を増やすことや、スピル間隔を小さくすることなどで、ビーム強度を上げて統計量を増やす試みが続けられている。2024 年 6 月時点で 800 kW のビーム強度を達成 [41] しており、目標の 1.3 MW に向けビーム増強に取り組み続けている。なおビーム強度は 1 スピルあたりの陽子の数、陽子の運動エネルギー、電気素量の積をスピル周期で割ることで求められる。

MR で 30 GeV まで加速された陽子は MR からニュートリノビームラインの、Primary Beam Line に入射する。Primary Beam Line で陽子ビームは神岡に向けて水平方向に約 80°、鉛直下向きに 3.64° 曲げられ、ニュートリノ生成標的に照射される。

2.2.2 ニュートリノ生成系 (Secondary Beam Line)

ニュートリノ生成標的は直径 2.6 cm、長さ 91 cm の円柱状の炭素からなる。炭素標的から π 中間子をはじめとするハドロンが生成され、そのうち正負どちらかの電荷を持ったハドロンが後述する電磁ホーンにより陽子ビーム方向に向きを揃えられ、もう一方の電荷のハドロンは分散される。電磁ホーンの電流の向きを切り替えることで正負どちらの電荷の粒子を選ぶかを切り替えることができる。ここで最も多く生成されるのは π 中間子で、それぞれ次のように崩壊することで、ミューオンニュートリノ (ν_μ) と反ミューオンニュートリノ ($\bar{\nu}_\mu$) を放出する。

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (2.6)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.7)$$

³物質・生命科学実験施設 (MLF) では陽子ビームを使って中性子ビームやミューオンビームを作り、主に物質科学や生命科学に関する測定に用いる。

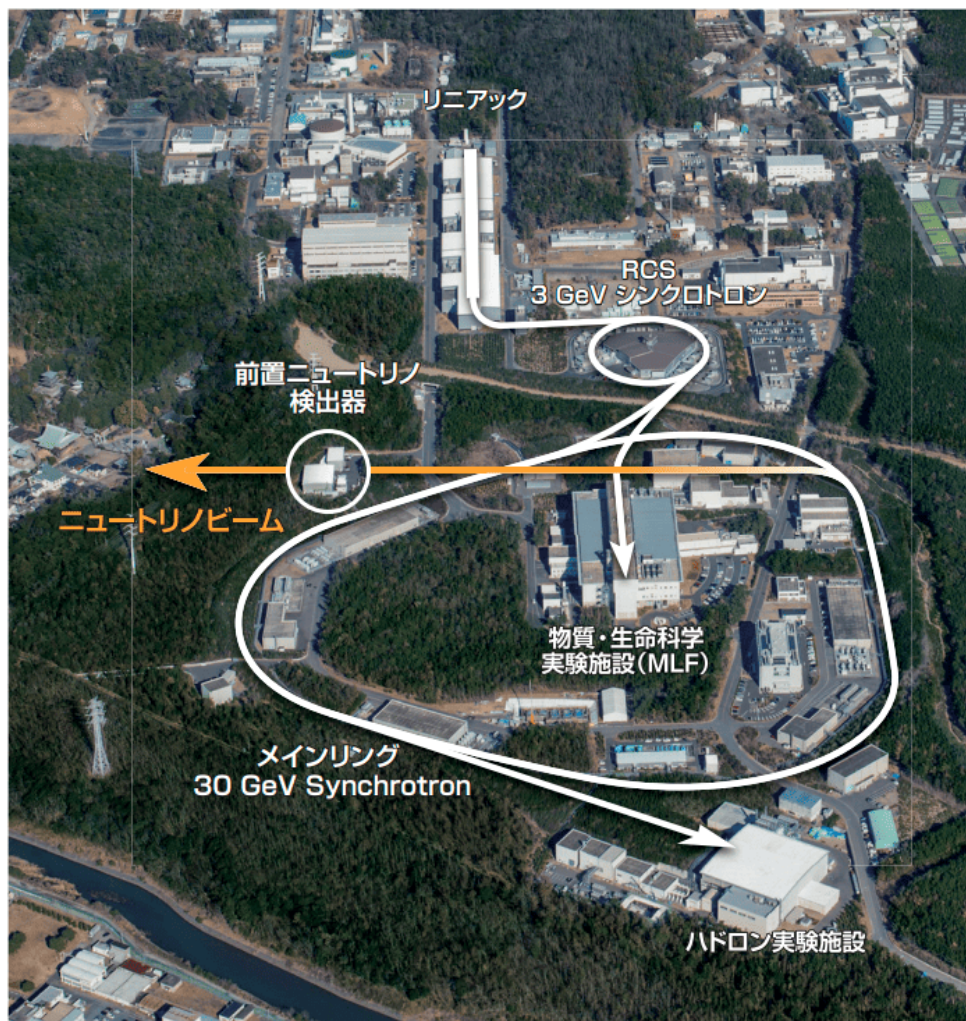


図 2.5: T2K のニュートリノビームを生成するのに用いられる加速器群。リニアック (LINAC), RCS, メインリング (MR) の3つで陽子ビームをエネルギーが 30 GeV となるまで加速し、それを炭素標的に照射してニュートリノを生成する。図は [39] より引用した。

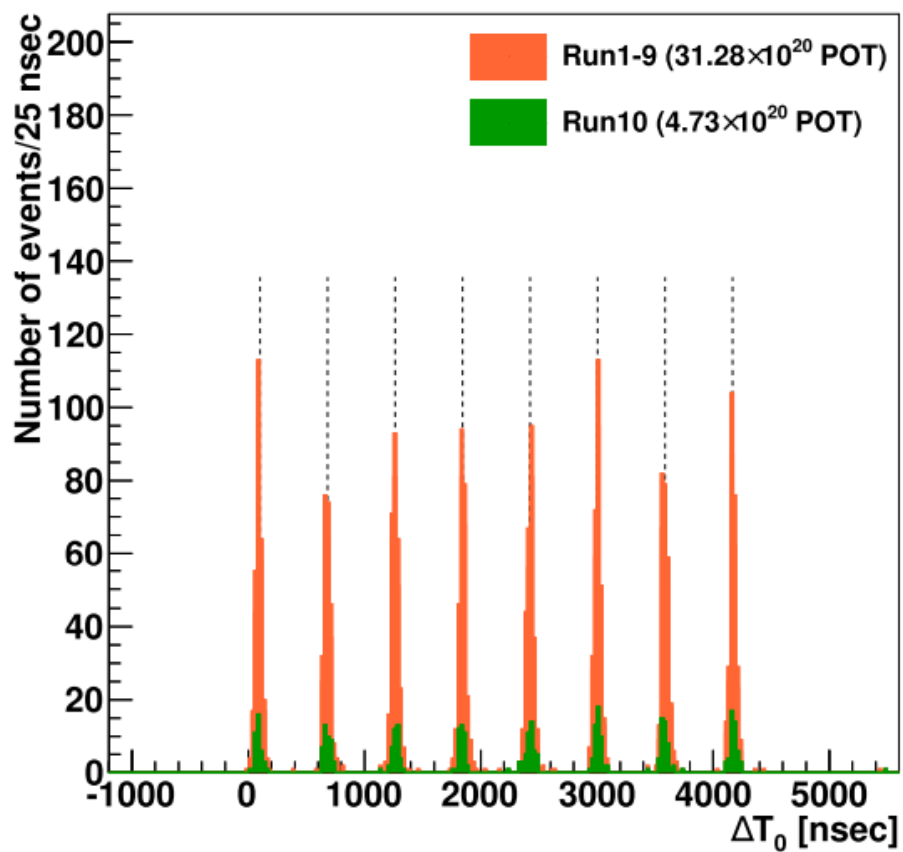


図 2.6: 後置検出器で捉えられたニュートリノイベントの、ビームトリガーを基準にした時間分布。ニュートリノビームの8バンチ構造が見えている。図は [5] より引用した。

すなわち、電磁ホーンの電流の向きに応じて、ニュートリノビームと反ニュートリノビームとを切り替えることができる。しかし一部のハドロンは電磁ホーンで十分に曲げることができず、ニュートリノビームモードに反ニュートリノが、また反ニュートリノビームモードにニュートリノが混入する。これらは総じて“誤った”ニュートリノ、wrong-sign ν と呼ばれる。これに対して、ニュートリノモードのニュートリノなどは”正しい”ニュートリノ、right-sign ν である。他にも、 π 中間子の崩壊で生じたミューオンは、以下のように崩壊して wrong-sign ν を生じる。

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e\end{aligned}\tag{2.8}$$

ここで電子ニュートリノも生成されており、ミューオンニュートリノの振動を測定する上で背景事象となる。一方、T2K では $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動の測定のために電子ニュートリノの反応断面積を知っている必要があり、振動前のビームに含まれる right-sign ν_e は前置検出器での反応断面積測定に利用される。

K 中間子もニュートリノの親粒子として無視できない量が生成される。以下のようにニュートリノを放出する崩壊や、ニュートリノの親粒子である π 中間子を放出する崩壊モードがある。

$$\begin{aligned}K^\pm &\rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu && (63.6\%) \\ &\rightarrow \pi^0 + e^\pm + \nu_e && (5.07\%) \\ &\rightarrow \pi^0 + \mu^\pm + \nu_\mu && (3.35\%) \\ &\rightarrow \pi^\pm + \pi^0 && (20.7\%) \\ &\rightarrow \pi^\pm + \pi^\pm + \pi^\mp && (5.58\%) \\ &\rightarrow \pi^\pm + \pi^0 + \pi^0 && (1.76\%) \\ \\ K_L^0 &\rightarrow \pi^\pm + e^\mp + \nu_e && (40.6\%) \\ &\rightarrow \pi^\pm + \mu^\mp + \nu_\mu && (27.0\%) \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 && (12.5\%) \\ \\ K_S^0 &\rightarrow \pi^+ + \pi^- && (69.2\%) \end{aligned}$$

K 中間子は π 中間子よりも大きな質量を持つため、その崩壊で生じるニュートリノは π 中間子の崩壊の場合よりも高エネルギーになる傾向がある。また、電子ニュートリノを生じる崩壊モードの遷移確率が π 中間子よりも高い。中性 K 中間子は電磁ホーンの影響を受けず、荷電共役な崩壊が等しい確率で生じるため、これを起源とするフラックスの成分はニュートリノモードと反ニュートリノモードで変化しないという特徴がある。

なお、ニュートリノビームモード (ν -mode)、反ニュートリノビームモード ($\bar{\nu}$ -mode) に含まれるニュートリノのフレーバーごとのフラックス強度は図 2.7 のように推定されており、wrong-sign ν_μ は right-sign ν_μ よりも 1,2 桁少なく、right-sign ν_e は wrong-sign ν_μ よりさらに少ない。反ニュートリノモードでは、高エネルギーの領域で wrong-sign ν の成分が right-sign ν を上回る。

図 2.8 は、ニュートリノ生成標的とその周辺及び下流部の配置を表している。

Primary Beam Line は真空でチタン合金でできたビーム窓で仕切られ、Secondary Beam Line は生成ハドロンの損失を防ぐため、空気の代わりにヘリウムガスで満たされている。

ニュートリノ生成標的は直径 2.6 cm、長さ 91.4 cm、密度 1.8 g/cm³ のグラファイトでできている。ターゲットは厚さ 2 mm の円筒形のグラファイトチューブに覆われ、それらがさらに厚さ

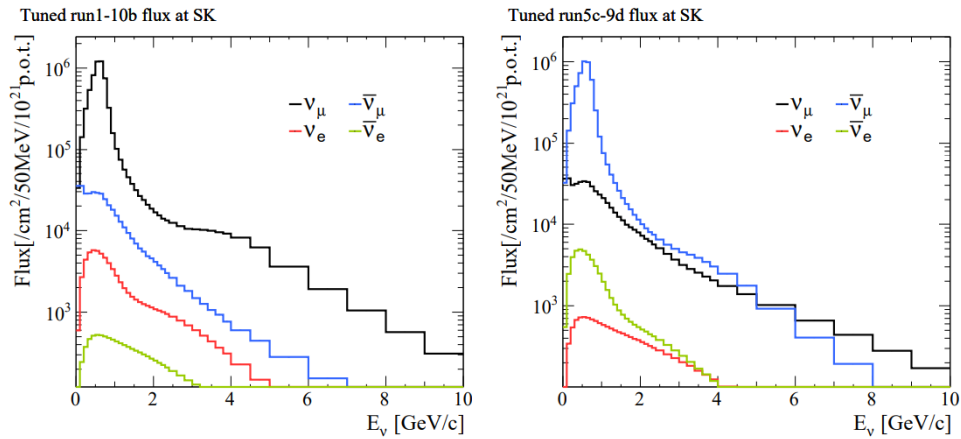


図 2.7: ニュートリノモード (左) と反ニュートリノモード (右) におけるフレーバーごとのフラックス強度の比較。right-sign ν_μ , wrong-sign ν_μ , right-sign ν_e , wrong-sign ν_e の順に大きなフラックス強度を持ち、それぞれ一桁程度の違いがある。反ニュートリノモードでは高エネルギーの成分で right-sign と wrong-sign の大小が逆転する。図は [20] より引用した。

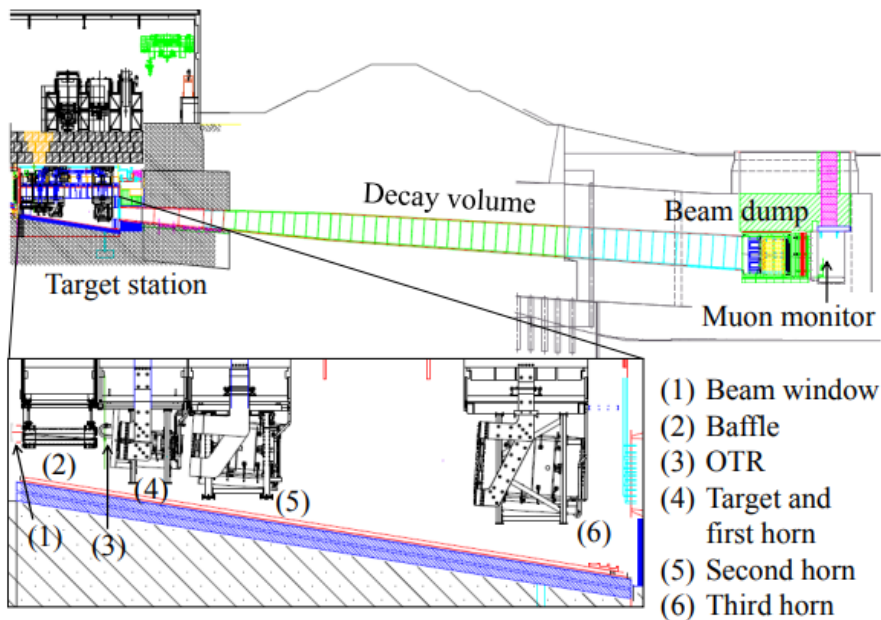


図 2.8: Secondary Beam Line の断面概略図。Target station, Decay volume, Beam dump の大きく 3 つの領域に分けられる。図は [3] より引用した。

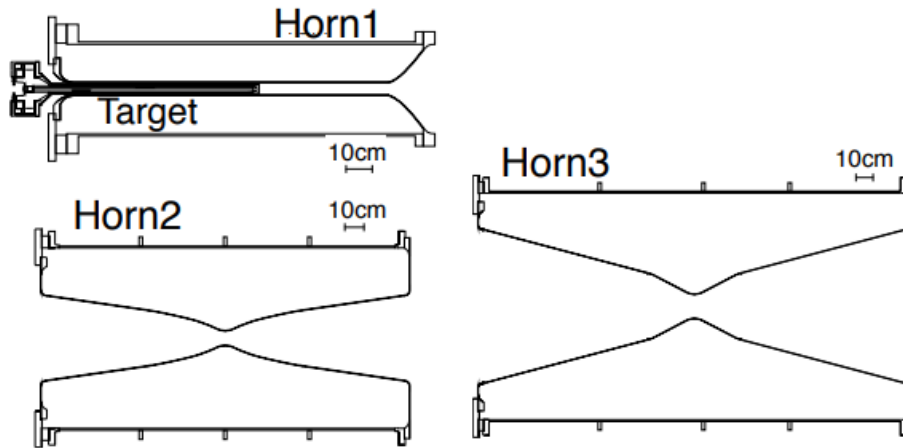


図 2.9: 3つの電磁ホーンの断面図。第1ホーンと第2,3ホーンで形が大きく異なる。第1ホーンの内側にターゲットが設置されている。ホーンは外筒の内側から内筒に向かって水を噴射することで冷却される。図は [3] より引用した。

0.3 mm のチタンでできたケースに入っている。チタンケースの内側にはターゲットを冷却するためのヘリウムガスが流れている。

ニュートリノ生成標的に生成されたハドロンは、3つの電磁ホーンと呼ばれる電磁石によって前方へ向きを揃える。ホーンに流す電流の向きによって正電荷の粒子を選ぶか、負電荷の粒子を選ぶかを選ぶことができ、ニュートリノビームモード、すなわち正電荷の粒子を選ぶ電流の向きを正としている。なお代わりに、ホーン電流の向きでビームモードを呼称する場合もあり、ニュートリノビームモードは FHC (Forward Horn Current)、反ニュートリノビームモードは RHC (Reversed Horn Current) と呼ばれる。

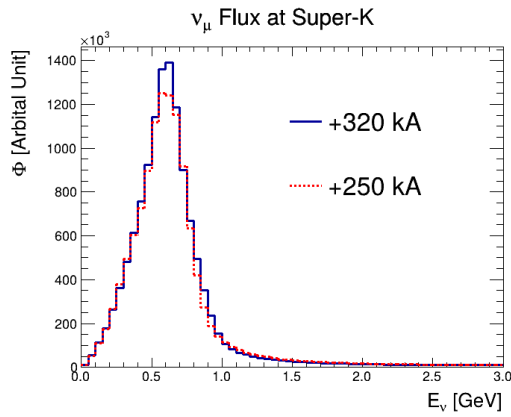
電磁ホーンはアルミニウム合金でできており、図 2.9 のように第1ホーンと残る2つのホーンで形が大きく異なる。第1ホーンの内側にターゲットが設置されている。

電磁ホーンは ± 320 kA の電流値での運用を見越して設計されたが、始めは +250 kA (ν -mode) のみの運用で、2014 年からは -250 kA ($\bar{\nu}$ -mode) の運用を始めた。2024 年からはホーン電流を本来の設計値である ± 320 kA に増強し、より収束されたハドロンビームを作ることができるようになった。ハドロンの向きの分散が小さくなることで、エネルギーピーク付近のニュートリノフラックスが増加するとともに、背景事象を削減することができる。 ν -mode で SK に到達する ν_{μ} ビームと $\bar{\nu}_{\mu}$ ビームのエネルギースペクトルは図 2.10 のように変化する。

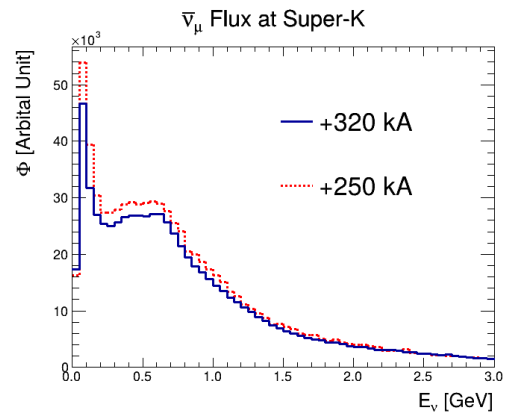
ハドロンの多くは長さ 96 m のトンネル状の空洞 “Decay volume” を飛行中に崩壊する。ニュートリノ生成標的の中心から、Decay volume 直後の Beam dump までの距離は合計で 109 m である。これは主なニュートリノ源である荷電 π 中間子が崩壊するには十分長く⁴、その崩壊で生じるミュオンはほとんど崩壊せずに Beam dump に届く長さである。

Decay volume で崩壊しなかったハドロンやハドロンの崩壊で生じるミュオンなど、ニュートリノ以外の粒子をせき止めるため、Decay volume の下流直後に Beam dump がある。ミュオンは wrong-sign ν_{μ} を生じるが、Beam dump などで静止させることでニュートリノが放出される角度が分散し検出器に届く数を減らすことができる。約 5 GeV を超えるミュオンは Beam dump では静止せず、さらに下流にあるモニター “MUMON” に到達する。

⁴A.1.1 に述べたように、運動量 1 GeV の π^+ ならおよそ 56 m 移動する。



(a) ν_μ フラックス



(b) $\bar{\nu}_\mu$ フラックス

図 2.10: ホーン電流 +250 kA と +320 kA のニュートリノフラックスの比較。ニュートリノモードで SK に到達する、振動を考慮しない ν_μ (a) と $\bar{\nu}_\mu$ (b) のフラックスを示した。エネルギーピークで ν_μ のフラックス強度が増加しているのに対し、背景事象になる $\bar{\nu}_\mu$ のフラックスは減少することが分かる。

2.2.3 ニュートリノ生成後のビームモニター

Off-Axis 法を採用している T2K 実験にとって、ニュートリノビームの向きや分布が設計通りに保たれていることを保証することは極めて重要である。そこでビームの向きや広がり程度を測るため、ニュートリノ生成系よりも下流に 2 つのビームモニターが設置されている。ニュートリノビームと強い相関のあるミューオンビームを測定することで、素早くビーム中心を決定する MUMON[33] と、前置検出器群と同じくニュートリノ生成標的の下流 280 m に置かれ、ニュートリノビームプロファイルを測定することでビームを直接監視する INGRID[2] である。

2.3 前置検出器

ニュートリノ生成標的から下流約 280 m の位置には前置検出器が置かれ、振動前のニュートリノを測定している。後置検出器よりもフラックス強度が大きく、フラックスちゅうのフレーバーの割合や、ニュートリノと原子核の反応断面積測定などの目的に適している。SK と同方向の Off-Axis 2.5° を測定する ND280 と、それとは別に 1.5° に置かれた WAGASCI/BabyMIND がある。図 2.11 のように INGRID, ND280, WG/BM が同じ地下ホールの異なる階にそれぞれ設置されている。また、HK 実験では新たに、ニュートリノ生成標的から下流約 870 m の位置に中間検出器 (Intermediate Water Cherenkov Detector, IWCD) が建設される。IWCD は上下に動かすことが可能で様々な Off-Axis 角での測定をする検出器である。

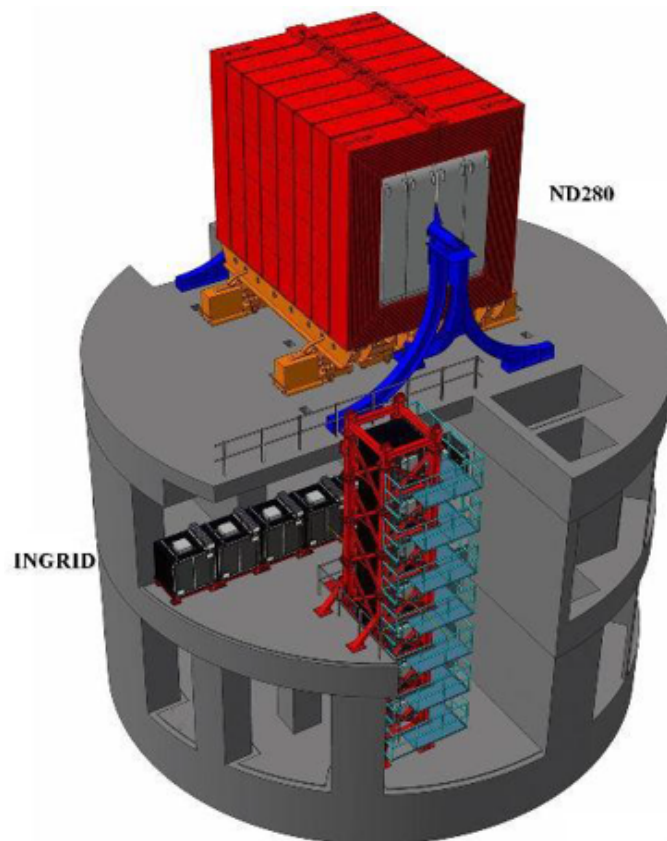


図 2.11: 前置検出器の配置。ND280 は INGRID と同じ距離に置かれ、INGRID の上部に位置する。INGRID の十字型に並んだモジュールが図示されており、この図にはないが INGRID の横方向のモジュールがある階のさらに下に WG/BM が設置されている。(Provided by T2K Collaboration)

2.3.1 ND280

ND280⁵は、ニュートリノ生成標的の下流 280 m、Off-Axis 2.5° に置かれた検出器である。電磁石により約 0.2 T の磁場を検出器全体にかけているため、粒子の電荷の符号を識別できる。図 2.12 に示すように、様々な原理の検出器が集まった複合検出器で、主な検出器は P θ D, TPC, FGD であるが、P θ D は 2023 年から ND upgrade と取り換えられ、現在の ND280 の検出器群の配置は図 2.13 のようになっている。これらの周りには P θ D Electromagnetic CALorimator (ECAL) と

⁵ND は Near Detector の意味。

Barrel ECALが設置されている。内側の検出器群で止まりきらなかった荷電粒子のエネルギーを測定する検出器であり、鉛の層とシンチレーター層が交互に重なった構造である。ECALをさらに囲むように電磁石のソレノイドコイルがあり、さらにコイルの周りに電磁石のヨーク部と、プラスチックシンチレーターでできたSide Muon Range Detector (SMRD)が設置されている。

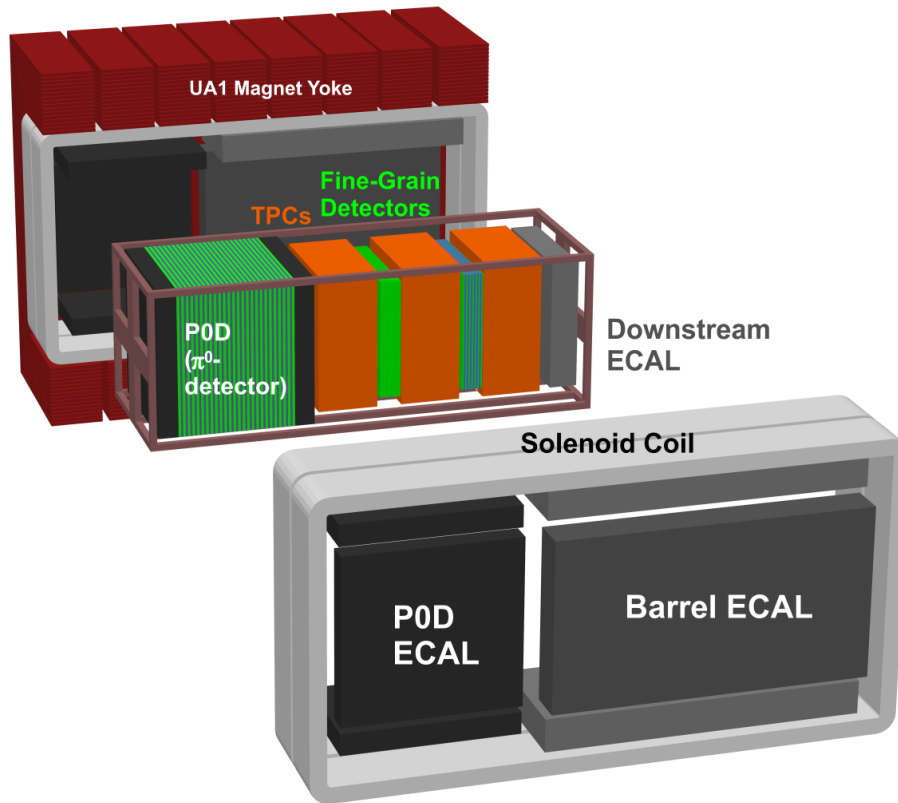


図 2.12: ND280 upgrade 前の検出器群の配置。(Provided by T2K Collaboration)

P0D

P0Dは棒状のシンチレーターを面状に並べたものを、向きを90°変えながら重ねた構造になっており、どのシンチレーターが発光したかを捉えることで、ニュートリノ反応で生じた荷電粒子の飛跡を再構成する。シンチレーター2層ごとに1つ水標的の層が並んでおり、水は取り除いた状態でも運用できる。P0Dの上下流端にも専用のECALが置かれており、これも鉛層とシンチレーター層を複数重ねた構造である。

FGD, TPC

P0Dの下流にはFGDとTPCが交互に導入されている。

Fine Grained Detector (FGD)は飛跡検出器であり、標的を兼ねる棒状のプラスチックシンチレーターを面上に並べ、一層毎に90°向きを変えて重ねたものである。上流のFGD (FGD1)は15層全てプラスチックシンチレーターであるのに対し、下流のFGD (FGD2)は6層に水標的の層が含まれ、それぞれFGD1と同じシンチレーター層に挟まれている。

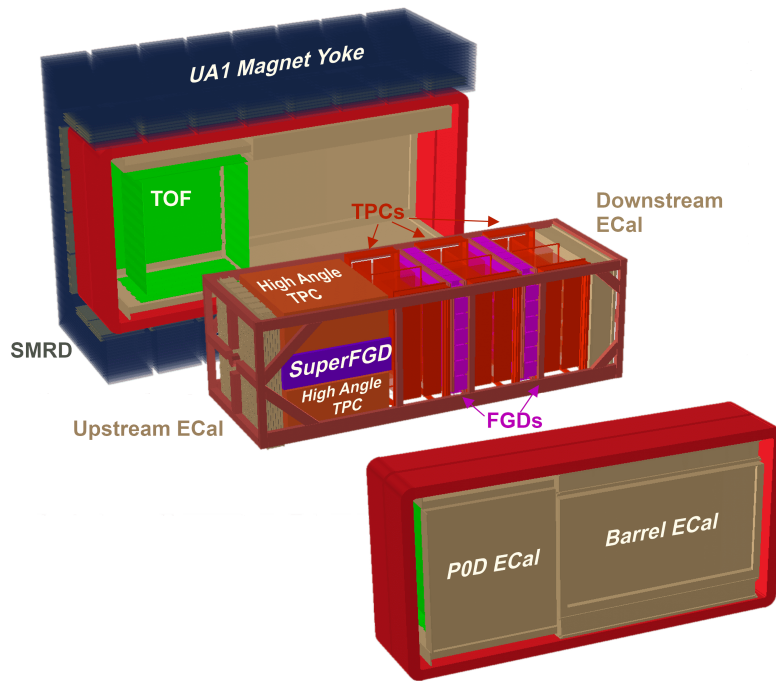


図 2.13: ND280 upgrade 後の検出器群の配置。(Provided by T2K Collaboration)

Time Projection Chamber (TPC) はガス検出器で、FGD など周りの検出器から出てきた粒子の識別や飛跡再構成をすることが主な役割である。

T2K では FGD と TPC で取得したデータから、ニュートリノ振動解析におけるニュートリノフラックスとニュートリノ反応断面積に由来する誤差に制限をかけている。 ν_μ や $\bar{\nu}_\mu$ の反応で生じるミューオンや π 中間子を測定することで、ニュートリノ事象を再構成する。

ND upgrade

ND upgrade は P0D に代わり 2023 年に導入された検出器群である。従来よりも広い散乱角に対する感度を持つとともに、短い飛跡の再構成を可能にすることを目的として開発された。SFGD, HAT, TOF, P0D 上流の ECal から成る。

Super-FGD (SFGD) は 1 cm 角の立方体型のプラスチックシンチレーターキューブを 192cm × 182cm × 56cm に約 200 万個並べた構造である。キューブ一つ当たり 3 本の波長変換ファイバーがそれぞれ xyz 軸方向に通されており、ファイバーを通過してきたシンチレーション光を捉えることで粒子の位置をキューブ単位で再構成できる。SFGD では約 1 cm 以上の飛跡を持っていればどの方向でも複数のシンチレーターが反応する。また、それよりも短くキューブ一つだけが発光するような飛跡も、3 方向の射影を取っていることで 3 次元の位置を得ることが可能である。これにより飛跡の短い陽子なども飛跡再構成が可能になり、従来よりも低エネルギーの陽子を捉えることができるようになった。

High Angle TPC (HAT) は大角度に散乱した粒子の運動量測定などのため SFGD の上下に置かれた TPC である。ND280 の磁場は x 軸に平行な向きに印加されており、ビームの向き (z+ の向き) に放出された荷電粒子は鉛直方向に軌道が曲げられる。このため HAT は SFGD の左右ではなく上下に設置されている。

Time Of Flight (TOF) は SFGD と HAT の周り 6 面を囲むように導入されている。入射した粒子の時間情報を精密にとらえることで、前後方向の運動の向きを区別して後方散乱などを識別す

ることや、検出器の外から入射する粒子の背景事象を除去するのに使われる。

2.3.2 WAGASCI/BabyMIND

WAGASCI/BabyMIND は WAGASCI 検出器と BabyMIND の複合検出器であり Off-Axis 1.5° に設置されている。図 2.14 のように 2 つの WAGASCI モジュールの間に Proton Module と NINJA 検出器が設置され、それらの下流に BabyMIND が設置されている。また、Proton Module の左右に Wall MRD がある。

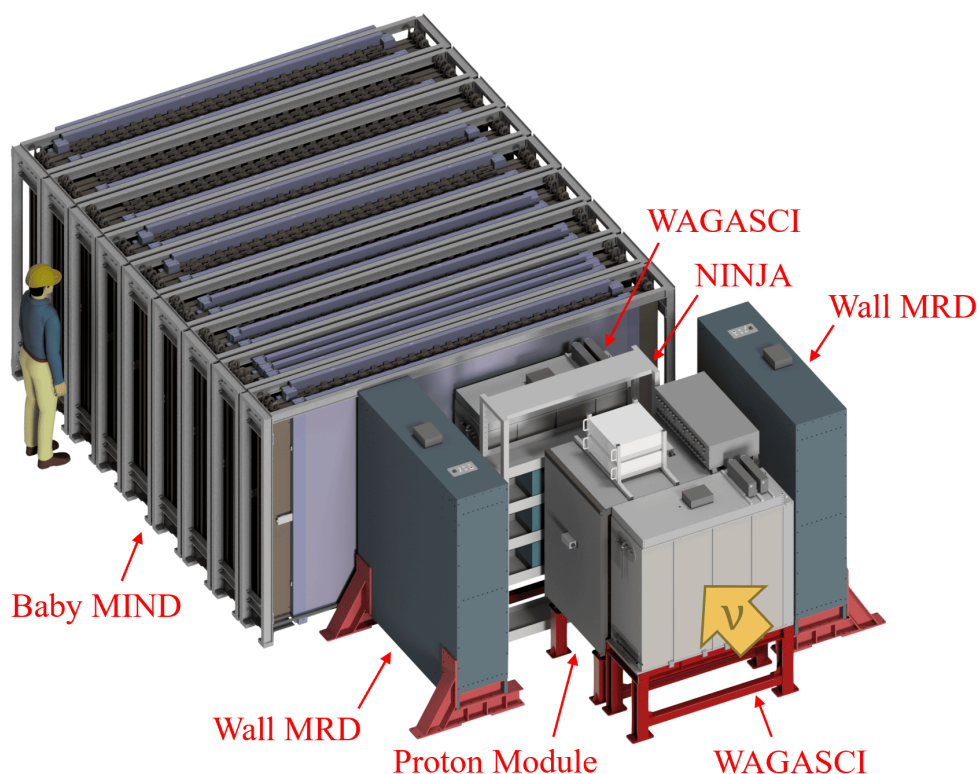


図 2.14: WAGASCI/BabyMIND 検出器群の配置。(Provided by T2K Collaboration)

WAGASCI

Water Grid And SCIntillator 検出器 (WAGASCI) は水とプラスチックの、ニュートリノとの反応断面積の比率を測定することを目的に作られた検出器である。図 2.15 のようにプラスチックシンチレーターをグリッド上に並べた層と面上に並べた層を重ねた構造により、シンチレーターで仕切られた直方体の領域が作られ、そこに計 600 kg の水標的を蓄える。Upstream WAGASCI と Downstream WAGASCI の二つのモジュールに分かれている。

Proton Module

Proton Module はニュートリノとプラスチックの反応を調べられる検出器で、Upstream WAGASCI の下流直後に設置されている。棒状のシンチレーターを面状に並べ、それを向きを変えながら 34 層重ねた構造である。Proton Module と WAGASCI 検出器の測定結果を比較し純粋な水の反応断面積を測定することを目的とする。

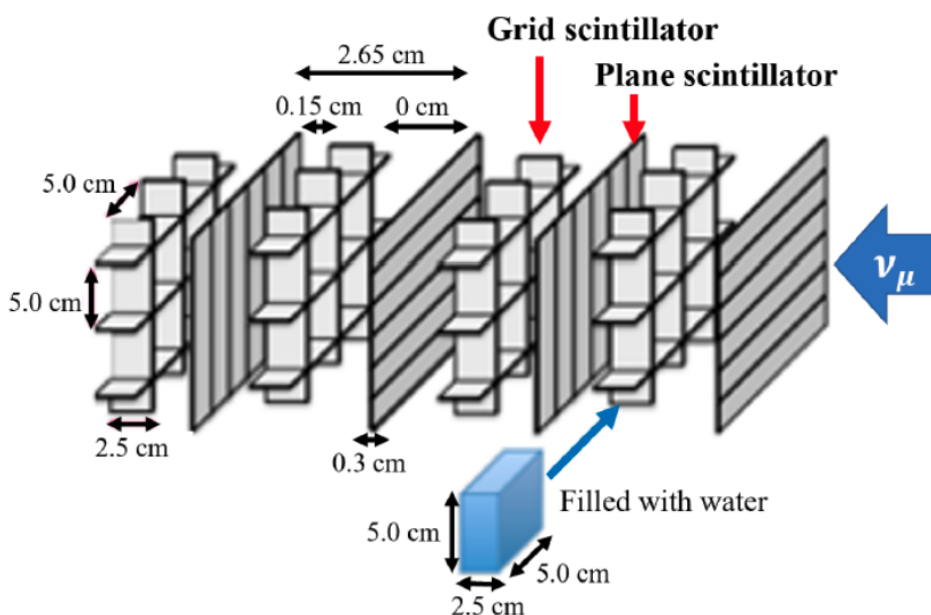


図 2.15: WAGASCI 検出器内部のシンチレーターの配置。シンチレーターで区切られた空間に検出標的の水が入る。図は [23] より引用した。

Wall MRD, BabyMIND

Wall MRD と BabyMIND はいずれもミューオンの検出を主な目的とした検出器である。Wall Muon Range Detector (MRD) は WAGASCI と Proton Module の左右を挟むように置かれている。Magnetized Iron Neutrino Detector (BabyMIND) は Downstream WAGASCI のさらに下流に置かれており、WAGASCI 検出器などでのニュートリノ反応で生じたミューオンを捉える。電磁石による約 1.5T の磁場でミューオンの飛跡を曲げ、その電荷の符号も決定する。

NINJA

Neutrino Interaction research with Nuclear emulsion and J-PARC Accelerator (NINJA) 実験 [38] の原子核乾板が Proton Module と Downstream WAGASCI の間に置かれている。NINJA はニュートリノ反応の精密な理解を目的とする、T2K とは独立のプロジェクトである。ニュートリノ反応を原子核乾板で捉えることで非常に高い位置分解能を得ることができるため、ニュートリノ反応で生じた飛跡の短い 2 次粒子を捉えることができる。

2.3.3 IWCD

Intermediate Water Cherenkov Detector (IWCD) は HK 実験において前置検出器に加えて振動前のニュートリノを測定する検出器で、ニュートリノ生成標的から下流約 870 m の、J-PARC 構外の土地で現在建設中の新しい検出器である。後置検出器と同じく水チェレンコフ検出器であり、検出原理の違いによる系統誤差を抑えることが期待される。検出器を上下に動かせる設計にすることで、Off-Axis 角を 1.5° から 4.0° まで選ぶことができる検出器である。

直径約 10 m、高さ約 50 m の円柱型の地下空洞に水を張り、純水で満たされた直径 9 m、高さ 12 m の水チェレンコフ検出器を浮かせるような形で運用される。空洞の中の水位を変えることで検出器の位置を調整する。

IWCD では multi-PMT という新しい光センサーが使われる。これは直径約 8 cm の小型の PMT(光電子増倍管)19 本を直径 50 cm の一つのモジュールにまとめたものである。1 つの multi-PMT の中であえて PMT 一つひとつの向きを変え、光量の違いからチェレンコフ光の到来方向への感度を上げることを目指している。

IWCD の標的質量はおよそ 600 トンであり、これは従来の前置検出器よりはるかに大きい。T2K のような高強度のニュートリノビームでは、ニュートリノ生成標的に近すぎると複数のニュートリノイベントが極めて短時間に起こり、ほとんどがパイルアップしてしまう。これを防ぐために従来の 280 m から距離を離して建設することになり、中間 (Intermediate) 検出器という名前がついた。

IWCD は Hyper-Kamiokande と同じく 2028 年の運用開始を予定している。T2K で最も大きな系統誤差である、水とニュートリノの反応断面積を測定することが目的となっている。電子ニュートリノと反電子ニュートリノの反応断面積の違いなどに関する不定性が特に重要である。

ニュートリノ反応モデルに依存しないエネルギー毎のニュートリノ反応断面積測定

J-PARC のニュートリノビームは単一のエネルギーではなく、ニュートリノ反応で生じる 2 次粒子の運動量からエネルギーを再構成する。しかし、その精度の見積もりには、ニュートリノ-原子核反応断面積を核エネルギーで知っている必要がある。IWCD の目的の一つは、原子核モデルに依存せずニュートリノ反応断面積をエネルギー毎に測定することである。

図 2.16 に示したように、IWCD は Off-Axis 角を変えることでニュートリノフラックスのエネルギー依存性が変わることを利用する。ニュートリノフラックスは Off-Axis 角を小さくするとエネルギーピークが高エネルギーにシフトし、大きくすると低エネルギーにシフトする。それに対し高エネルギーの成分はスペクトルの形がほぼ変わらない。従って異なる Off-Axis 角同士のフラックスを適切な割合で足し引きすると、本来のニュートリノビームよりも細いエネルギーピークのフラックスが得られる。異なる角度で測定した結果をフラックスが打ち消しあう割合で足し引きすることで、疑似的に細いエネルギーピークのニュートリノビームを使った断面積測定の結果が得られるため、各エネルギーにおける反応断面積が測定できる。

本研究との関係性

このような様々な Off-Axis 角の位置でのニュートリノ測定を組み合わせるという試みは本研究の目的に深く関係する。

IWCD の測定はニュートリノフラックスの形状の変化に頼ったものであり、事前にニュートリノフラックスの位置依存性を正確に予測しておくことが重要である。また、IWCD は小型の水チェレンコフ検出器であるため、約 1 GeV を超えるミューオンなどは検出器の内部で静止せず、運動量の測定が困難となることや、電荷の符号識別ができずニュートリノ事象と反ニュートリノ事象の区別ができないといった観点からも、フラックスの精密な取り扱いが重要な課題である。さらに、フラックスの誤差も検出器の位置に応じて変化するという効果を取り入れる必要がある。つまり、ニュートリノを複数の地点で観測する際の、フラックスの相関を実装する必要があるということである。

現在の T2K 実験の振動解析は多地点のニュートリノ測定を組み合わせることが想定されておらず、ND280 以外の前置検出器が含まれていない。特に問題となるのが観測地点間のフラックスの相関である。現在は ND280 と SK の間の相関が考慮されているが、単にこれを拡張する形で IWCD を加えると、IWCD が新しい観測点を追加するたびに相関の情報量を増やし続ける必要があり、深刻な計算コストの増加を招くため、現実的ではない。本論文の主題は、このような近い将来に

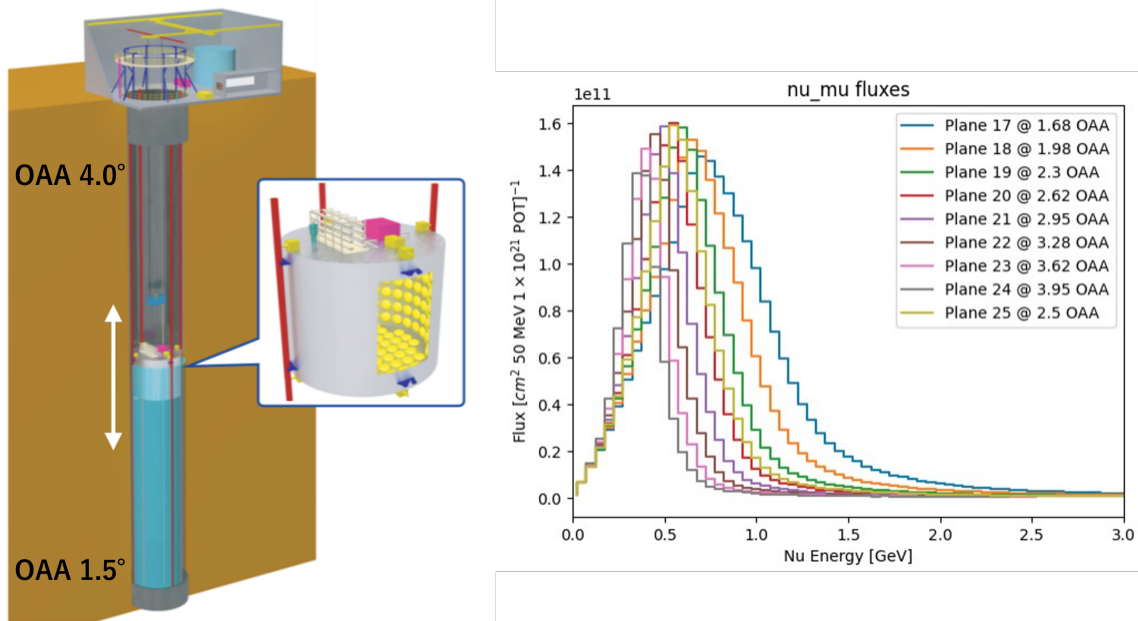


図 2.16: IWCD の模式図 (左) と Off-Axis 角 (OAA) ごとのフラックスの変化 (右)。左図は [19] から引用したものを一部編集した。右図は HK collaboration で作られたものだが、測量などを踏まえた最終的なフラックス予測はまだない。

期待される高度な測定に向け、多地点間のフラックス相関を効率的に取り扱う新しい手法を開発することである。開発の最終的な目標には、IWCD のニュートリノフラックスを、誤差も含めて Off-Axis 角に対し連続な関数として実装することを含む。

2.4 後置検出器

Super-Kamiokande (SK) や Hyper-Kamiokande (HK) は、円筒形の水槽を高純度の純水で満たし、水槽の壁面に光電子増倍管 (PMT) を取り付けるシンプルな構造の水チェレンコフ検出器である。チェレンコフ放射は媒質中の光速を超える粒子があったときに発生する光である。水の屈折率 n は約 1.33 で、水中の光速は $c/n \approx 0.75c$ であり、質量の約 1.5 倍以上のエネルギーを持っていればチェレンコフ放射を生じる閾値を超える。チェレンコフ放射はリング状に広がりながら検出器の壁面に届き、PMT の信号からこのリングの形状を捉えることで粒子が検出される。

リングの形状の違いから粒子を識別することができる。ミュオンは静止するまで真っすぐに飛び、リングはくっきりとした形に見えるが、電子やガンマ線は電磁シャワーを生じ、複数の粒子から生じたリングが重なるため、ぼんやりと広がった形状のリングが見える。

2.4.1 Super-Kamiokande

Super-Kamiokande⁶ (SK) は 50,000 トン (有効質量 22,500 トン) の水標的を蓄える巨大な水チェレンコフ検出器である。直径 39 m 高さ 42 m の水槽に PMT が設置されている。地下 1000 m の深さに巨大な空洞を掘って建設された。

SK の PMT は水槽の壁面よりも少し内側にあり、空洞の内側を向いた PMT と外側を向いた PMT が設置されている。PMT より内側を内水槽 (Inner Detector, ID) 外側を外水槽 (Outer Detector, OD) と呼び、遮光シートを使って分離される。OD は宇宙線ミュオンなどの背景事象の除去と、ID で観測された粒子が ID 内で静止したかどうかを識別するのに用いられる。

ID は直径 50 cm の PMT 約 11,000 本により壁面の 40 % が覆われている。OD は直径 20 cm の PMT 約 2,000 本が導入されている。

2020 年からは中性子の検出効率を上げるため SK の水にガドリニウムを導入された。捕獲時に放出するガンマ線は合計 8 MeV ほどのエネルギーを持ち検出しやすい。ガドリニウムを水中に 0.1% 溶かすだけで、中性子検出効率は 90% を超える。SK では超新星背景ニュートリノ (Diffused Supernova Neutrino Background, DSNB) の発見を目指しており、超新星爆発で生じる反電子ニュートリノが、SK の水と反応した際の中性子の検出効率を上げることが、ガドリニウム導入の主な目的である。

2.4.2 Hyper-Kamiokande

Hyper-Kamiokande (HK) は SK の後継となる検出器で、その有効質量は SK の約 8 倍である。2025 年 7 月 31 日に直径 69 m 高さ 94 m の空洞掘削が完了し [42]、2028 年に運用開始に向けて建設が続いている。HK 空洞の最上部から撮影した写真を図 2.17、最下部から撮影した写真を図 2.18 に示す。これは岩盤内に掘削された人工空洞として最大級のものとなった。高さ 71m までの円柱型の部分に 260,000 トン (有効質量 190,000 トン) の水標的を蓄える。

SK とは別の山中で、約 10 km 南の位置に建設される。50 cm PMT の性能が向上し、HK で予想される水圧にも耐えられるようになったうえ、光電面の量子効率の改善と、ダイノードの設計を大きく変えることで光電子の収集効率がそれぞれ約 1.4 倍となり、SK の PMT の約 2 倍の性能を持つ PMT が開発された。PMT の性能が上がったことから、壁面を 20 % カバーする 20,000 本の PMT を導入する。また、IWCD に導入される、multi-PMT を一部に導入する。

⁶Kamioka Nucleon Decay Experiment から Kamiokande。SK からは大気ニュートリノ問題の検証などのためニュートリノを測定することも目的にしているため、Neutrino Detection Experiment の略を兼ねる。



図 2.17: HK 空洞掘削完了を記念する、関係者見学会の様子。空洞の最上部から撮影したものであり、写真に写る人の大きさから空洞の大きさを体感できる。当時最底部の掘削が完了しておらず、中心部以外が1 m ほど高くなっており、まだ役目の残っている重機が並んでいる。



図 2.18: 空洞掘削が完了した HK 空洞の写真。[42] より

2.5 各検出器に到達するニュートリノフラックスの予測

2.5.1 ニュートリノフラックス予測の概要

各検出器に到達するニュートリノフラックスは Monte Carlo Simulation (MC) で予測している。2.6 節に示すように、T2K 実験では前置検出器 (ND) の測定により後置検出器 (FD) の観測予測をしているが、以下のような理由で各検出器のニュートリノフラックスとその相関を予測することが必要とされる。

ND と FD では振動によりニュートリノフラックスがエネルギーに応じて変化しており、そのためには ND でニュートリノ反応断面積を各エネルギーに分けて測定する必要がある。また、ニュートリノ生成標的から見て ND は FD よりも広い Off-Axis 角 (立体角) を測定している。特に Decay volume の長さが 100 m なのに対し ND が標的の下流 280 m にあることで、FD と違ってニュートリノ生成系が 1 点に集中しているとみなすことができない。このように ND は FD に入らないニュートリノも測定しているため、ND と FD はニュートリノフラックスが異なる。従って ND による測定の誤差の振動解析への伝播を考える上で、検出器間のニュートリノフラックスの相関を知る必要がある。また、ニュートリノ反応断面積を各エネルギーで決定するために ND280 と WG/BM の統合解析や、IWCD による測定など、ND による多地点の測定を統合解析することが考えられているが、そのためにも必要な情報である。

T2K 実験のフラックスのシミュレーションは図 2.19 のように 3 段階に分かれる。陽子ビームがターゲットに照射された際のターゲット内のハドロン相互作用は、FLUKA 2011.2[26, 21] が使われる。電磁ホーンの効果やターゲット外でハドロンがニュートリノに崩壊するまでの反応などのシミュレーションは、JNUBEAM という Geant3 を基にした T2K 独自のソフトウェアにより計算される⁷。最後に Flux Tuning という T2K 独自のソフトウェアを用いて、T2K 実験に特化したハドロン生成実験の実測値に合うように、MC サンプルを修正 (チューニング) することで、各検出器に到達するニュートリノフラックス強度がエネルギー毎に得られる。

JNUBEAM の出力ファイルには、MC ニュートリノイベント一つ当たり、そのニュートリノのエネルギーや運動の向き、親粒子の種類・運動量・崩壊した位置などに加え、それぞれの散乱で粒子の種類がどのように変化したかや、粒子の運動量、散乱が起きた位置、さらに粒子の物質中での飛行距離が物質の種類ごとに保存されている。Flux Tuning では、この情報を使い MC ニュートリノイベント一つひとつについて、保存されたハドロン相互作用が発生する確率などがハドロン生成測定の実験データに合うように、それぞれのイベントの新しい重みづけを計算する。

図 2.20 に FLUKA+JNUBEAM の MC サンプルの一例を示した。この例では、加速器から取り出された陽子を 1 次粒子として、

$$p \rightarrow p \rightarrow \pi^+ \rightarrow \pi^+ \rightarrow \pi^+ \rightarrow \pi^+ \rightarrow \pi^+ \rightarrow \pi^+ \rightarrow \nu_\mu \quad (2.9)$$

のように途中粒子の種類を変えながら 7 回⁸の散乱をし、最後の π^+ 中間子が崩壊することで ν_μ を放出している。ターゲット内の 2 回目の散乱で π^+ が生じ、3 回目の散乱でターゲットを出た後、第 3 ホーンで π^+ が散乱したという過程である。図 2.20 と同じく赤字で示した部分は FLUKA で、それ以降は JNUBEAM で生成される散乱である。実際にはこのような多重散乱は少ないが、フラックス予測の手順の理解に適した例を選んだ。この時、Flux Tuning ではそれぞれの散乱過程について FLUKA や Geant3 で計算された散乱確率と、実験結果から得られた散乱確率の比をかけて、JNUBEAM で計上された重みづけを修正する。

⁷Geant4 を基にした新しい MC ソフトウェアである、G4JNUBEAM を現在開発中であり、ここでは FLUKA と JNUBEAM による初めの 2 段階のシミュレーションが一本化される。

⁸一部の散乱が非常に近い位置で発生しているため描画する際に重なっているものがある。

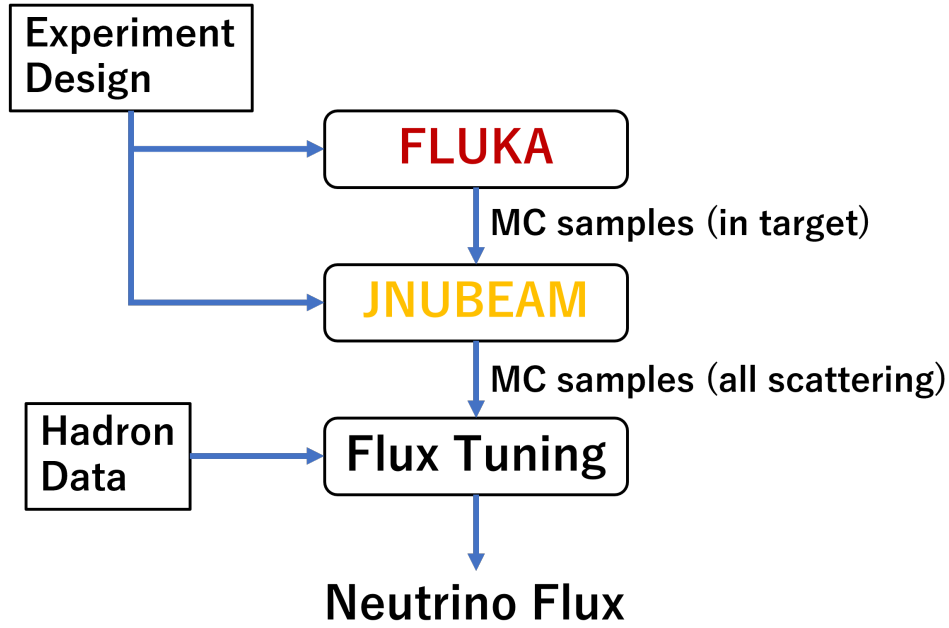


図 2.19: フラックス予測の流れの模式図。Hadronic な誤差の評価は Flux Tuning のみ、Non-Hadronic な誤差の評価はほとんどの場合 JNUBEAM の MC サンプル生成からやり直す。ハドロン測定データを測定誤差の分だけずらした値を Flux Tuning に入力するか、系統誤差の分だけ変化させたニュートリノ生成系の設計を JNUBEAM に入力することで、その変化に由来するニュートリノフラックスの応答を得ることができる。

2.5.2 Flux Tuning

Flux Tuning において最も重要なデータは CERN の NA61/SHINE 実験による測定データである。この実験では T2K のビームシミュレーションに重要なエネルギー帯に特化した 2 つの測定を行っている。一つは陽子ビームと薄い炭素標的 (Thin target) のハドロン生成断面積を測定したもので、もう一つは T2K のニュートリノ生成標的と同じ形状の炭素標的 (Replica target) でのハドロン生成数を測定したものである。NA61/SHINE 実験について詳細は次節で述べる。

Thin target は厚さ 2 cm の薄い炭素標的であり、陽子や様々なハドロンの運動量と角度に関する微分生成断面積を測定した [13]。実際には、データは“ハドロン生成断面積”とハドロン生成反応が起きた際に角運動量、角度ビンで平均どれだけのハドロンが放出されるのかを表す“多重度”で与えられる。チューニングでは、まず測定された全反応断面積 σ^{DATA} と MC における全反応断面積 σ^{MC} の差 $\Delta\sigma = \sigma^{\text{DATA}} - \sigma^{\text{MC}}$ と比 $\frac{\sigma^{\text{DATA}}}{\sigma^{\text{MC}}}$ を用い、粒子の周りの物質の密度を ρ 、その物質中を移動した距離を x として、

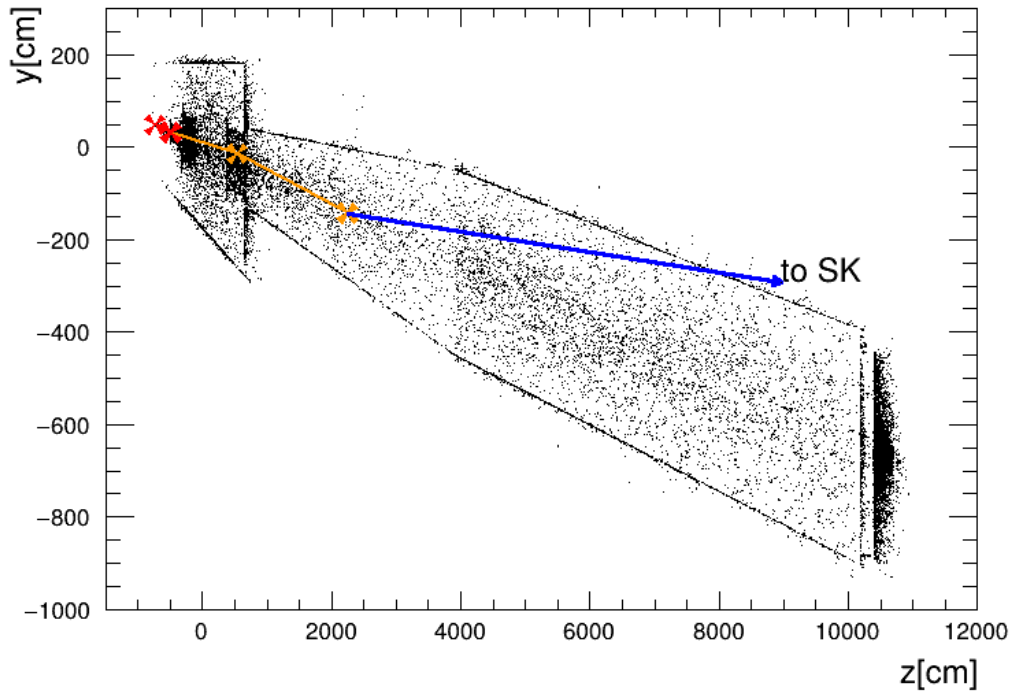
$$w_{\text{xsec}} = \begin{cases} \exp(-\Delta\sigma\rho x) & \text{相互作用しないとき} \\ \exp(-\Delta\sigma\rho x) \frac{\sigma^{\text{DATA}}}{\sigma^{\text{MC}}} & \text{相互作用したとき} \end{cases} \quad (2.10)$$

のように係数をかける。これにより、散乱事象が発生する確率を修正する。

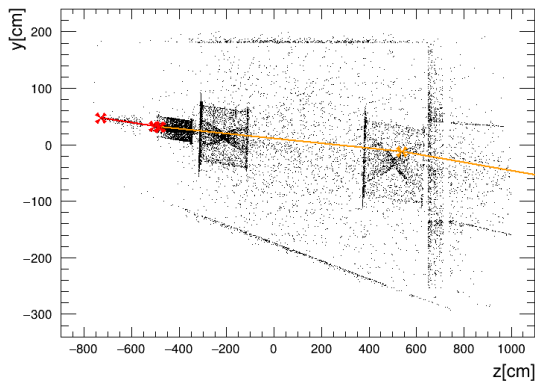
加えて多重度を用いてハドロンの角運動量、角度に応じて以下の係数をかける。

$$w_{\text{mult}} = \left(\frac{dn^{\text{DATA}}}{dpd\theta} \right) / \left(\frac{dn^{\text{MC}}}{dpd\theta} \right) \quad (2.11)$$

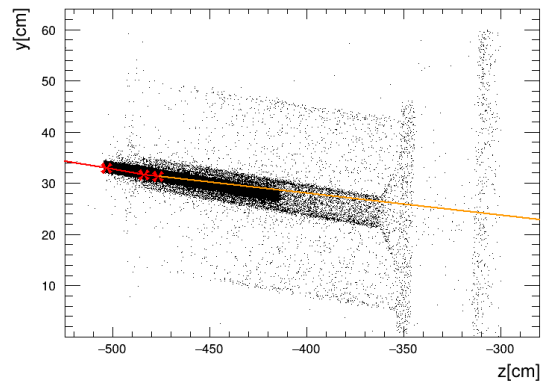
$\frac{dn}{dpd\theta}$ は運動量 p 、角度 θ における多重度である。



(a) 全体



(b) Target Station



(c) Target and Horn 1

図 2.20: FLUKA, JNUBEAM による MC サンプルの例。ここでは JNUBEAM の 1 つの出力ファイルに保存された 108857 個の MC サンプルについて、その全ての散乱が生じた点 (黒点) を示した。物質の違いで散乱確率が変わるため、電磁ホーンや壁がある位置が浮かび上がっているのが分かる。左がビーム上流、右が下流である。図 (a) 右下の集合は Beam dump での散乱である。図 (b) は Target Station、図 (c) はターゲットと第 1 ホーン周辺を拡大したものである。(b) の左端の集合は Baffle、その右側 3 つの集合は電磁ホーンでの散乱が多いことを示している。(c) は陽子ビームが直接当たるターゲット内の反応点が特に多いことを示しており、ホーンの少し外から途中まで入っているターゲットの形が浮かび上がっている。また、例としてある一つの MC サンプルの散乱過程を線で結び示した。ここでは単に散乱した点同士を直線で結んでおり、電磁ホーンによって軌道が曲がる様子などは示していない。この例ではターゲット内で 3 回の散乱が起こり、その後第 3 ホーンで散乱し、Decay Volume でニュートリノを放出した。赤色で示した過程はターゲット内での反応であり、FLUKA で計算する。オレンジ色で示した過程はターゲット外の反応であり、JNUBEAM で計算する。ニュートリノの軌道は青色の線で示した。この先に SK があり、この向きにニュートリノを放出する確率が保存される。

このデータはターゲット内の陽子や中性子の2次以上の散乱にも用いられている。しかしデータは31 GeV/cの陽子ビームを炭素標的に照射した測定結果であるのに対し、2次散乱の陽子は異なる入射エネルギーを持つ。また、測定データが無い位相空間への散乱についても考える必要がある。そこで、Feynman Scaling[27, 25]とBMPT parameterization[22]を用いて外挿を行っている。

おおまかには始状態の外挿にFeynman Scalingが、終状態の外挿にBMPT parameterizationが必要である。 Λ 粒子の生成は、バリオン数が保存することを要請しつつ $p \rightarrow p$ 散乱の測定データからチューニングされる。

ターゲット内の複数回にわたる散乱過程をThin targetデータで修正しようとする、測定誤差が蓄積し、ニュートリノフラックスに残る誤差が大きくなってしまう。そこで、Replica targetの測定で、ターゲット内の反応過程を無視できるように、ターゲットから放出されるハドロンの多重度を測定している。3.2.1節でも述べる通り、Replica targetでは粒子の運動量と散乱角に加え、ターゲットのどの位置から放出されたか、についても測定する。チューニング前のMCサンプルでターゲットを出た時の粒子の運動が、Replica targetで測定した位相空間に含まれる場合、ターゲット内の反応に関わらず、Replica target測定の該当するビンのDATA/MCの比により重みづけを修正する。これによりニュートリノフラックスの誤差を小さく抑えることができる。

ターゲット外のメソン生成などは、炭素以外の標的についてハドロ生成反応を測定した、NA61/SHINE実験以外の実験によるデータも用いてチューニングされている。一部の反応過程は対応する測定データが存在しない。ただしそのような反応の一部は、誤差評価に用いることができる実験が存在する。さらに、誤差評価に利用できるデータも存在しない散乱過程(Unconstrained Interactions)については、7種類の始状態の粒子(π^+ , π^- , K^+ , K^- , K_L^0 , p , n)から5種類の終状態の粒子(π^+ , π^- , K^+ , K^- , K_L^0)への35種類の散乱モードが考慮され、複数の現象論的なモデルの比較から、おおまかな誤差が計上されている。Unconstrained Interactionsの詳細は、3.3節で改めて述べる。

まとめると、Replica targetで測定した位相空間を外れたハドロ生成反応はThin targetでターゲット内の反応からチューニングする。Thin targetでチューニングできない反応はNA61/SHINE実験以外の測定データに基づいてチューニングし、それでもチューニングできない反応は誤差評価のみ測定データに基づき計算する。誤差評価に用いるデータもない反応の内35種類の散乱モードはUnconstrained Interactionとして誤差を計上し、これら全ての条件を外れる反応の寄与は非常に小さいため、誤差評価の段階でも無視される。

2.5.3 NA61/SHINE 実験

SPS Heavy Ion and Neutrino Experiment (NA61/SHINE) 実験は、CERN SPS 加速器のNorth Areaにある、固定標的を用いた実験である。ニュートリノに限らず幅広い物理測定に取り組んでいる。特にニュートリノ実験のための測定では、T2KだけでなくFermilab Main InjectorのニュートリノビームラインのReplica targetやDUNEで使われる予定の標的を用いた測定なども行われている。

図2.21にある通り複数のTPCを用い、一部には超伝導電磁石を導入して、高い精度で生成粒子の運動量を測定する。 dE/dx やTime of Flight (TOF)の情報も組み合わせて粒子識別を行う。このようにして陽子ビームと標的の、生成粒子毎の二重微分断面積($d^2\sigma/dp d\theta$)を測定している。

T2KのFlux Tuningに用いられるデータは以下に示す表2.1のように取得された。現在Flux Tuningに取り入れられているのは2010年までの測定データである。2022年に取得したReplica targetのデータは2025年時点で解析途中であり、T2Kの解析にはまだ取り入れられていない。

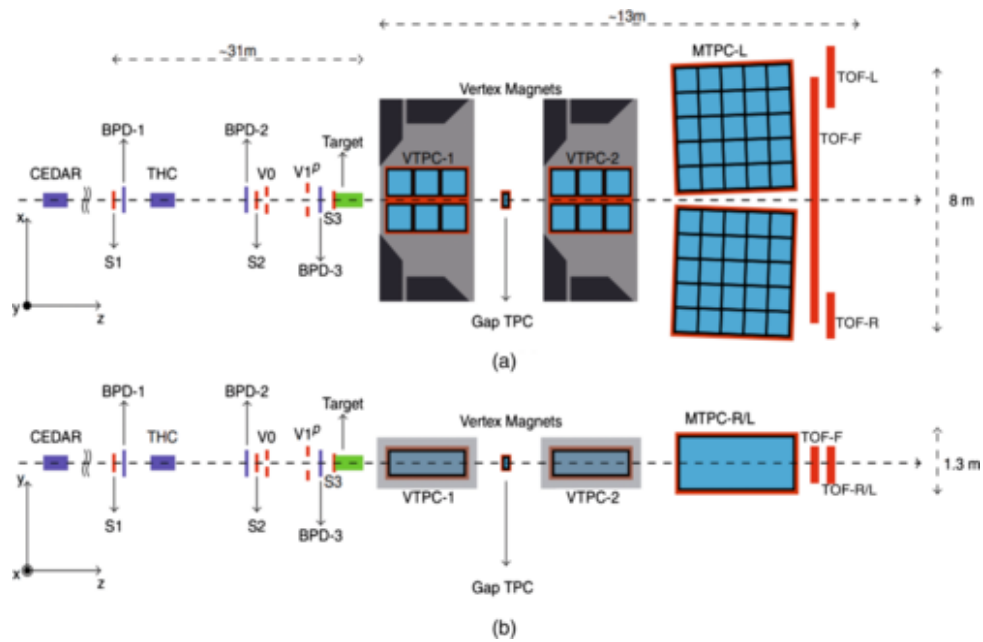


図 2.21: NA61/SHINE 実験のセットアップ。(a) は上から、(b) は横から見た図。図は [16] より引用した。

表 2.1: NA61/SHINE 実験の T2K に関する測定。

	時期	累計統計量 (POT)	備考 (新しく解析した生成粒子など)
Thin	2007 年	0.7×10^6	$\pi^\pm, K^\pm, p, K_S^0, \Lambda$ [9, 12, 10]
	2009 年	5.4×10^6	位相空間の拡張 [13]
Replica	2007 年	0.2×10^6	π^\pm [11]
	2009 年	2.8×10^6	- [14]
	2010 年	10×10^6	K^\pm, p [15]
	2022 年	150×10^6	K^\pm の位相空間拡張と K_S^0, Λ

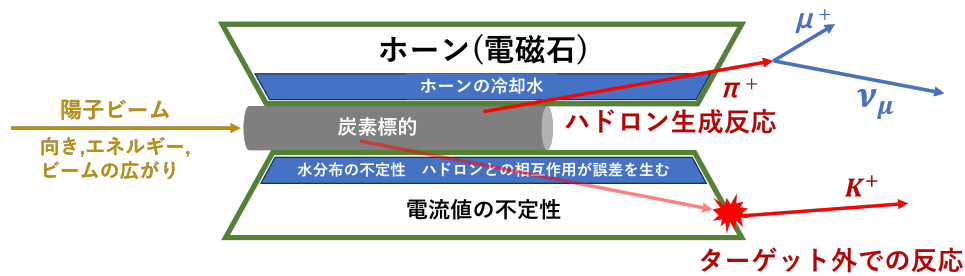


図 2.22: ニュートリノ生成系の模式図。陽子ビームのエネルギーや広がり、照射される位置などの不定性、電磁ホーンの電流の不定性、ホーンの冷却水の分布や、ターゲットやホーン的设计された位置からのずれなどの、実験起因の誤差と、ターゲット内外のハドロン相互作用の不定性に由来する誤差が存在する。

2.5.4 ニュートリノフラックスの不定性

図 2.22 に T2K のニュートリノ生成標的周辺の模式図を示す。ここに示したそれぞれの要素がニュートリノフラックスの不定性の原因となる要素である。

Flux Tuning に用いられるハドロン相互作用の測定データには全て測定誤差が含まれる。この誤差が原因で生じるフラックスの不定性は、Flux Tuning に入力するハドロン測定データを測定誤差の分だけずらしてニュートリノフラックスの応答を得ることで評価できる。この時、統計誤差は各位相空間のビンで独立だが、系統誤差には相関がある。T2K では通常 Monte Carlo 法を使い、相関を考慮したうえで測定誤差の範囲に合うような分布で生成した乱数をハドロン測定値として入力し、ニュートリノフラックスを取得する、という手順を数百回繰り返し、ニュートリノフラックスの分布を得る。

また、陽子ビームの向きやホーン電流の不定性、ターゲットやホーン的设计された位置に対するずれなど、実験に起因する系統的な誤差がある。それらを記述する変数はハドロン反応に比べて非常に少なく、さらにほとんどが互いに独立な変数である。それぞれの変数を誤差の大きさだけずらした時のニュートリノフラックスの変化を計算することで、フラックスの不定性が評価できる。実験のセットアップを変更した時の変化を見る必要があるため、FLUKA と JNUBEAM による MC サンプルの作成からやり直して評価される。

T2K では検出器ごと、ビームモードごと、フレーバーごと、ニュートリノエネルギーごとのフラックス強度を用いて解析を行っている。誤差を正しく扱うにはこれらに対応する変数間の共分散ないしは相関が必要がある。図 2.23 は相関行列を図示したものである。どのような解析に使うかに応じて、全てのフレーバーについてエネルギーを同じように 20 個に分割する場合と、フレーバーごとにエネルギーの分割方法を変える場合がある。20 個に分割する場合、検出器ごとの変数の数は 4 種類のフレーバーと 2 種類のビームモードがあることから 160 個となり、したがって ND280 と SK のフラックス相関をまとめた行列の大きさは 320×320 である。フレーバーごとに分割方法を変える場合は、right-sign ν_μ は 11 個、wrong-sign ν_μ は 5 個、right-sign ν_e は 7 個、wrong-sign ν_e は 2 個にエネルギーを分割する。これはフラックス強度がフレーバーごとに大きく違うため、同じ精度での測定は必要ないことに合わせている。2つのビームモードがあるため検出器一つ当たり 50 個のフラックスパラメーターとなり、ND280 と SK のフラックス相関行列は 100×100 となる。いずれの場合も変数の数は検出地点の数に比例する。また、エネルギー毎のフラックス強度を使うため、エネルギーをどのように分割するかにも依存する。基本的に 0.1 GeV から 30 GeV を対数スケールで等間隔となるように分割し、フラックスピーク付近は形状が分かるように細かく分割している。

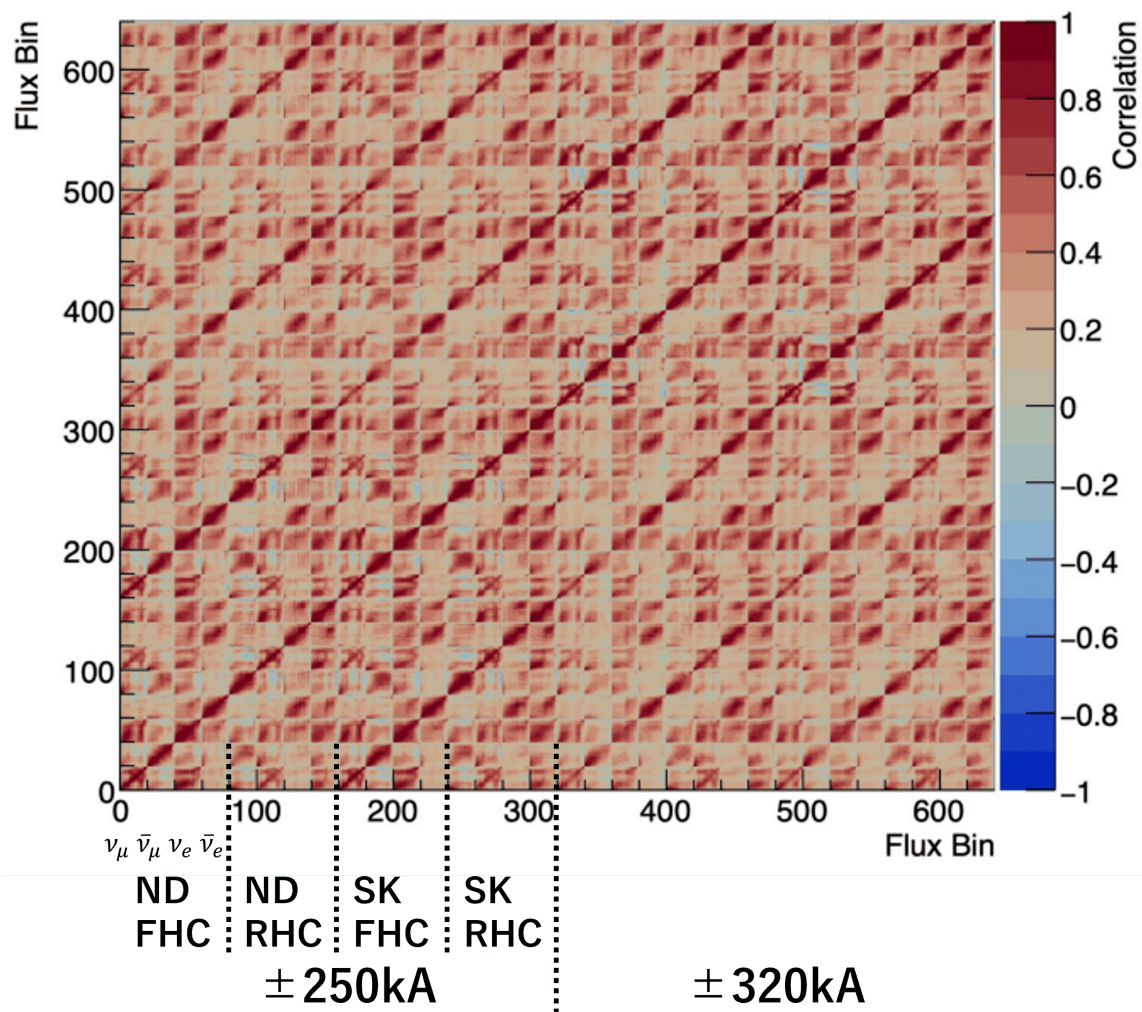


図 2.23: ND280 と Super-K のフラックスの相関行列。エネルギーについて 0 GeV から 30 GeV を 20 ビンに分けた時の各ビンのフラックス強度が変数である。図は T2K Collaboration が提供したものを一部編集したものである。

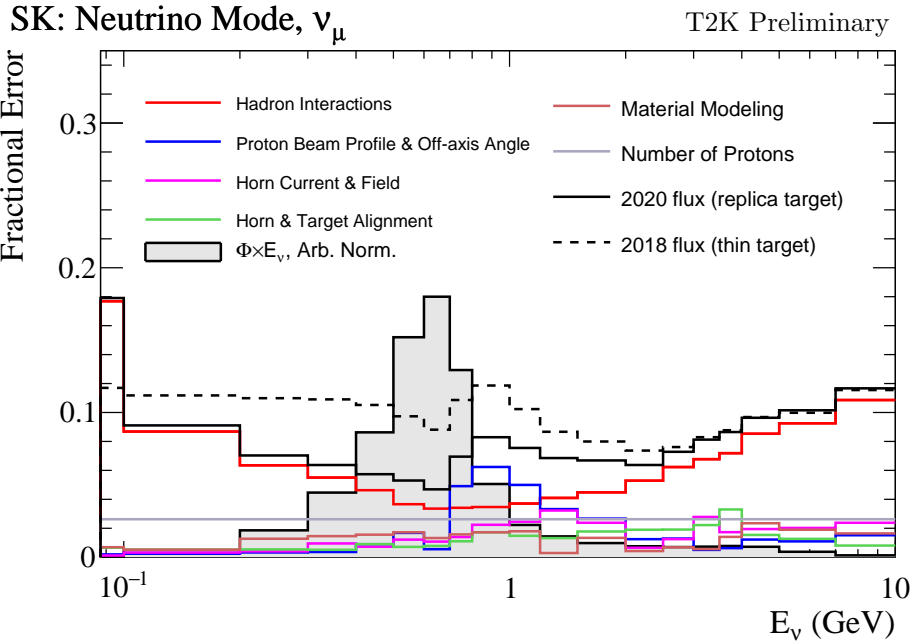


図 2.24: ν -mode における SK の ν_μ フラックスの誤差の内訳。図中の 2020 flux (replica target) が誤差成分の合計の誤差を示している。なお、2020 年の解析から NA61 の Replica target のデータが用いられており、それ以前の合計の誤差は 2018 flux (thin target) に示されている。

図 2.24 に、 ν -mode における Super-K の ν_μ フラックスの誤差の要因ごとの内訳を示す。合計の誤差はフラックスのピーク付近で 5 %程度である。最も大きな不定性の成分がハドロン相互作用に由来する不定性である。図 2.25 に、ハドロン反応による誤差の内訳を示す。フラックスピーク付近で最も大きな誤差は、メソン生成の多重度 (multiplicity) の不定性に由来するものである。Unconstrained Interactions の寄与がピーク付近では小さく、それ以外では大きい、これはフラックスピークに寄与するハドロン相互作用のほとんどが NA61/SHINE 実験などのデータに基づき制限できていることに由来する。図 2.26 に、実験起因の誤差要因によるフラックス誤差の内訳を示す。フラックスピークよりも少し高いエネルギーの領域に、陽子ビームの特徴 (Proton Beam Profile) の不定性に由来する誤差の寄与があり、これはハドロン反応による誤差の合計よりも大きい。陽子ビームの特徴はビームがターゲットにどのような位置及び向きで照射されたか、などによる。

2.5.5 ニュートリノフラックス関連の実装の将来性

現在の解析ではニュートリノフラックスの相関は検出器ごとのフラックス強度の間の相関として実装されている。この時共分散行列の行の数 (=列の数) は検出器の数、より正確にはニュートリノの測定点の数に比例する。将来の ND による多地点の測定を考えると、この行列が巨大になり深刻な計算コストの増加につながる。この問題は特に IWCD の測定を考えると深刻であり、IWCD が新しい測定点を加えるたびに新しいフラックスパラメーターを追加することになり持続可能ではない。

この問題の原因は、フラックス相関を検出地点の位置に依存する形で実装したことにある。ニュートリノフラックスの分布はニュートリノ生成系にのみ依存し、検出器の位置はそのどの部分を切り取ったか、という情報しか持っていない。フラックスに直す前のパラメーターの相関と、それらのニュートリノフラックスへの応答関数を作ることで、検出器の位置に依存しないフラックス

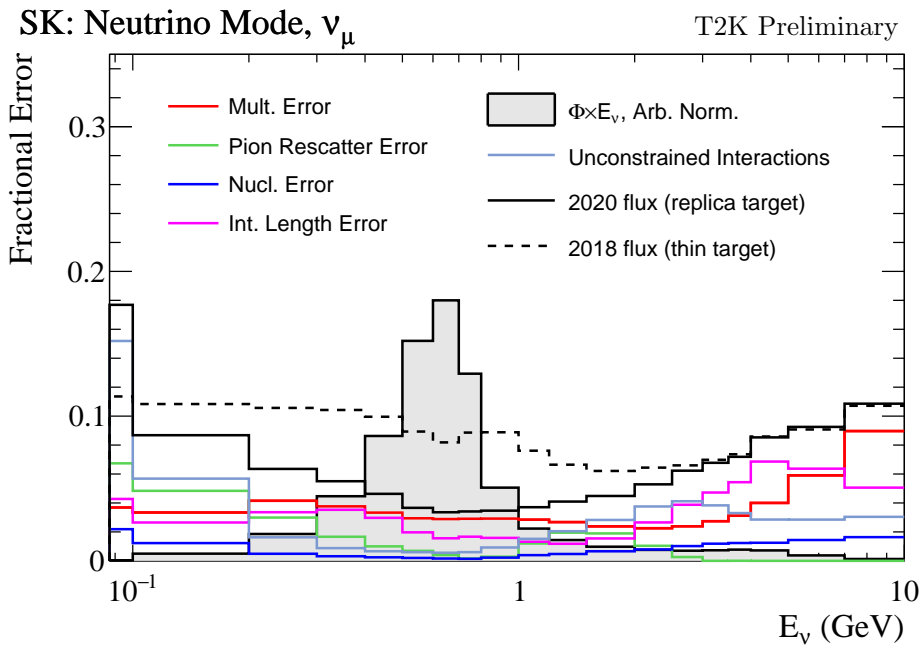


図 2.25: ν -mode における SK の ν_μ フラックス誤差のうち、ハドロン相互作用に由来するものの内訳。図中の 2020 flux (replica target) は図中に示された誤差成分の合計の誤差である。

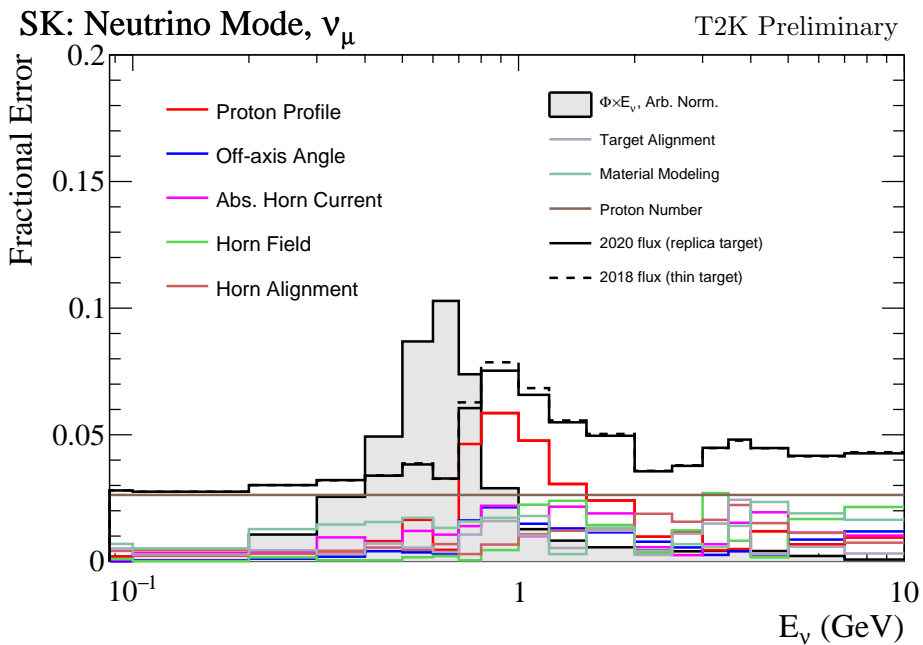


図 2.26: ν -mode における SK の ν_μ フラックス誤差のうち、実験起因のもの内訳。図中の 2020 flux (replica target) は図中に示された誤差成分の合計の誤差である。

関連の実装が可能である。このようなアプローチで新しいニュートリノフラックス関連の実装を目指すのが本修士研究の本題であり、3章以降で詳しく述べる。

2.6 前置検出器による制限

前置検出器はニュートリノフラックスとニュートリノの反応断面積の積を測定している。ニュートリノフラックスの予測と組み合わせることで、ニュートリノ反応断面積に制限がかけられ、後置検出器でのイベント数を精密に予測できる。

FD 予測のために ND で現在用いられているニュートリノイベントは以下のように分離されている。まずニュートリノの種類として ν -mode の ν_μ と $\bar{\nu}$ -mode の $\bar{\nu}_\mu$ 、及び RHC における ν_μ の 3 種類に分けている。3 種類目は、反ニュートリノの断面積はニュートリノに比べて約 1/3 なので、 $\bar{\nu}$ -mode における無視できない背景事象となるためである。それぞれのニュートリノに対して、反応の種類としてミューオンと反対の電荷の π 中間子が 0 個、1 個またはそれ以外の組み合わせが生じる反応の 3 種類に分けている。さらに反応標的として主にプラスチックから成る FGD1 とプラスチックに加え水も含む FGD2 を独立のサンプルとして扱っている。全体で 18 種類に分離されている。

これらのデータを使い、ニュートリノフラックスの不定性とニュートリノ反応断面積の不定性に制限をかける。フラックスの誤差は各ビンのフラックス強度で表されている。ニュートリノと原子核の反応の不定性はモデル内のパラメーター、例えばダイポールフォームファクターなどにより記述されている。

尤度は統計誤差と系統誤差に分けて計算される。

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \mathcal{L}_{\text{stat}} \times \mathcal{L}_{\text{sys}} \quad (2.12)$$

$\mathcal{L}_{\text{stat}}$ に前置検出器のデータが含まれる。系統誤差の要素はフラックス不定性、ニュートリノ反応断面積不定性、検出器の系統誤差である。

$$\mathcal{L}_{\text{sys}} = \mathcal{L}_{\text{flux}} \times \mathcal{L}_{\text{x-sec}} \times \mathcal{L}_{\text{detector}} \quad (2.13)$$

尤度 $\mathcal{L}_{\text{total}}$ から、前置検出器による制限されたニュートリノフラックスと反応断面積の事後分布を得ることができる。図 2.27 がその結果である。振動解析では検出器の系統誤差パラメーターについて尤度をプロファイルした、フラックスと反応断面積の分布を用いる。

系統誤差を記述する変数の分布はガウス分布として計算されている。多変量正規分布の場合尤度は以下のように表せる。

$$-2 \ln \mathcal{L}_{\text{sys}} = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T V^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.14)$$

\mathbf{x} , $\boldsymbol{\mu}$ はそれぞれ系統誤差変数と事前分布の中央値であり、 V はその共分散行列である。本研究では、4 章でこの関係を使う。

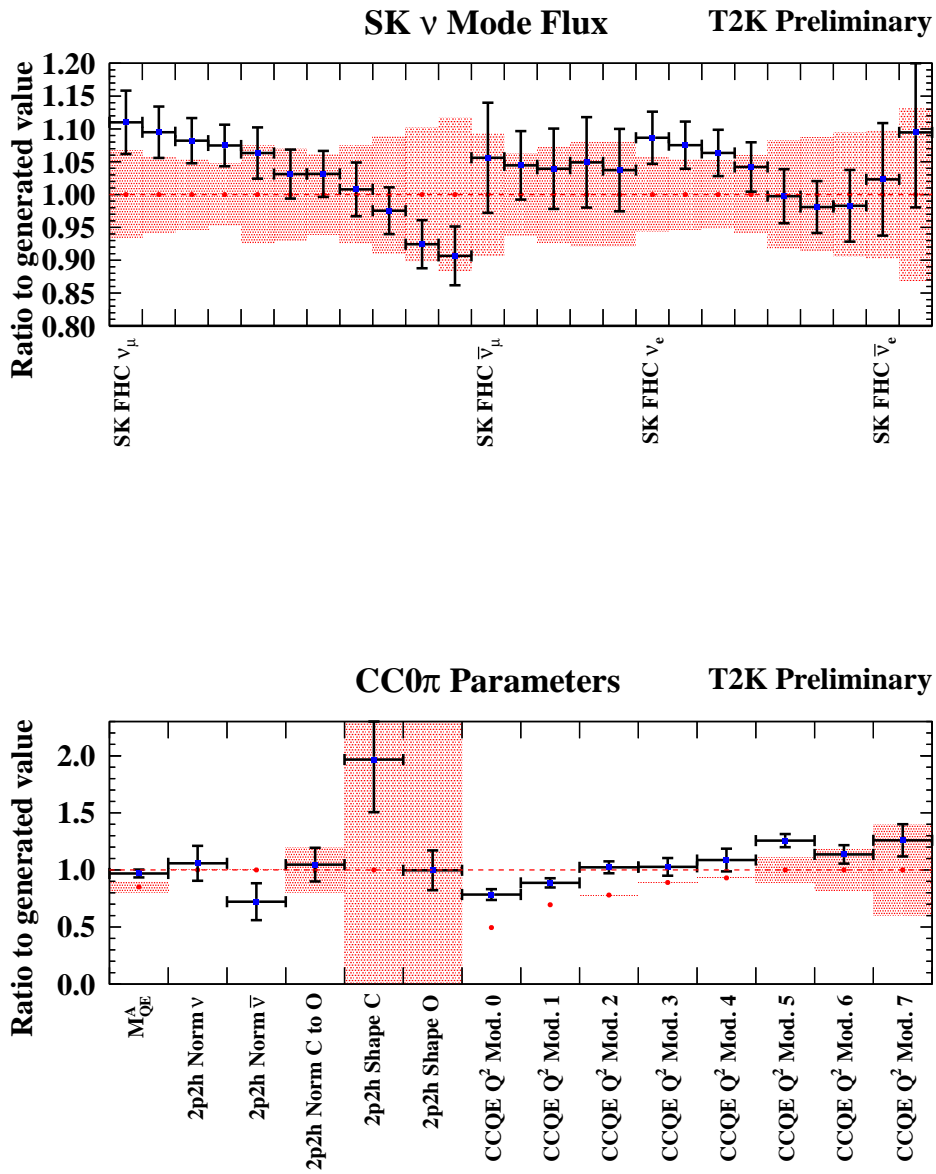


図 2.27: 文献 [5] での ND データによる制限の事前分布 (赤) と事後分布 (黒) の比較。例として上図に FHC における Super-K のフラックスにかかる制限、下図に CC0 π 反応の断面積を記述する変数にかかる制限を示した。フラックスは、左端から ν_μ フラックスを 11 個、 $\bar{\nu}_\mu$ フラックスを 5 個、 ν_e フラックスを 7 個、 $\bar{\nu}_e$ フラックスを 2 個にビン分けしたものが示されている。

2.7 振動解析

前置検出器のデータで制限したフラックスと断面積を事前分布とし、後置検出器での観測結果を加えて、ニュートリノ振動パラメーターの中心値と信頼区間を決定する。

文献 [5] の振動解析に用いられた後置検出器のニュートリノイベントは、5種類に分けられる。図 2.28 のように Cherenkov 光のリング形状から粒子を識別しており、“ミューオンらしい” (μ -like) リングや“電子らしい” (e-like) リングを捉えることでニュートリノのフレーバーを識別する。 ν -mode では μ -like のリングを一つ生じるイベント (1R μ -like)、e-like のリングを一つ生じるイベント (1R e-like)、e-like のリングに遅れてもう一つの e-like のリングが生じるイベント (1R e-like + decay e) の3つが考慮され、 $\bar{\nu}$ -mode では 1R μ -like と 1R e-like の2種類が考慮される。decay e は運動量が閾値を下回りチェレンコフ光を生じなかった π^+ 中間子の崩壊で生じる μ^+ の崩壊で放出される陽電子であり、 $CC1\pi^+$ 反応をしたニュートリノイベントで生じることを想定している。

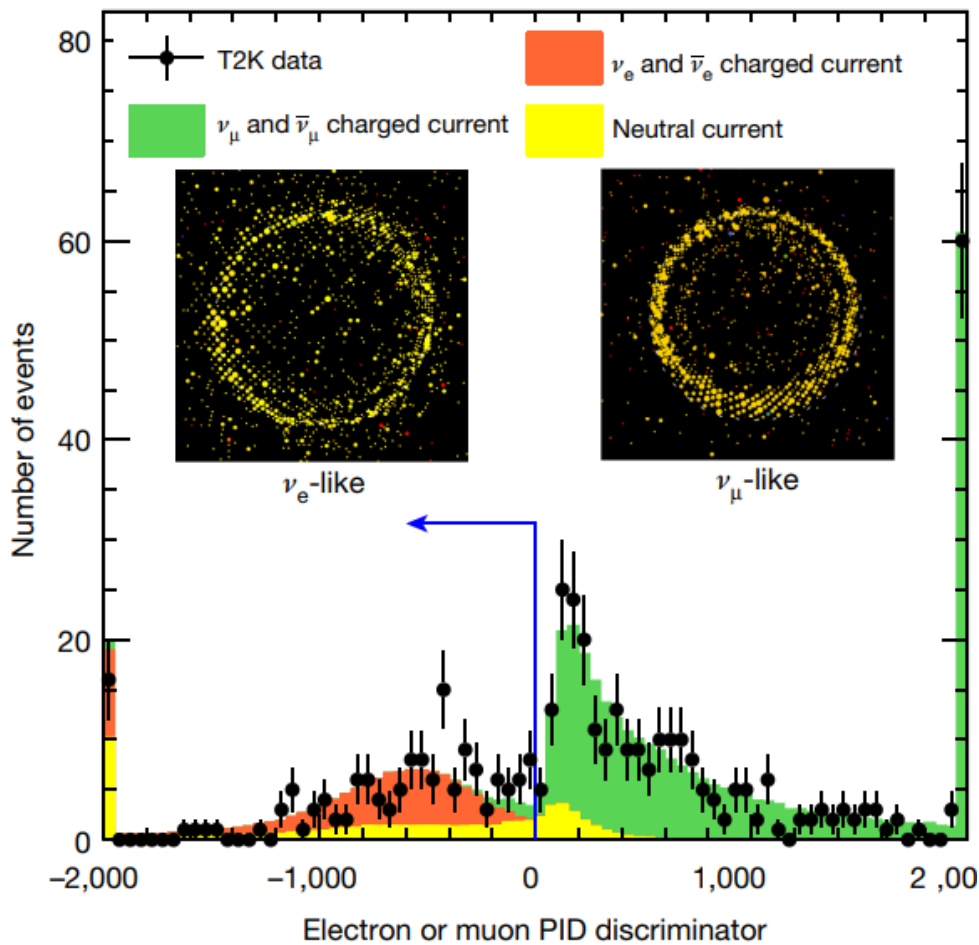


図 2.28: Super-K で捉えた Cherenkov 光の形状による粒子識別。PMT 信号の分布からその Cherenkov 光リングの“ミューオンらしさ”/“電子らしさ”を測る指標が既に開発されており、ある閾値をもって2つが区切られている。図上部にそれらの PMT 信号分布の例が示されている。図は [4] から引用した。

図 2.29 に表 2.2 の振動パラメーターの値を仮定した場合の5つのサンプルのニュートリノイベントの分布の予測を示す。前置検出器の測定により系統誤差が制限されていることが分かる。

図 2.30 には文献 [5] で得られているニュートリノ振動パラメーターに対する制限を示す。原子炉ニュートリノの測定による θ_{13} への制限と合わせた時の T2K の振動パラメーターの $\Delta\chi^2$ 値であ

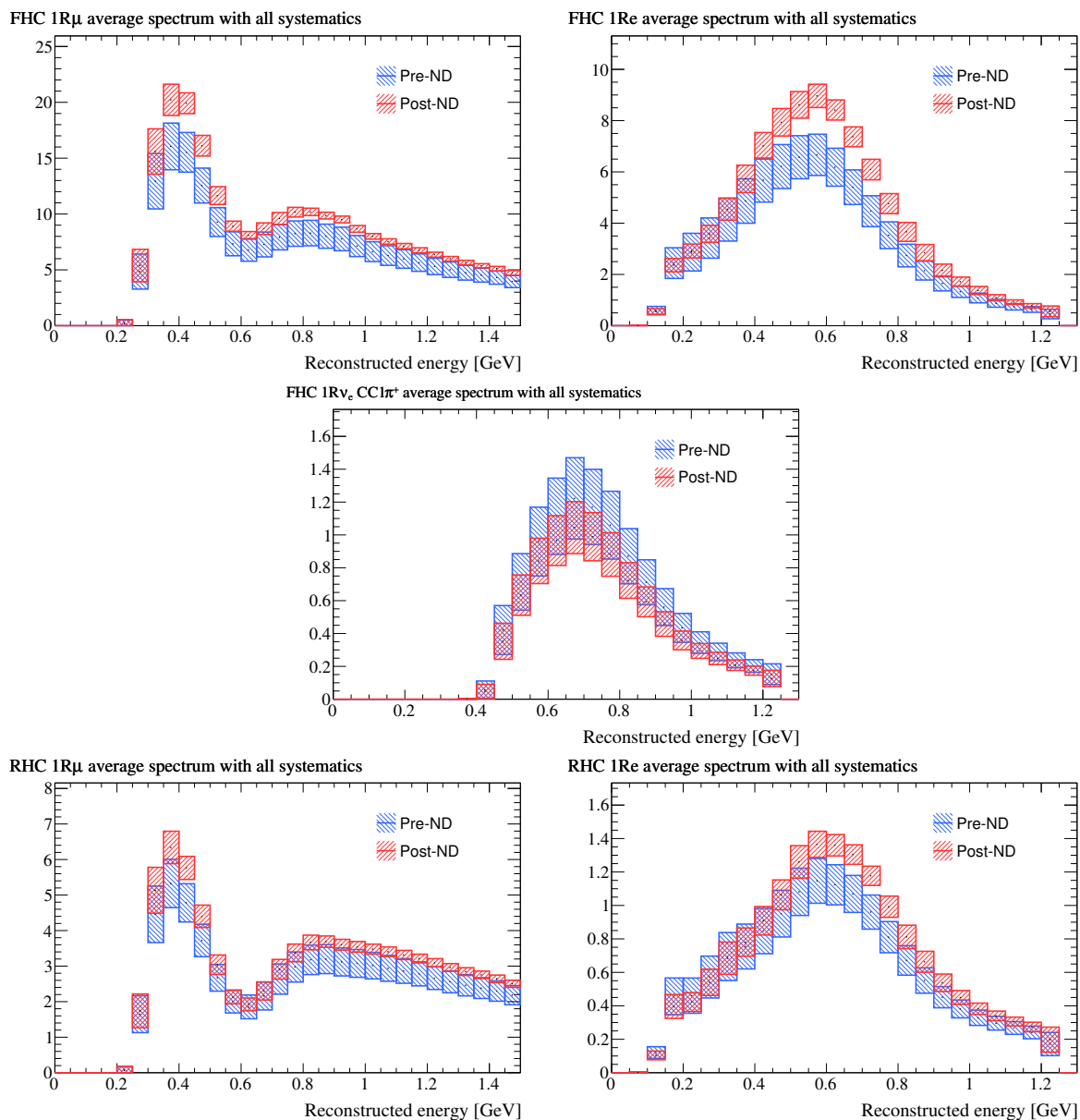


図 2.29: 表 2.2 の振動パラメーターの値を仮定した場合の SK における各サンプルの再構成エネルギー分布の予測。上段左に ν -mode における 1R μ -like サンプル、上段右に 1R e-like サンプルの分布、中段に ν -mode における 1R e-like + decay e サンプルの分布、下段左に $\bar{\nu}$ -mode における 1R μ -like サンプルの分布、下段右に $\bar{\nu}$ -mode における 1R e-like サンプルの分布をそれぞれ示している。ND Fit 前の分布 (青) と、ND Fit 後の分布 (赤) を比較すると ND Fit で誤差が大きく抑えられている。図は [5] より引用した。

表 2.2: 図 2.29 で仮定した振動パラメーターの値。[5] より引用した。

δ_{CP}	-1.601
$\sin^2 \theta_{23}$	0.528
$\sin^2 \theta_{13}$	0.0218
$\sin^2 \theta_{12}$	0.307
$\Delta m_{32}^2 (\text{eV}^2)$	2.509×10^{-3}
$\Delta m_{21}^2 (\text{eV}^2)$	7.530×10^{-5}

る。現在の結果はニュートリノの質量順序について順階層を示唆しているとともに、CP 対称性が最大限に敗れる、 $\delta_{\text{CP}} = -90^\circ$ を示唆している。

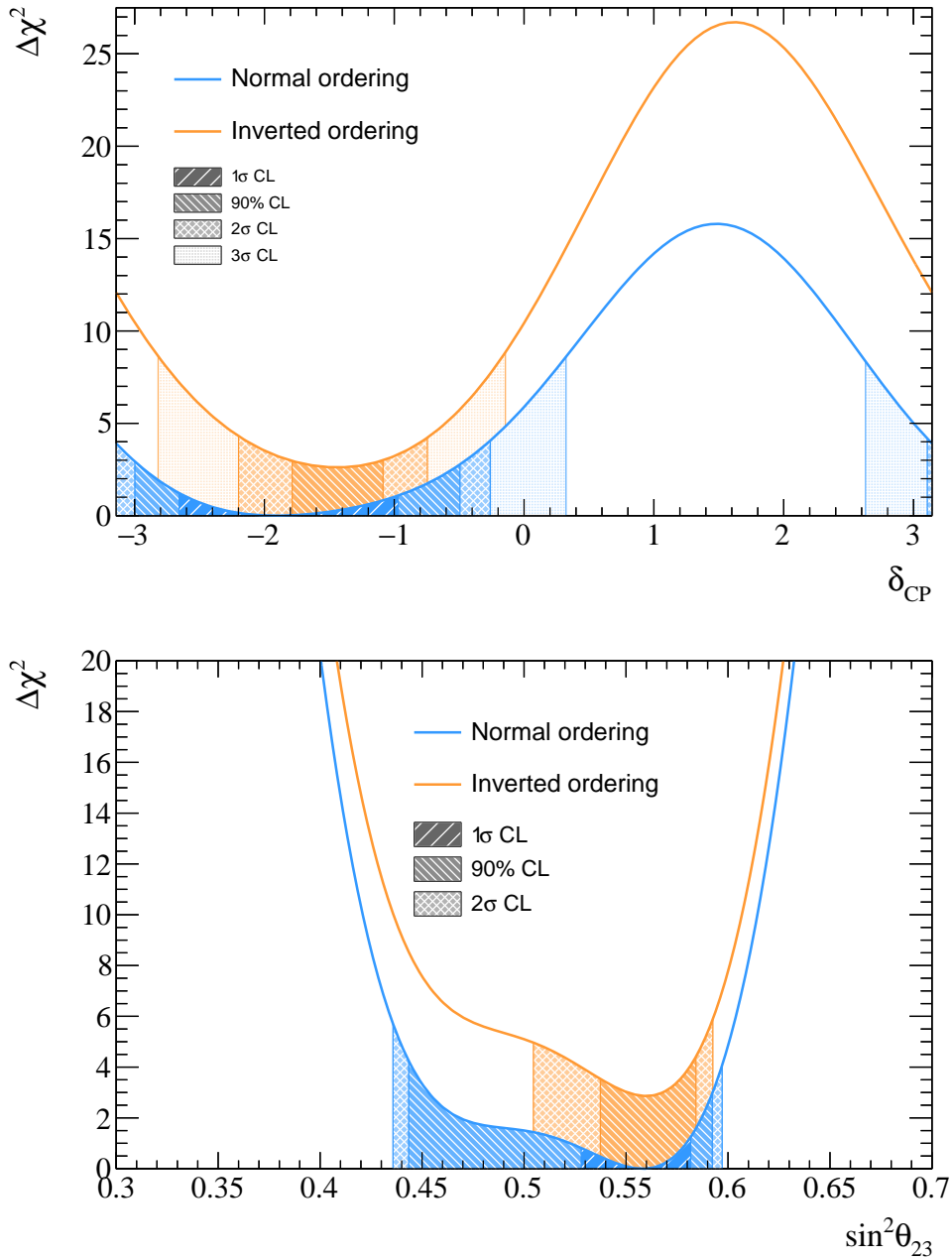


図 2.30: T2K で得られたニュートリノ振動パラメーターの測定結果。上段に δ_{CP} 、下段に $\sin^2\theta_{23}$ に対する制限を示す。縦軸は $\Delta\chi^2$ 値である。質量順序が順階層の場合 (青) と逆階層の場合 (黄) を同時に示す。図は [5] より引用した。

第3章 多地点間のフラックス相関を効率的に取り扱う新しい方法の開発

3.1 加速器ニュートリノの多地点測定 of 解析で予測される計算コストの問題とその解決策

本節では、将来的にニュートリノの観測地点が増加し、それらを解析に取り入れる際に深刻な計算量の増加が見込まれることについて述べ、その解決策を述べる。

一般に、ある物理量を測定した際の測定誤差を評価するには、その測定に含まれる系統誤差の、求めたい物理量への伝播を考える必要がある。このような解析には系統誤差を記述する変数それぞれの分散と、変数間の共分散を知る必要がある。T2K のニュートリノ振動解析を例にとると、ニュートリノフラックスの不定性や、ニュートリノと水の反応断面積の不定性、その他 SK 検出器の測定誤差などが、系統誤差の例として挙げられる。従ってニュートリノフラックスや反応断面積を記述する変数とその共分散が必要である。

現在の解析ではニュートリノフラックスの系統誤差を記述する変数として各検出器各エネルギービンにおけるフラックス強度を取っている。現在の解析では検出器一つ当たり 160 個の変数で記述したニュートリノフラックス相関行列を作成しているが、ニュートリノ振動解析ではこれを検出器一つ当たり 50 個の変数に圧縮したものをを用いている。さらにニュートリノ反応断面積を記述する変数が約 70 個存在し、検出器の系統誤差を記述する変数が全体でおよそ 1000 個存在する。ニュートリノ振動解析全体の計算量はこれらの変数の数の 2 乗強に比例する。将来的にどれだけ計算量が増加するかは IWCD で何個の測定点を有するかによって依存する。IWCD は鉛直方向には全体で約 50 m の範囲を測定し、ニュートリノフラックスはこの位置に対して連続的に変化する。有限のパラメータ数に抑えるには IWCD が測定する領域をいくつかの代表的な Off-Axis 角で分割しなければならない。例えば、一つ当たりの立体角が従来の前置検出器と同程度となるように分割すると、高さ方向に 1 m ずつ 50 個に分割することが考えられる¹。また、モデルに依存しないニュートリノ反応断面積測定に取り組むことを考えると、従来通り測定点一つ当たり 50 個に圧縮されたフラックス変数を用いることは不十分であると考えられる。そこで例えば、測定点一つ当たり 160 個の変数を使うとすると、フラックスの系統誤差を記述する変数の数は IWCD だけで $160 \times 50 = 8000$ 個になる。この時フラックス以外も含む全ての系統誤差変数の数は従来の 10 倍程度であり、計算量は約 100 倍となる。

この問題の根本的な原因は、フラックス相関を検出器の位置ごとに実装したことである。ニュートリノフラックスの分布はニュートリノ生成系にのみ依存し、検出器の位置はそのどの部分を切り取ったかに対応する。検出器とビームラインの位置関係は GPS などを使った測量で精密に測られており、その誤差は他の系統誤差と比べて無視できる。従来の手法ではフラックス誤差の原因となる要素が増えているわけではないにもかかわらず、検出地点の数に応じてフィットすべき変数を増やしていることになる。そこで、ニュートリノフラックスに直す前の大元の変数と、それらの変数のフラックス強度への応答関数を使うという方法を考える。応答関数は、良く知られて

¹ND280 はニュートリノ生成標的から 280 m の距離で 2 m 四方、IWCD は約 870 m の距離で、全て合わせれば $10 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ の範囲を測定するため、IWCD が測定する立体角は 10 倍を超える。さらに、ND280 よりも大質量で統計を貯めやすいため、より細かい領域に分割して解析する可能性もある。

いる崩壊様式と検出器の位置で決まるので、その誤差は考慮する必要がない。従って検出器の位置に依存しないフラックス相関の取り扱いが可能となる。

このような実装方法は、ニュートリノフラックスを決定する大元の変数の中で、どの要素がニュートリノ振動や断面積の測定に重要なのかを知ることができるという利点もある。従来手法では、NDのデータフィット後にフラックスの不定性要素がどのように制限されたかは明らかではない。新しい実装方法では、NDのデータフィットで十分に制限できない系統誤差を知ることができるなど、T2Kの系統誤差をより具体的に理解できる。これは今後のフラックス誤差削減に向けて重要な情報である。

ニュートリノフラックスの系統誤差をニュートリノ生成系の誤差変数で記述するだけでは、計算量の軽減という観点では不十分である。フラックスを取り扱う上で最も複雑なのはハドロン相互作用に由来する成分である。ハドロン相互作用の正確な実装のために、実験で測定された反応断面積などをモデルに依存しない形で用いるため、それを記述する変数は細かく Bin 分けされた測定値そのものである。これらをフラックス強度に代わるフラックスの変数として使うことを考えると、変数の数は数千個に上る。新しい測定点を加えた際にもパラメーター数を現在と同程度に抑えるため、ハドロン相互作用の変数を 10^2 個のオーダーまで減らす必要がある。図 3.1 に T2K の解析に用いる相関行列の現状と展望をまとめる。

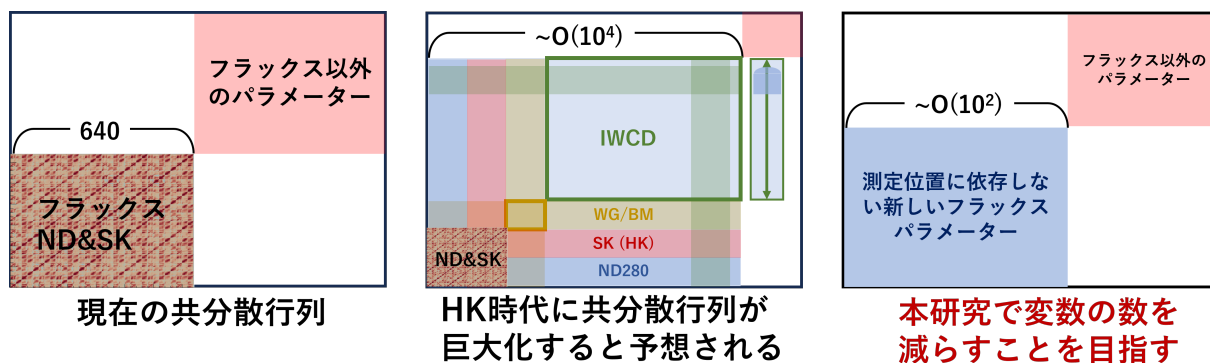


図 3.1: T2K 実験の解析で用いられる相関行列。検出器の位置ごとに変数を用いると行列が膨大になり深刻な計算コストの増加を招く。従来手法を HK 実験に拡張したときのパラメーター数は概算であり、IWCD が測定する範囲を ND280 と同程度の立体角となるように、計 50 個の領域に分けた場合を例として考慮した。この場合、IWCD のフラックスパラメーターは $160 \times 50 = 8000$ 個となる。SK, ND280, WAGASCI/BabyMIND(WG/BM) は全てホーン電流 250 kA と 320 kA の両方でデータ取得しており、これを使うとパラメーター数は $160 \times 2 \times 3 = 960$ 個である。検出器の位置に依存しない変数を使ってフラックス誤差を記述するとともに、Hadronic な誤差を記述する変数を減らすことで、新しい検出器を加えたときの計算コストの増加を抑えることができる。ただし、最新の T2K の解析 [5] ではホーン電流 ± 320 kA の期間のデータはまだ含まれていない。

3.2 NA61/SHINE レプリカターゲットの測定に由来するニュートリノフラックスの不定性の取り扱い

本節では、NA61/SHINE 実験による T2K レプリカターゲットを使った測定 (以下 NA61 Replica) に基づいてニュートリノフラックスを計算する場合の不定性を取り扱う新しい方法について述べる。NA61 Replica の測定値を変数とし、その共分散とニュートリノフラックスへの応答関数を使う。しかしそれだけでは測定点数の 2609 個の変数を要し、計算量を軽減できないため、主要な成分だけを取り出すことに取り組む。

3.2.1 NA61 Replica の測定結果を記述する新しい変数

NA61 Replica では、T2K のニュートリノ生成標的に J-PARC と同じエネルギーの陽子ビームを照射した際のハドロンの生成確率を測定している。現在の Flux Tuning には 2010 年までの測定が含まれており、ターゲットから生成される粒子の内、 π^\pm, K^\pm, p の 5 種類についての結果を使用している。図 3.2 のように、生成粒子がターゲットを出た時の位置は、90cm のターゲットを 18cm おきに分割し、ターゲットの下流端の面から放出されるものを追加した 6 ブロックに分けられる。さらに粒子の散乱角と運動量の大きさの 2 次元分布が、各 Bin で適切な統計量となるように細分化される。このようにして、NA61 Replica は 2609 個の測定点に分割される。

ニュートリノフラックスはこれらの 2609 個の測定値の関数であると言える。2609 個の測定値の全てに測定誤差が含まれており、互いに相関している。従ってニュートリノフラックスの誤差をハロン反応測定で表現するには、NA61 Replica に由来する誤差を記述するだけでも 2609×2609 の相関行列を必要とし、これをそのまま新しいフラックスパラメーターとして使うのではパラメーター数を減らしているとは言えない。

そこで、NA61 Replica の誤差の情報量を減らすことで、フラックスの変数を減らすことを考える。すなわち、十分に小さい測定誤差については無視し、フラックス誤差の主な成分だけを残すことで、必要な変数を減らすということである。しかし今考えている変数は互いに相関があり、重要な変数だけを取り出すということが困難である。そこで、相関行列を固有値展開し、固有ベクトルを新しい基底ベクトルとして変数変換することで、互いに相関のない独立な変数を作る。まずはこの変数変換について詳細を述べる。

相関行列の固有ベクトルを使い相関の無い変数に変換する方法

NA61 Replica の 2609 個の変数とは、粒子の種類、運動量、放出位置、放出角度に応じて測られたハドロンの収量であり、これを $y_i (i = 1, 2, \dots, 2609)$ のように置くと、この変数間の共分散行列 V は以下のように表すことができる。

$$V_{i,j} = E[(y_i - E[y_i])(y_j - E[y_j])] \quad (3.1)$$

行列とベクトルで表すと、

$$V = E[(\mathbf{y} - E[\mathbf{y}])(\mathbf{y} - E[\mathbf{y}])^T] \quad (3.2)$$

Flux Tuning に入力するパラメーターは、誤差が正規分布に従うと考えて、

$$x_i = \frac{y_i - E[y_i]}{\sigma_i} \quad (3.3)$$

のようにそれぞれの標準偏差で標準正規分布に規格化したものである。

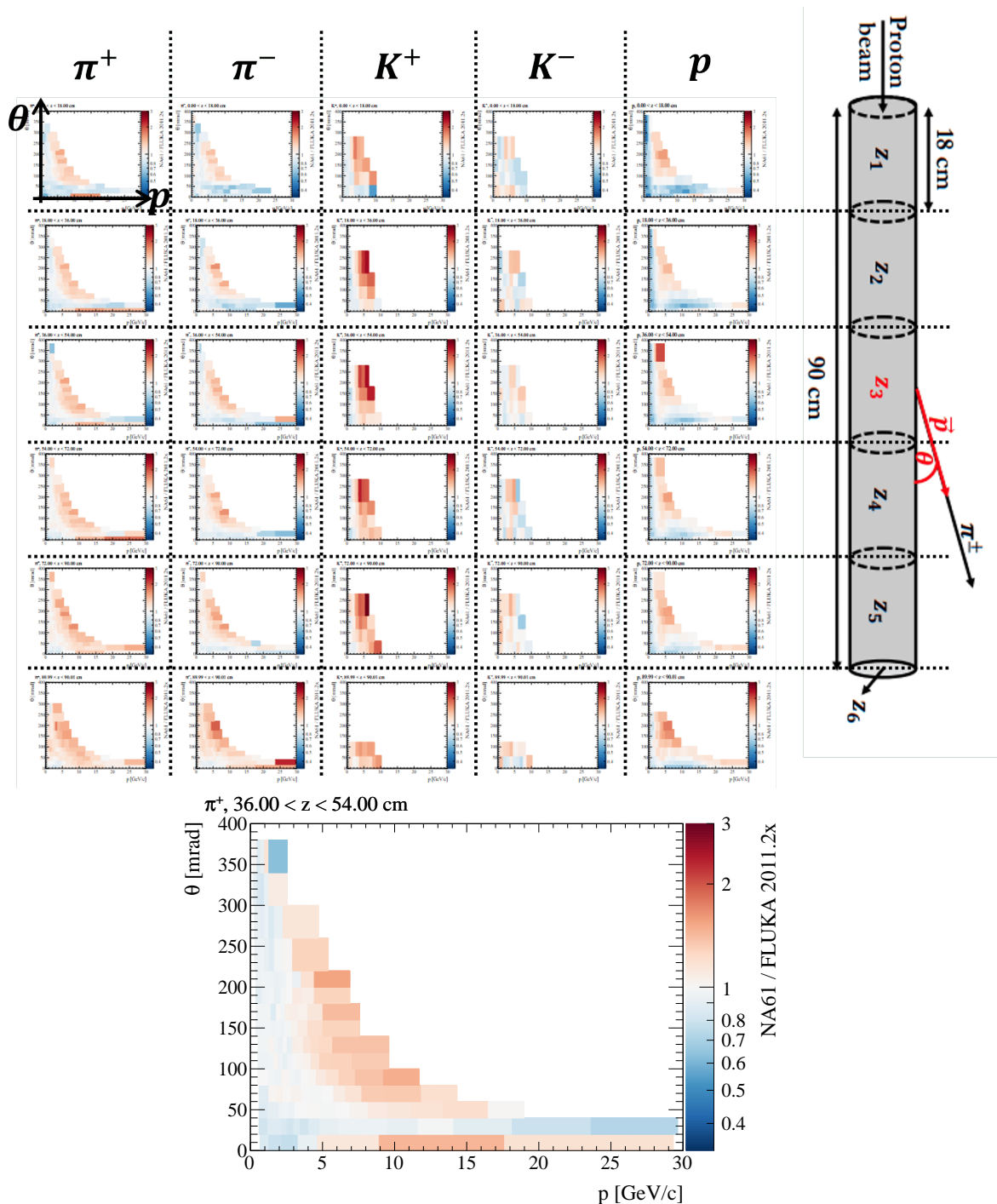


図 3.2: NA61 Replica で測定された位相空間。T2K のターゲットに 30 GeV の陽子ビームを照射した際のハドロン生成確率を 5 種類のハドロンについて測定する。ターゲットを 6 つの領域に分け、そのどこから放出されたのかを測る。このそれぞれについて粒子の放出角度と運動量の 2 次元の位相空間を測定する。この図に示した 2 次元のヒストグラムの 2609 個全ての Bin が誤差を持った測定値であり、ニュートリノフラックスを決める変数である。図は [20] の図を用いて作成した。色は Fluka モデルに対する測定値の比を示しており、Flux Tuning ではこの位相空間に入った MC イベントの重みづけにこの確率比をかける。図下部に一つのヒストグラムを拡大して示した。図右の例と同じくターゲット 3 つ目の Bin から放出された π^+ の位相空間である。図上部の全てのヒストグラムはこれと同じ範囲で描画されている。

y_i の相関行列 C と共分散行列 V の間の関係は以下の通りである。ただし x_i の共分散行列は C に等しい。

$$V = SC S \quad (3.4)$$

$$C^{-1} = S V^{-1} S \quad (3.5)$$

ここで、 S は以下のように y_i の標準偏差をまとめた対角行列である。

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{2609} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

次に、相関行列を固有値展開することで、相関のない新しい変数に変換する。共分散行列と相関行列は実対称行列なので、ある直交行列 U で以下のように対角化される。

$$C = U C^{\text{diag}} U^T \quad (3.7)$$

ここで、

$$(C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{C_{1,1}^{\text{diag}}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{C_{2,2}^{\text{diag}}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{C_{2609,2609}^{\text{diag}}}} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

として、 $\mathbf{n} = (C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} U^T \mathbf{x}$ のように変換した \mathbf{n} は $E[\mathbf{n}] = \mathbf{0}$ を満たし、その共分散行列は、

$$V_{\mathbf{n}} = E[\mathbf{n} \mathbf{n}^T] \quad (3.9)$$

$$= E[((C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} U \mathbf{x}) ((C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} U \mathbf{x})^T] \quad (3.10)$$

$$= (C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} U^T E[\mathbf{x} \mathbf{x}^T] U ((C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}})^T \quad (3.11)$$

$$= (C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} U^T C U (C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

$$= (C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} C^{\text{diag}} (C^{\text{diag}})^{-\frac{1}{2}} \quad (3.13)$$

$$= \mathbf{I} \quad (3.14)$$

と単位行列になるため、 \mathbf{n} は相関がなく標準偏差が全て1の変数をまとめたベクトルである。

NA61 Replica の測定値を使ったフラックスのチューニングは、ターゲットからハドロンが放出される際の確率の比をかけるもので、ニュートリノ一つあたり一度だけかけられる。そのため、 \mathbf{x} とフラックス強度の関係は線形である。

新しいパラメーター \mathbf{n} のフラックスへの応答を見るには、逆変換 $U(C^{\text{diag}})^{\frac{1}{2}} \mathbf{n} = \mathbf{x}$ を使えばよい。特に、 \mathbf{n} の基底ベクトル²を入力したときのフラックスの変化 ($\Delta \Phi$) を全て計算することで、 $\Delta \Phi = A \mathbf{n}$ の変換をする行列 A を得ることができる。

重要な変数のみを使ったフラックス誤差の再現

相関のある多変数の解析において、少数の相関の無い変数で元の相関を再現する、という方法は主成分分析として知られる。主成分分析では共分散行列を固有値展開し、行列の特徴を十分に

²すなわち $\mathbf{n} = (1, 0, \dots, 0)$ などとしたときの \mathbf{x}

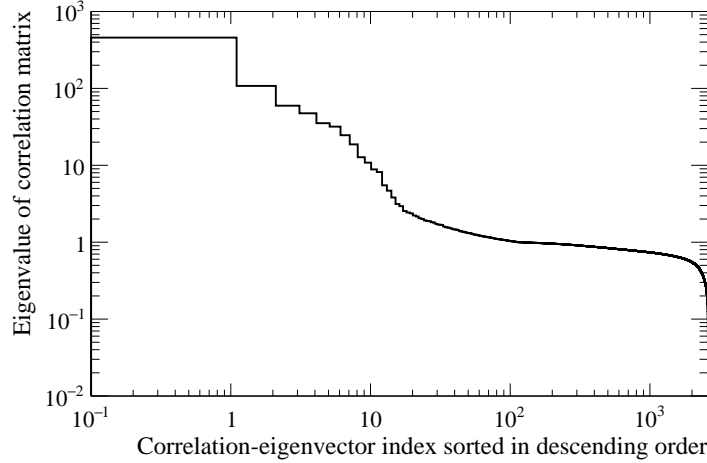


図 3.3: NA61 Replica の相関行列の固有値の分布。縦軸が固有値、横軸は固有値の大きい順につけた固有ベクトルのインデックスである。約 4 桁に渡って分布しており、約 10 個のベクトルを除きほとんどの固有値はおよそ 1 となる。固有値の大きな固有ベクトルは広範囲の誤差を反映しており、ほとんどが測定の系統誤差に相当すると予測できる。固有値が 1 程度のベクトルは局所的な誤差、すなわち統計誤差によるものが多いと予想できる。図は [20] より引用した。

再現できるだけの数の固有ベクトルを固有値の大きい順に選ぶ。なお、相関行列は実対称な正定値行列であり、固有値は全て正である。また、対角成分が全て 1 であるため、この行列のトレースを取れば固有値の和は行列の次数 n 、NA61 Replica の場合 2609 である。したがって全ての固有値は 0 より大きく n より小さい値をとる。 n 個の変数に全く相関がなければ固有値は全て 1 となり、逆に完全に相関していれば 1 つの固有値が n 、それ以外は 0 となる。図 3.3 に NA61 Replica の相関行列を固有値展開した際の固有値の分布を示す。固有値が大きいほど広い範囲の相関を反映する固有ベクトルである。約 10 個のベクトルを除き、ほとんどの固有ベクトルの固有値は 1 程度である。固有値の大きなベクトルは測定の系統誤差に相当するものであると予想でき、固有値が小さいものは局所的な誤差で、ほとんどが測定の統計誤差に対応すると考えられる。もし、NA61 Replica によるフラックス誤差の支配的な成分が、NA61 の系統誤差に由来している場合、2609 個の変数の内重要な物は 10 個程度に収まっている可能性がある。

しかし、ここで考えているのはハドロン相互作用を記述する相関行列であり、フラックスの相関を再現するという観点では、固有値の大きい順に選ぶことが最適な方法であるとは限らず、ニュートリノフラックスの各変数に対する応答が大きい順に選ぶ必要がある。そこで、フラックスの応答の大小を測る基準を考える。Flux Tuning にそれぞれの固有ベクトルの変数を標準偏差の 1 倍 (1σ) だけずらしたものを入力した際のフラックスを $\Phi^{w/err}$ 、中心値からのずれを一切入れない“Nominal Flux”を Φ^{nom} とする。ここで、以下のように定義した χ^2 値を基準として考える。

$$\chi^2 = \sum_{E_i=0.2 \text{ GeV}}^{3 \text{ GeV}} \frac{(\Phi^{w/err}(E_i) - \Phi^{nom}(E_i))^2}{\Phi^{nom}(E_i)} \times \Delta E_i \quad (3.15)$$

フラックス $\Phi(E)$ はエネルギービンごとに計算されているものであるため、ビン幅 ΔE をかけることで χ^2 をエネルギービンの取り方に依存しない式で定義した。0.2 GeV から 3 GeV について和を取るの、これが T2K の振動解析において最も重要なエネルギー帯だからである。下限値は後置検出器のミュオンの Cherenkov-threshold に由来し、上限値はそれ以上のエネルギー帯ではニュートリノフラックスが非常に小さくなることや、振動確率が低くその影響がほぼ見えないことに由来する。このようにして得られた χ^2 値の大きい順に固有ベクトルをソートすることで、

フラックスへの寄与が大きい固有ベクトルを知ることができる。ニュートリノの種類ごとにソートした結果を表 3.1 と表 3.2 に示す。ここで、固有ベクトルには固有値の大きい順に 0 から 2608 の ID を付けている。固有値の大きいものが χ^2 値も大きい傾向にあるが、固有値の順に選ばれるわけではないことが分かる。特に、1 桁の ID が全て登場する前に 4 桁の ID が登場することなどが注目すべき点である。ニュートリノフレーバーごとに χ^2 値の順位が変わっており、固有ベクトルの中にはフレーバーごとに全く異なる応答を示すものがあるということがわかる。

フラックス強度の χ^2 値以外にもいくつかの指標を考慮したが、いずれも寄与の大きな変数として選択されるものはほとんど変わらなかった。具体的には、ニュートリノ反応断面積が大まかにニュートリノエネルギーに比例することから、 $\Phi(E_i)$ の代わりに $\Phi(E_i) \times E_i$ とした χ^2 値や、より精密な反応断面積 σ と Super-K の検出効率 ϵ を考慮し、 $\Phi(E_i)$ の代わりに $\Phi(E_i)\sigma(E_i)\epsilon(E_i)$ とする場合、ここにさらにニュートリノ振動確率 P をかけた、 $\Phi(E_i)\sigma(E_i)\epsilon(E_i)P(E_i)$ とする場合などを基準として考慮した。いずれも Super-K でのニュートリノイベント数に大きな寄与を持つ変数を見つけることを目的としている。

χ^2 の大きい順にいくつかの変数を選び、フラックス誤差を再現する。これらの変数は独立であるため、選んだ変数による誤差の合計は、以下のように計算できる。

$$\Delta\Phi^{\text{reproduced}}(E_\nu) = \sqrt{\sum_i (\Delta\Phi_i(E_\nu))^2}, i \text{ は選ばれた変数} \quad (3.16)$$

図 3.4 に、FHC (ν -mode) における SK でのミューオンニュートリノフラックスの誤差の再現を示す。従来手法では Monte Carlo 法により、ハドロン反応の測定値に 500 回乱数を振って誤差を見積もる。この時 MC 統計量に由来する分散の不定性の標準偏差は $1/\sqrt{2 \times 500} \approx 3\%$ である。表 3.1 に従い 10 個の固有ベクトルを残した時の誤差は、従来の誤差を十分に再現していることが分かる。

また、表 3.1 に従い 1 つずつ使用する固有ベクトルを増やしていった時の変化を図 3.5 に示す。4 つ目の固有ベクトルを追加した際に図 3.4 とほぼ同じ程度まで再現誤差が収束することが分かる。1 つ目のベクトルがほとんどのエネルギー帯の誤差の主成分であり、4 つ目のベクトルは高エネルギーの主成分である。そこで、この 2 つだけを使って再現したフラックス誤差を図 3.6 に示す。FHC における SK での ν_μ フラックスの誤差はこの 2 つの成分が支配的である³ことが分かる。

ここまで FHC における SK での ν_μ フラックスについてのみ考えてきた。他のニュートリノフレーバー、検出器、ビームモードを考慮すれば 16 種類のフラックス誤差を同様に再現しなければならない。さらに、それらは共通の変数の組み合わせによって記述されるべきものである。

FHC に関する表 3.1 と RHC に関する表 3.2 には、上位に共通するベクトルがいくつか存在する。特に、固有値が大きくフラックスへの寄与も大きい要素は NA61 Replica の主要な系統誤差に対応し、特徴的な応答を見せると予想できる。

0 番目の固有ベクトルは最も大きな固有値を持つとともに、16 種類のフラックス全てで最大の χ^2 値となる寄与をもつ要素である。図 3.7 にこのベクトルのハドロン反応の位相空間における応答と、ニュートリノフラックスの応答を示す。ハドロン反応の位相空間ではほとんどの領域のハドロン生成確率が同時に 2% 増加する応答を見せ、ニュートリノフラックスも広い範囲で同時にフラックス強度が増加する応答を見せる。NA61 Replica の系統誤差の一つに飛跡再構成のアルゴリズムに由来する系統誤差である、再構成効率 (reconstruction efficiency[35]) があり、測定された位相空間全体に一様に 2% の誤差を計上している。固有ベクトルの応答は一様ではないが、この系統誤差に相当する要素であると考えられる。

次に特徴的なのは 6,7 番目の固有ベクトルである。図 3.8 と図 3.9 に示したように、6 番目は主に K^+ 、7 番目は主に K^- の生成確率が変化している。 K^+ は ν_e と高エネルギーの ν_μ を生成する

³ χ^2 値はフラックスへの寄与の大きさを測る指標として決めたものだが、固有ベクトルを選ぶ際に厳密にこの順に従うべきだとは限らない。

表 3.1: FHC (ν -mode) フラックス応答の大きい固有ベクトル。固有値の大きい順に固有ベクトルに ID を付けてある。0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 200, 2501, 2539 番目の固有ベクトル (表内太字) に対応する変数を最終的な変数として選んだ。特に、0, 1, 3, 6, 7 番目の固有ベクトル (表内赤字) は NA61 Replica の系統誤差に対応するものであることを 3.2.2 節で述べる。

順位	Super-K				ND280			
	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	ν_e	$\bar{\nu}_e$	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	ν_e	$\bar{\nu}_e$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	4	6	7	1	4	6	7
2	2	1	1	4	2	1	1	4
3	6	5	2	200	4	5	2	200
4	4	9	4	5	6	9	4	5
5	5	7	5	259	5	12	5	1
6	10	3	2501	202	3	3	2501	3
7	9	12	2539	261	10	19	2539	202
8	3	19	10	1	9	7	3	259
9	18	8	3	203	18	14	10	203
10	38	6	9	262	38	8	9	9
11	22	14	7	2	22	6	467	2044
12	12	13	467	190	11	13	18	261
13	11	23	18	9	12	23	7	262
14	29	2448	1529	1571	31	2	2485	2062
15	31	2439	1970	1570	29	11	1529	8
16	8	2	2006	421	8	2400	1970	1571
17	41	2536	2485	263	41	2500	2486	1570
18	23	2400	1934	257	17	2536	2006	421
19	17	11	2486	2369	52	2439	38	6
20	52	2500	2421	2368	23	2448	1934	2369
21	51	18	38	2367	16	29	466	2368
22	47	29	1890	197	51	18	2047	2367
23	16	2441	2047	254	47	41	1930	263
24	7	21	466	408	40	55	2421	197
⋮								

表 3.2: RHC ($\bar{\nu}$ -mode) フラックス応答の大きい固有ベクトル。固有値の大きい順に固有ベクトルに ID を付けてある。0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 200, 2501, 2539 番目の固有ベクトル (表内太字) に対応する変数を最終的な変数として選んだ。特に、0, 1, 3, 6, 7 番目の固有ベクトル (表内赤字) は NA61 Replica の系統誤差に対応するものであることを 3.2.2 節で述べる。

順位	Super-K				ND280			
	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	ν_e	$\bar{\nu}_e$	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	ν_e	$\bar{\nu}_e$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	3	2	6	7	2	2	6	7
2	2	1	1	2	3	1	1	2
3	1	4	2	1	1	4	2	1
4	4	7	3	4	4	7	3	4
5	5	5	2539	5	9	5	2501	5
6	9	142	2501	200	5	9	2539	200
7	6	9	4	6	25	142	4	9
8	11	3	5	142	11	3	2485	259
9	25	29	467	9	6	29	5	142
10	2578	140	2485	259	12	140	2486	257
11	2552	141	9	137	2578	13	9	6
12	14	134	2486	257	14	141	467	137
13	2190	136	2176	3	2190	11	2176	3
14	12	11	2244	11	8	134	464	11
15	2555	13	466	421	2522	136	11	21
16	8	33	464	21	13	33	466	33
17	2188	135	7	860	2552	21	2244	860
18	2563	21	1529	140	2188	12	7	421
19	13	12	11	33	28	17	1529	140
20	2480	17	2562	2224	2480	135	2562	19
21	2522	129	2226	2185	20	14	2500	2224
22	20	14	2500	29	29	19	2502	29
23	2553	19	2178	857	2555	41	2226	2185
24	28	154	2245	19	31	154	2178	857
⋮								

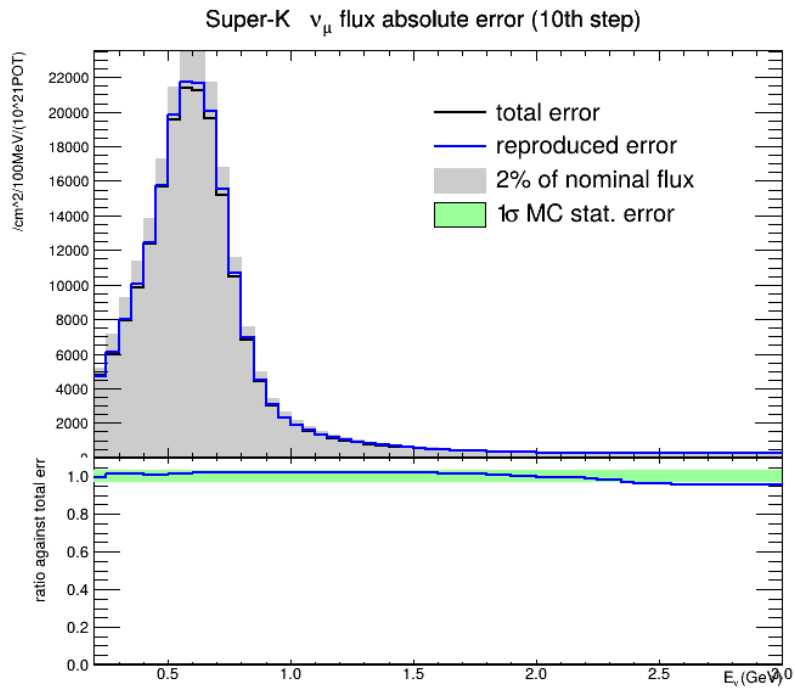


図 3.4: NA61 Replica 由来の FHC における SK の ν_μ フラックスの不定性。主要な固有ベクトル 10 個だけを残した時のフラックス誤差 (青) を従来の手法で計算されたフラックス誤差 (黒) と比較して示す。表 3.1 に従い、0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 18 番目に大きな固有値の固有ベクトルを使った。背景に Nominal Flux を 0.02 倍にスケールしたもの (灰) を示した。NA61 Replica の誤差は Nominal Flux の 2% 程度の大きさであることが分かる。2 つの誤差の比 (青) を図下部に示した。完全に誤差を再現できている場合これは 1 になるが、従来の方法には誤差の評価に MC 統計に起因する不定性が存在するため、その範囲を緑色の領域で示した。再現した誤差はほとんどのエネルギー帯でこの範囲に収まっている。

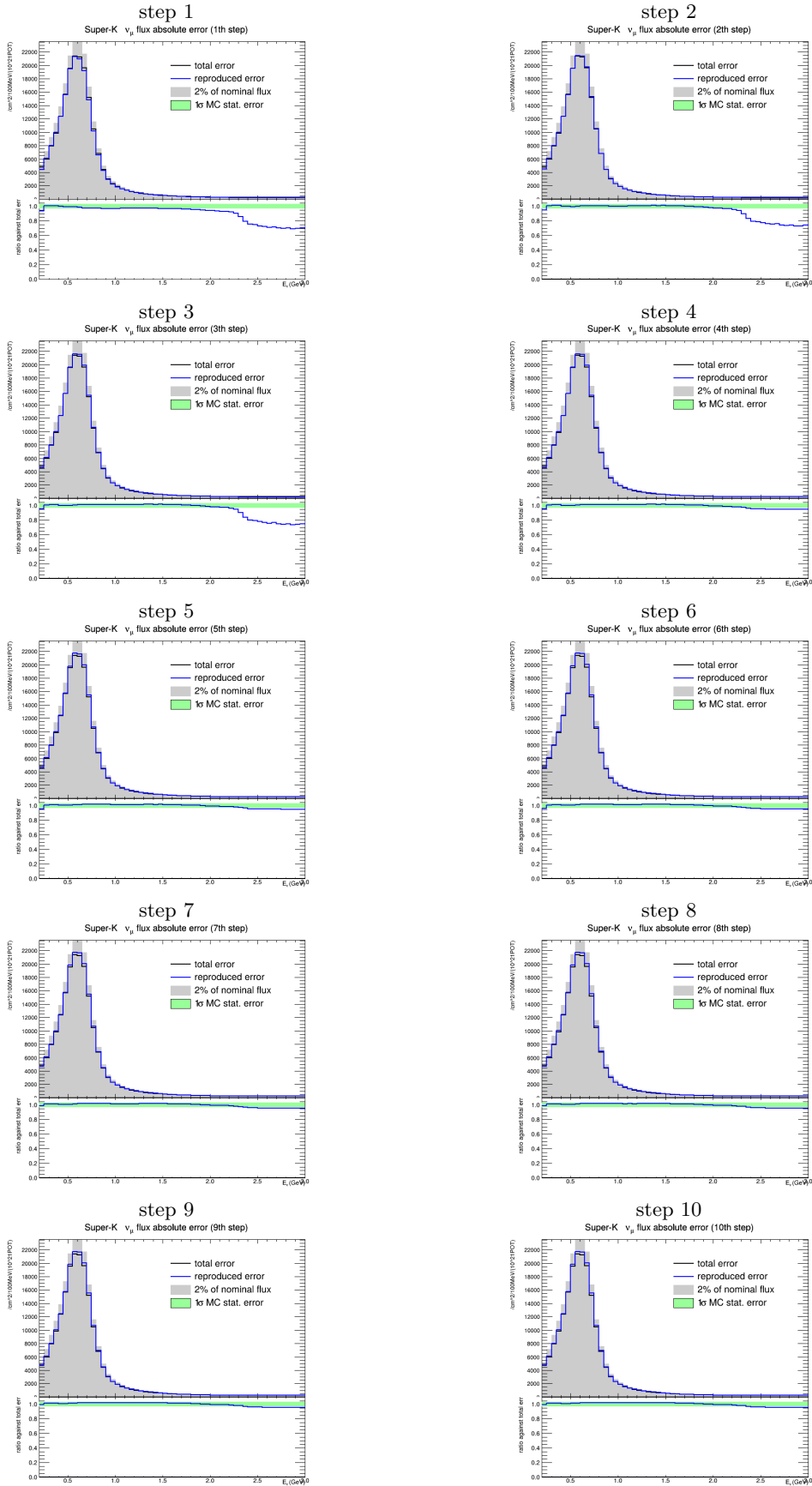


図 3.5: 固有ベクトルを一つずつ追加したときの、FHCにおけるSKの ν_μ フラックス誤差の変化。4つ目の固有ベクトルを追加した際に高エネルギーの成分が収束した。

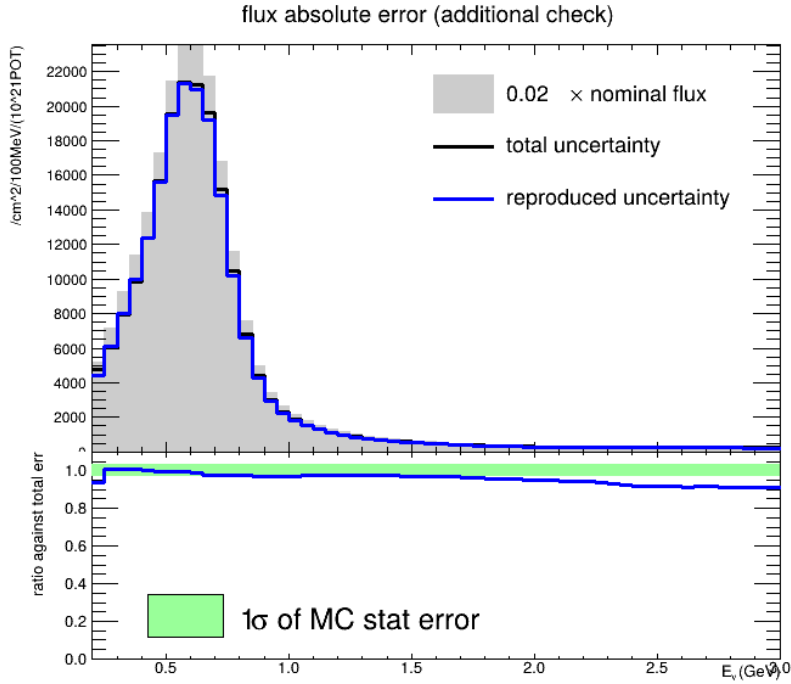


図 3.6: 固有ベクトル 0 番と 6 番のみを使って再現した、FHC における SK での ν_μ フラックスの誤差。NA61 Replica による不定性はほとんどこの 2 つの要素だけで決まっている。

ため、ニュートリノフラックスはその該当する部分が変化している。 K^- も同様に、 $\bar{\nu}_e$ と高エネルギーの $\bar{\nu}_\mu$ を生成する。NA61 Replica の粒子識別による系統誤差は K^\pm 中間子の位相空間について特に大きく見積もられており、この二つの固有ベクトルはこれに相当するものと考えられる。NA61 では TPC などによる dE/dx の測定と TOF の測定から粒子識別している。 dE/dx で p と K^+ を、TOF で π^\pm と K^\pm を混同しやすく、 K^\pm の生成数が p, π^\pm に対し少ないため、 K^\pm の誤差が特に大きくなりやすい。0, 6, 7 番目の 3 つの固有ベクトルにより、図 3.10 のように right-sign ν のフラックス誤差がほぼ再現される。

1 番目から 5 番目の固有ベクトルは、表 3.1 と表 3.2 の上位に共通して現れる要素である。0, 6, 7 番目のベクトルにこれらを追加することで、図 3.11 のように wrong-sign ν_μ のフラックス誤差が再現できるようになる。

表 3.1 と表 3.2 を参考にすると、Wrong-sign ν_e のフラックス誤差を再現するために追加すべき変数の候補として、FHC では 200, 202, 203, 259, 261, RHC では 2485, 2486, 2501, 2539 番目などの固有ベクトルが挙げられる。フラックスが特に大きく変化するのは 200, 2501, 2539 番目の固有ベクトルであったため、これらを追加した 11 個の固有ベクトルだけを使うことで、図 3.12 のようにほぼ全ての領域でフラックス誤差を再現できる。

FHC における SK の $\bar{\nu}_e$ の高エネルギー領域の誤差が十分に収束していないように見える。これを収束させるには変数を新たに追加する必要がある。しかし FHC における $\bar{\nu}_e$ のフラックス強度は図 2.7 からわかるように極端に小さく、SK で観測される ν_μ の振動で生じる ν_e に比べて⁴2 桁以上小さい。また、背景に示した 0.02 倍にスケールされた Nominal Flux と比較すると、Wrong-sign ν_e の NA61 Replica に由来する誤差は他のフレーバーと比べて小さい。これは、NA61 Replica が Wrong-sign ν_e の誤差の主成分ではないことに由来する。図 3.13 に示すように、Wrong-sign ν_e を生成する反応の大部分は、ターゲットから K_L^0 が放出されるような反応である。2010 年の NA61

⁴SK は ν_e か $\bar{\nu}_e$ かを識別しない。

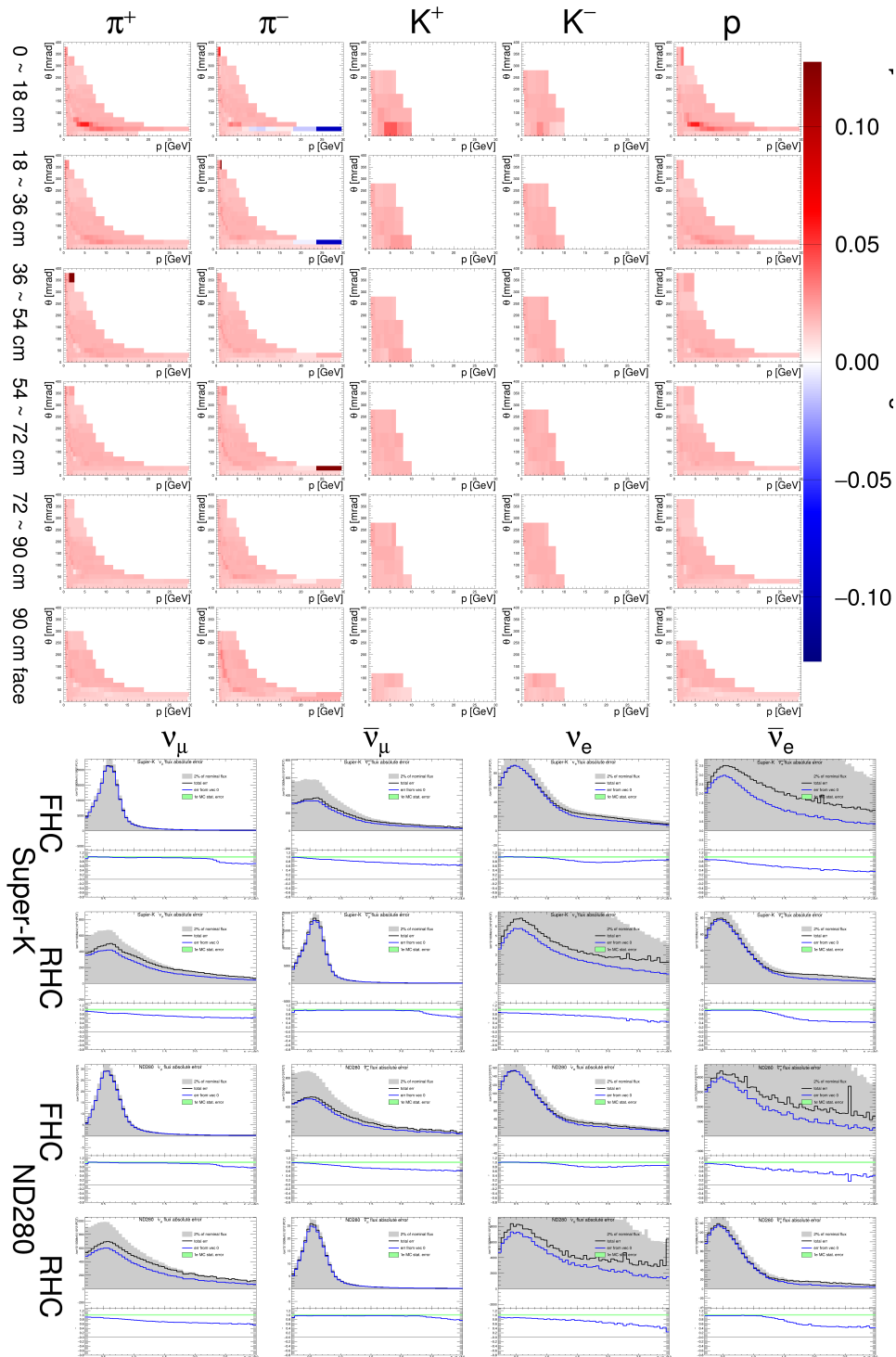


図 3.7: 0 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。ハドロン反応 (図上部) の位相空間は図 3.2 と同じ配置で示した。ハドロン反応の位相空間全体で測定値が約 2 % 同時に変化する効果であり、したがってニュートリノフラックスの広い範囲が増加する応答を示す。NA61 Replica の系統誤差である、再構成効率 (reconstruction efficiency[35]) に対応する要素であると考えられる。

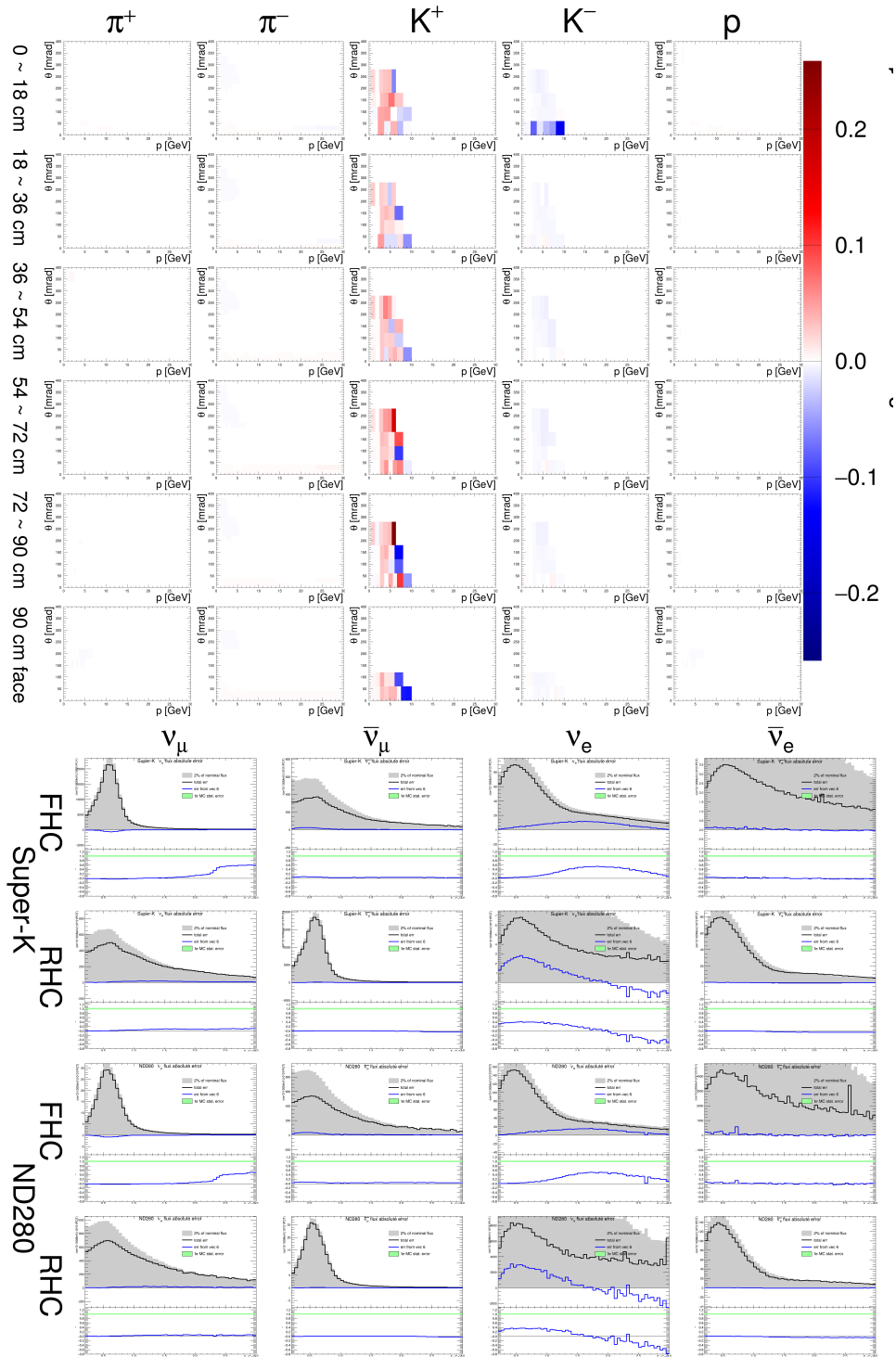


図 3.8: 6 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。主に K^+ の生成確率が変化する。FHC の ν_μ の高エネルギー成分が変化しており、FHC/RHC の ν_e の広い範囲でフラックスが変化している。

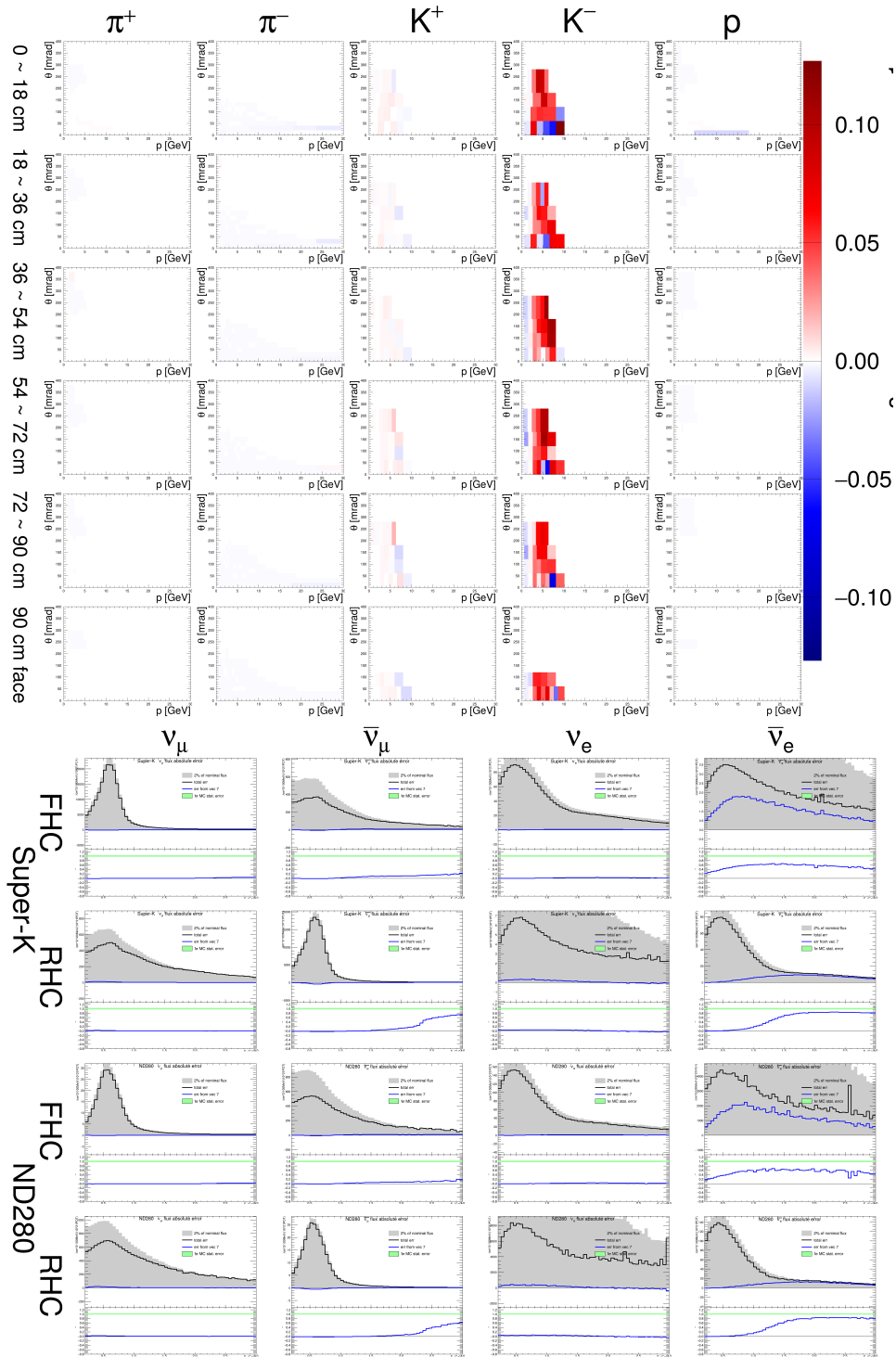


図 3.9: 7 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。主に K^- の生成確率が変化する。RHC の $\bar{\nu}_\mu$ の高エネルギー成分が変化しており、FHC/RHC の $\bar{\nu}_e$ の広い範囲でフラックスが変化している。

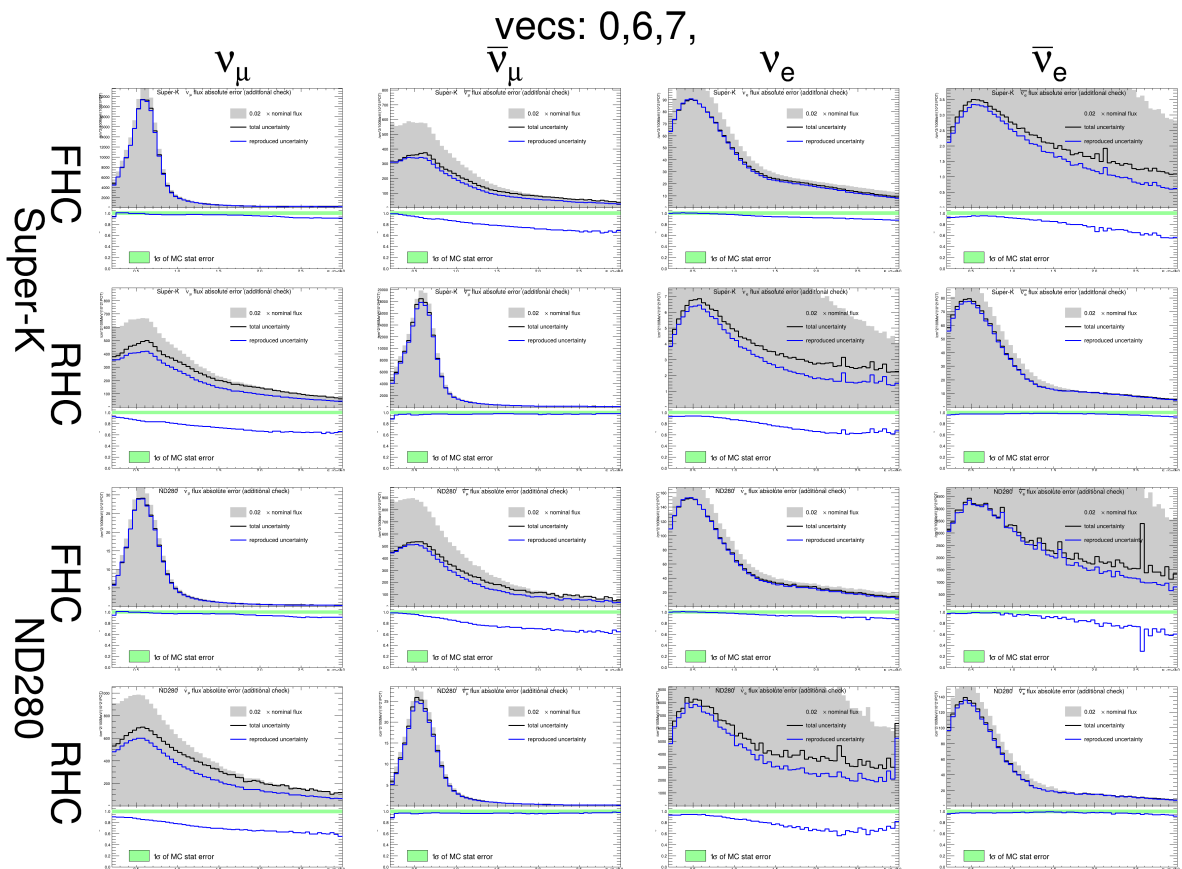


図 3.10: 0,6,7 番目の固有ベクトルだけを残して再現したニュートリノフラックスの誤差。Right-sign ν の誤差はこの3つが支配的な成分である。

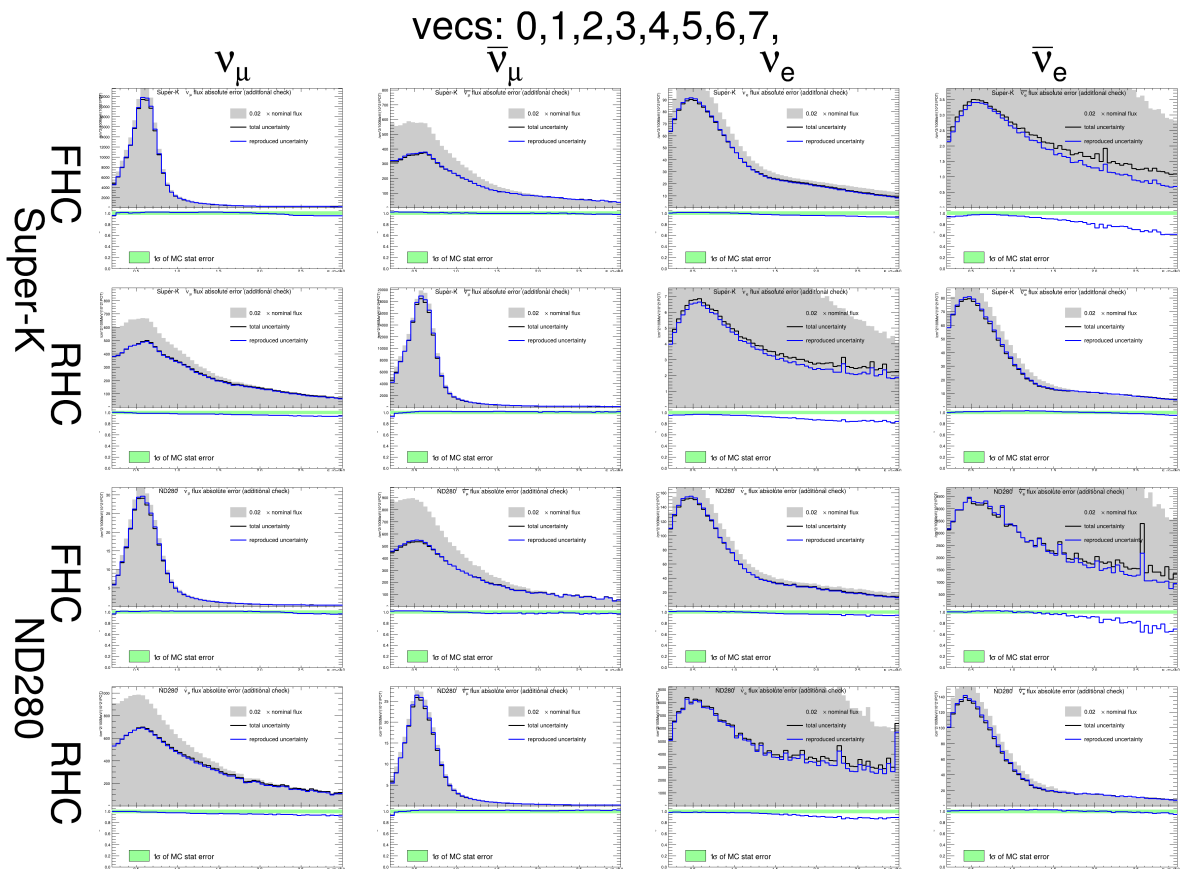


図 3.11: 0 番目から 7 番目の固有ベクトルだけを残して再現したニュートリノフラックスの誤差。Wrong-sign ν_μ の支配的な成分を網羅できたことが分かる。

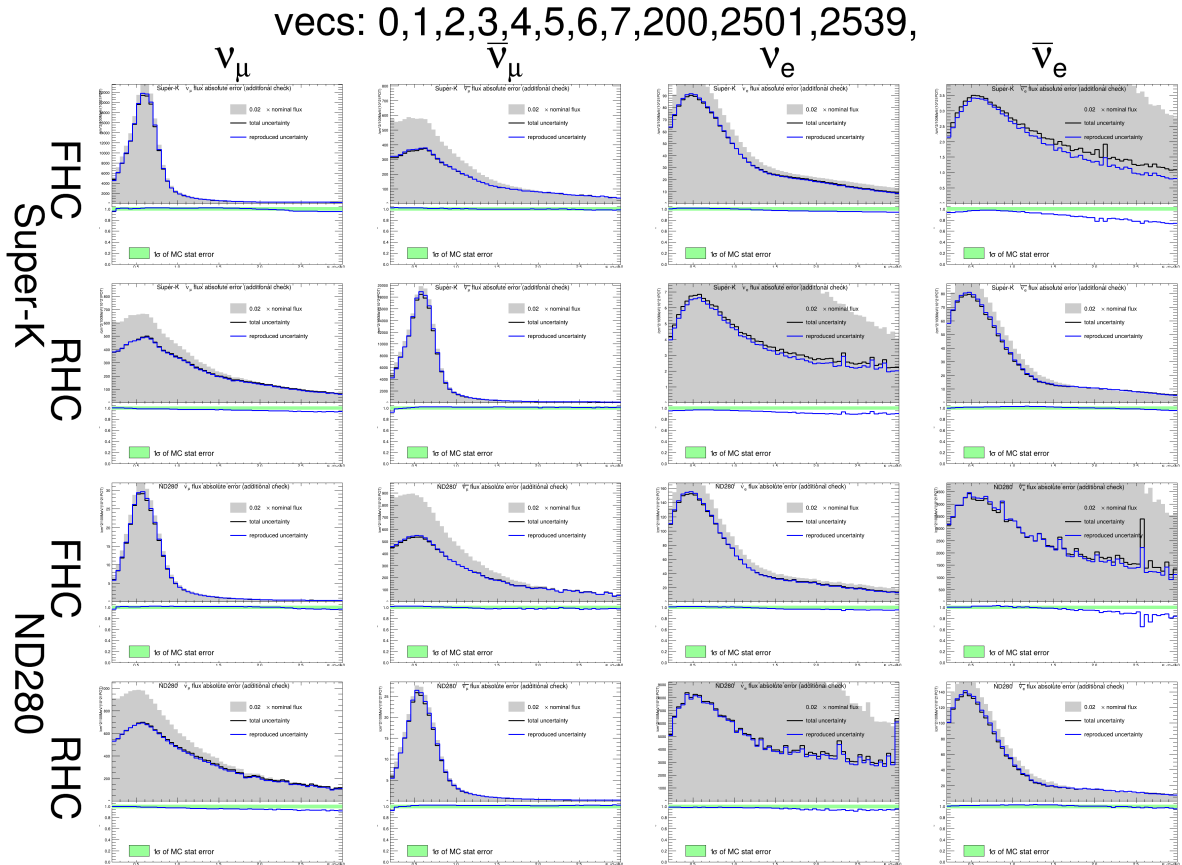


図 3.12: FHC の $\bar{\nu}_e$ を再現するために 200 番目の固有ベクトルを、RHC の ν_e を再現するために 2501 番目と 2539 番目の固有ベクトルを追加する。2609 個の変数を使う代わりに、11 個の変数 (固有ベクトル) を使うだけでニュートリノフラックスの誤差を十分な精度で再現することができる。

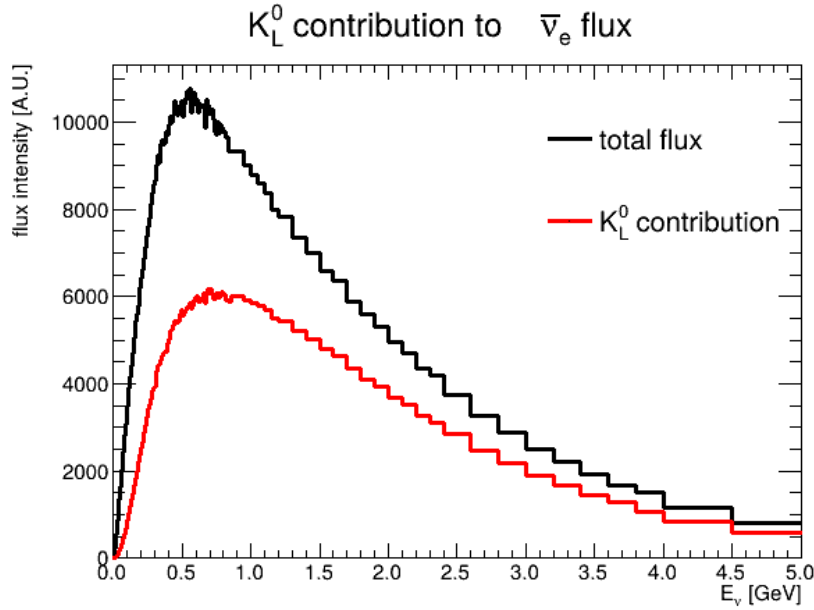


図 3.13: FHC における SK での $\bar{\nu}_e$ のフラックス。全体のフラックス (黒) の内、ターゲットで生成された粒子が K_L^0 であった事象 (赤) は約半分を占める。

Replica のデータでは K_L^0 の統計が十分でないため、フラックスのチューニングに使われていない。従って、現状では図 3.12 の再現で十分であると考えられる。

3.2.2 NA61 Replica から選ばれた変数の一覧とその物理的解釈

NA61 Replica の変数は 2609 個あったが、測定値の相関行列の固有ベクトルを使った変数変換で相関の無い変数を作り、ニュートリノフラックスが特に大きく変化する変数を 11 個選んだ。これらは固有値の大きい順に 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 200, 2051, 2539 番目の固有ベクトルに対応する変数である。NA61 Replica の主な系統誤差は、[35] で 7 つ挙げられており、個別の対応を知る方法は論文中の図と比較するしかないが、特徴的な物はそれで十分に物理的解釈をつけることが可能である。特に 0, 6, 7 番目のベクトルが系統誤差に対応するものであることを既に示した。測定した位相空間全体が同時に増減する、Reconstruction efficiency は 0 番目の固有ベクトルに対応し、 K 中間子に特に大きな誤差を計上する、Particle identification は 6, 7 番目の固有ベクトルに対応する。

この他の 5 つの系統誤差についても、一部は非常に似た応答の固有ベクトルが存在する。図 3.14 に 1 番目の固有ベクトルの、ハドロン生成反応の位相空間とニュートリノフラックスの応答を示す。これは Hadron loss という系統誤差に対応するものだと考えられる。Hadron loss は検出器の内部の物質との相互作用や、 π^\pm 中間子や K^\pm 中間子などが検出器に届く前に崩壊してしまうことによる誤差である。低運動量、低散乱角度の領域に大きな誤差が計上されており、ターゲットの最も上流での生成反応に大きく誤差がついている。

Backward extrapolation uncertainty は、生成粒子のターゲットからの放出位置を再構成する際に発生する誤差である。特に、散乱角が小さいほどターゲットのどこから放出された粒子だったかを決定することが難しくなり、大きな誤差を生じる。低散乱角の 2 ピンに大きく、ターゲット下流端では大角度の散乱角にも大きく誤差がついている。図 3.15 に 3 番目の固有ベクトルの応答を示す。これが Backward extrapolation uncertainty に対応する変数だと考えられる。

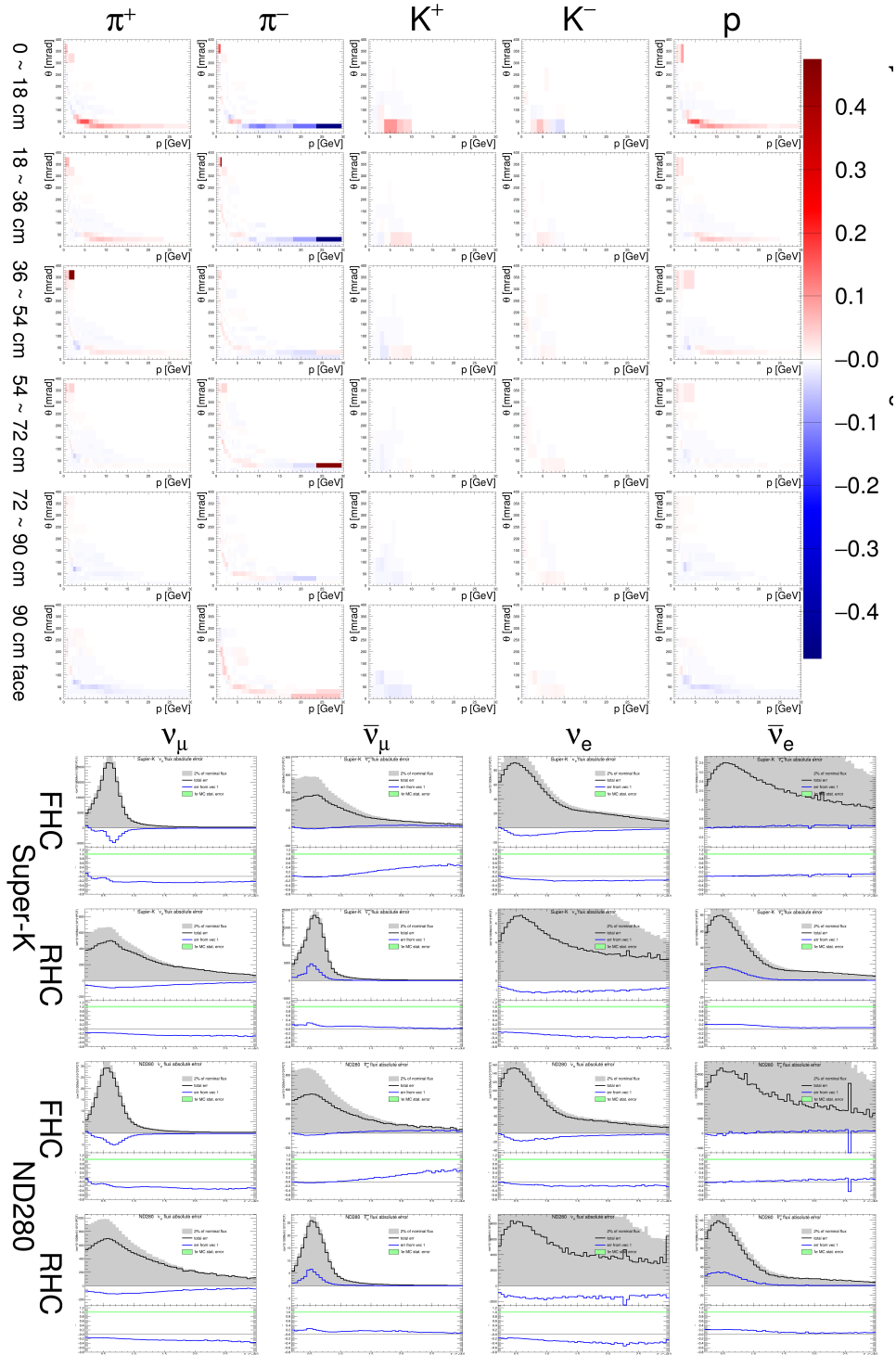


図 3.14: 1 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。NA61 Replica の系統誤差のうち、Hadron loss に対応すると考えられる。

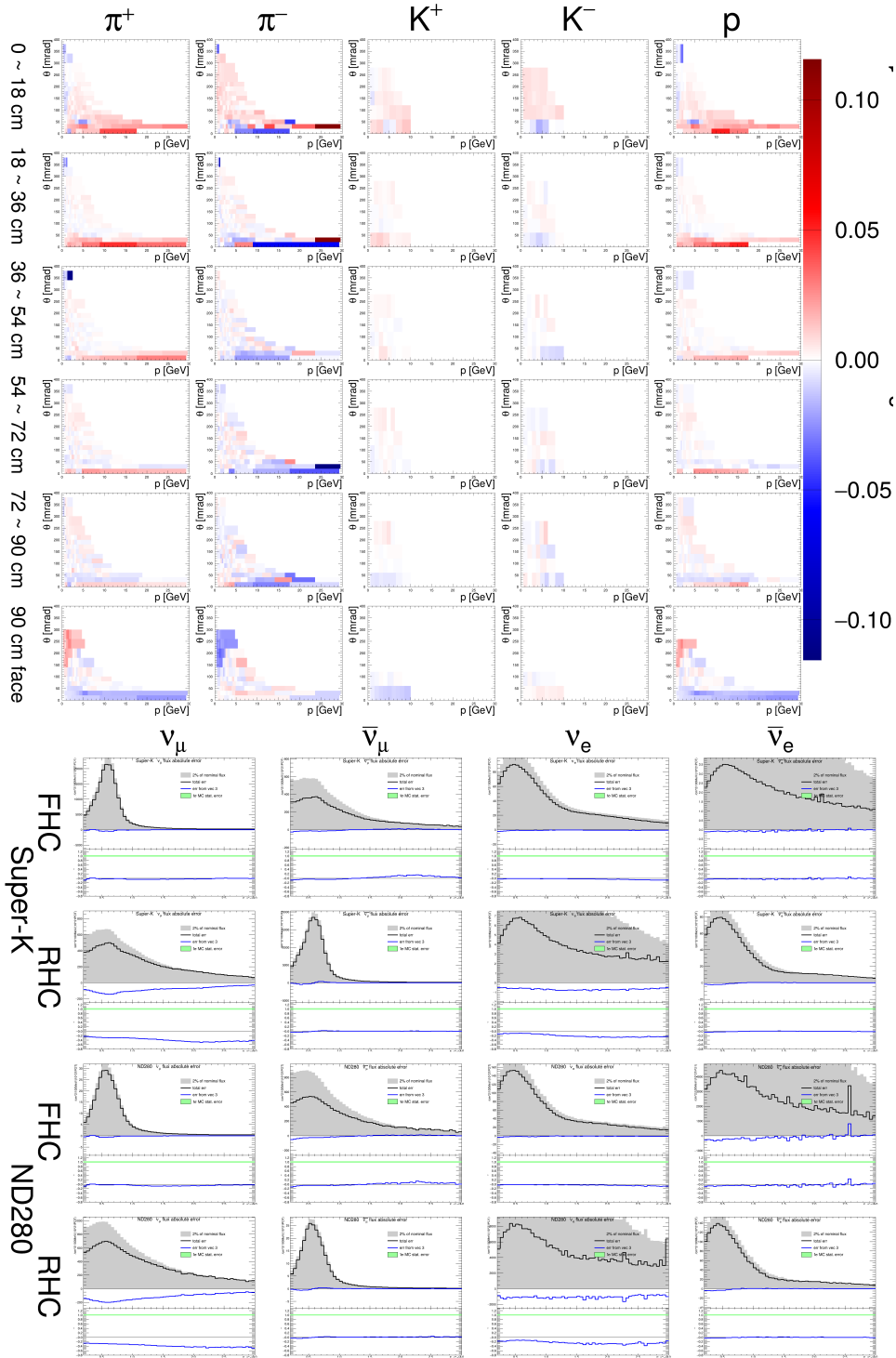


図 3.15: 3 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。NA61 Replica の系統誤差のうち、Backward extrapolation uncertainty に対応すると考えられる。

この他に Feed down correction、Time-of-flight efficiency、ad-hoc correction の3つがあるが、これらは今回選ばれた変数の中から明らかに対応付けられるものは見つけられなかった。Feed down correction はターゲット外で生成された粒子の事象を取り除く際の系統誤差であり、特に π 中間子と陽子の生成確率に誤差が計上される。Time-of-flight efficiency は TOF 検出器の検出効率の不定性に由来する系統誤差であり、負電荷の粒子にやや大きく誤差が計上される。ad-hoc correction は磁場測定がされている領域の端付近の影響を考慮した誤差であり [20]、陽子と π 中間子のごく一部のビンに計上される誤差である。

図 3.16 から図 3.18 に、2, 4, 5 番目の固有ベクトルの応答を示す。散乱角に対する依存性などに特徴的な応答が現れているが、これに一对一に対応する系統誤差はなく、複数の系統誤差が重なっている可能性がある。

残る三つの変数の応答を、図 3.19, 3.20, 3.21 に示す。いずれも Wrong-sign ν_e フラックスの誤差として大きな成分を持つが、ハドロン反応の位相空間では非常に局所的な誤差であることが分かる。

K 中間子は生成量が少ないため、位相空間のビン分けは π 中間子に比べて荒く、一つのビンが広い位相空間を占める。従って K 中間子についての誤差は、行列計算において局所的な要素であったとしても、物理学的に局所的な誤差であるとは限らない。実際ここで追加された固有ベクトルは 2609 個あるビンのうちごく一部が変化し、局所的な誤差に対応するものもあったが、 ν_e や $\bar{\nu}_e$ のフラックスは大きな変化を示した。ハドロン反応の相関を再現することを重視した主成分分析、すなわち固有値の大きな順に固有ベクトルを選んだ場合、このような要素を取り入れることはできなかった。

なお、これらの誤差はいずれも K^\pm 中間子の測定における統計誤差であると考えられる。現在解析中の 2022 年の NA61/SHINE 実験の測定により統計量が増加するため、この要素の寄与は今後小さくなると考えられる。

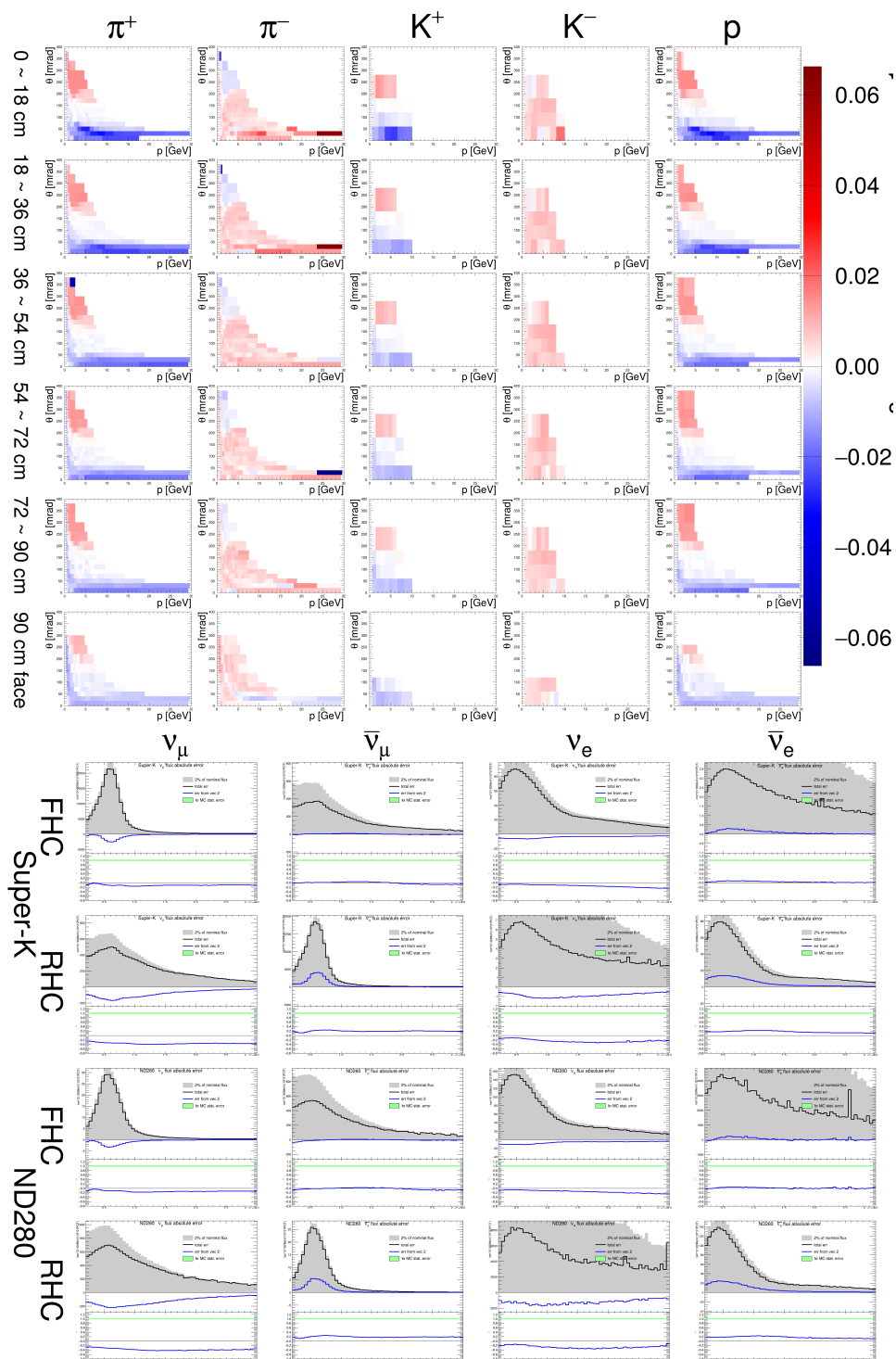


図 3.16: 2 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。

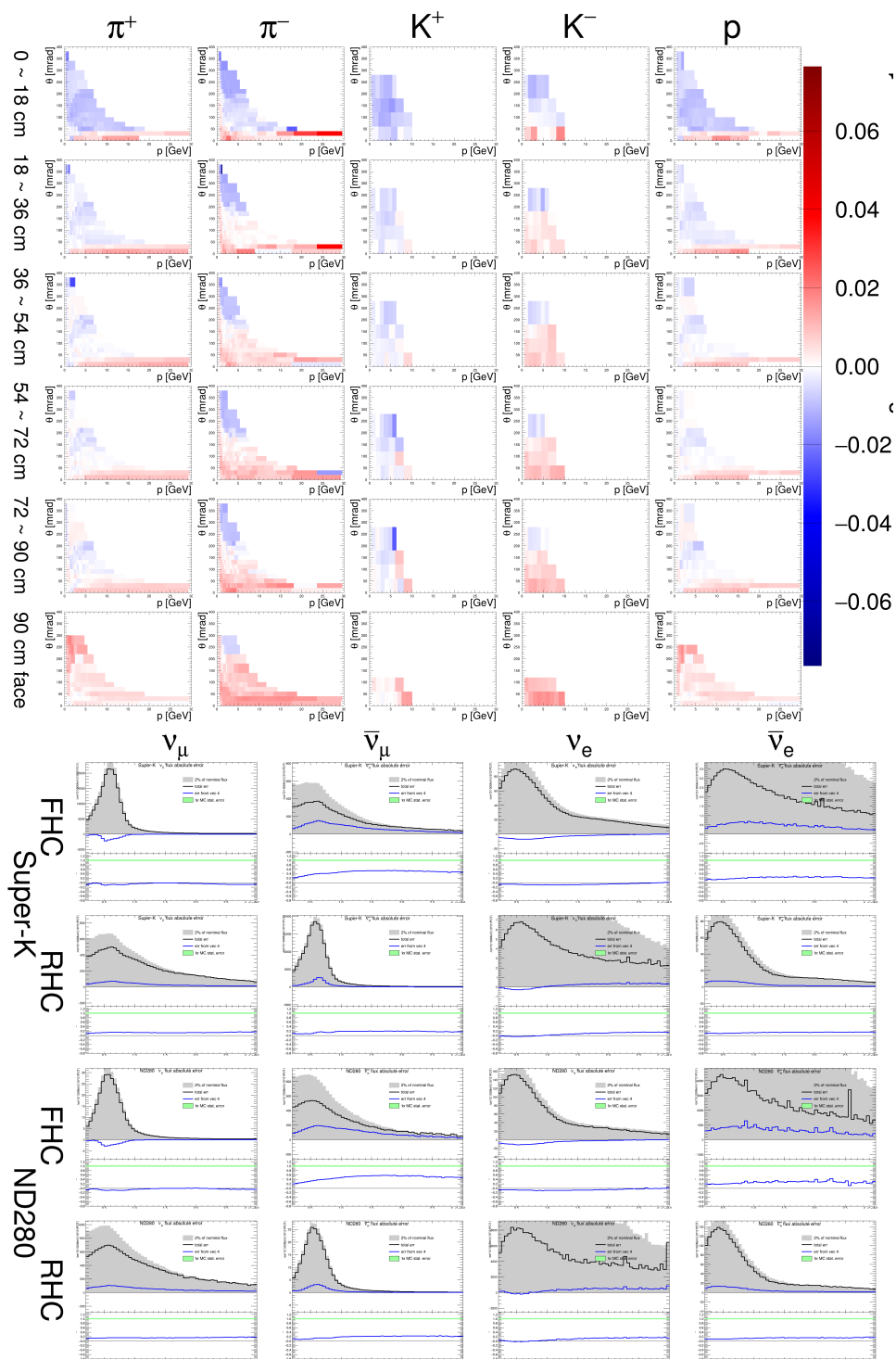


図 3.17: 4 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。

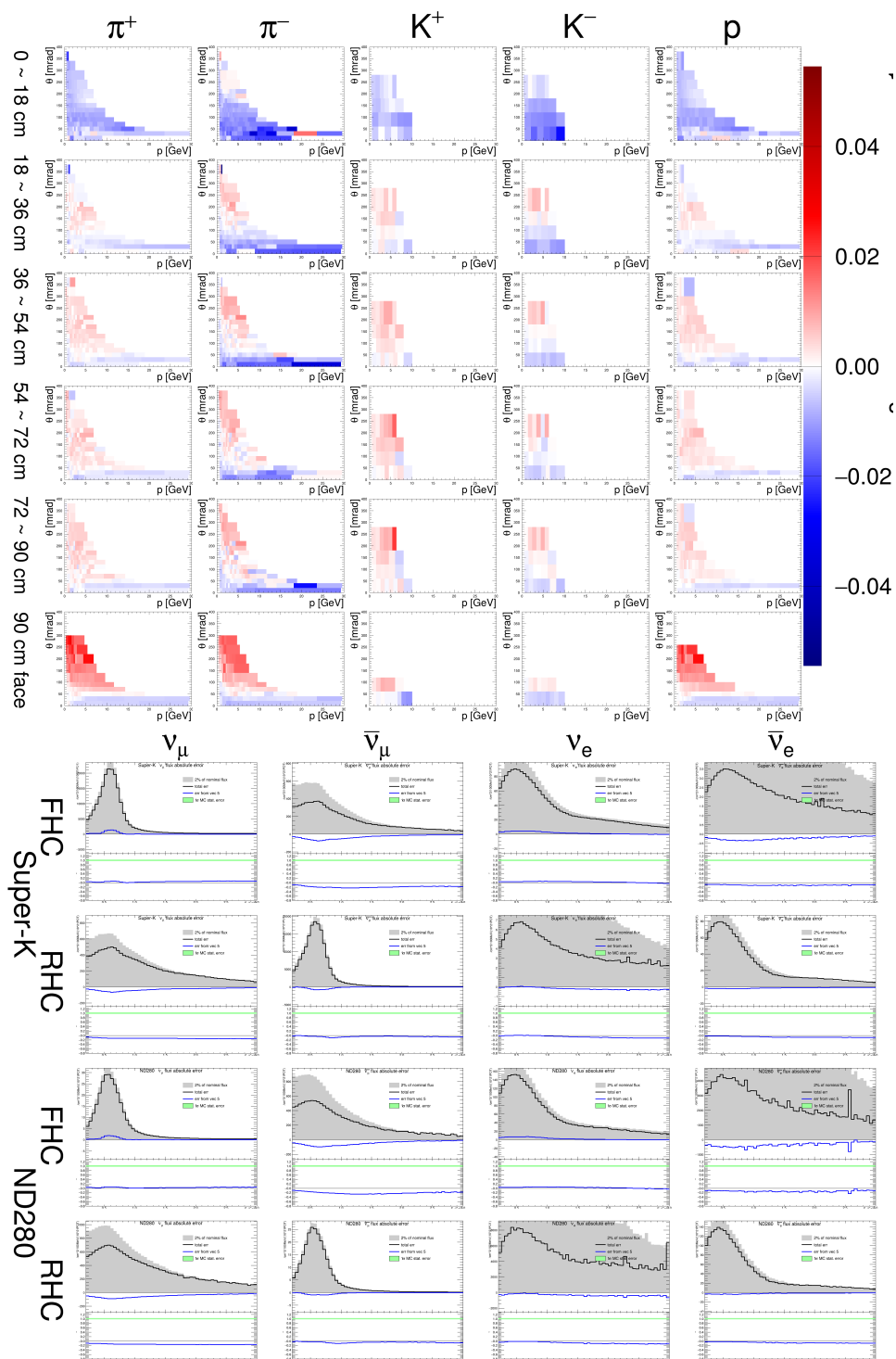


図 3.18: 5 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率とニュートリノフラックスの応答。

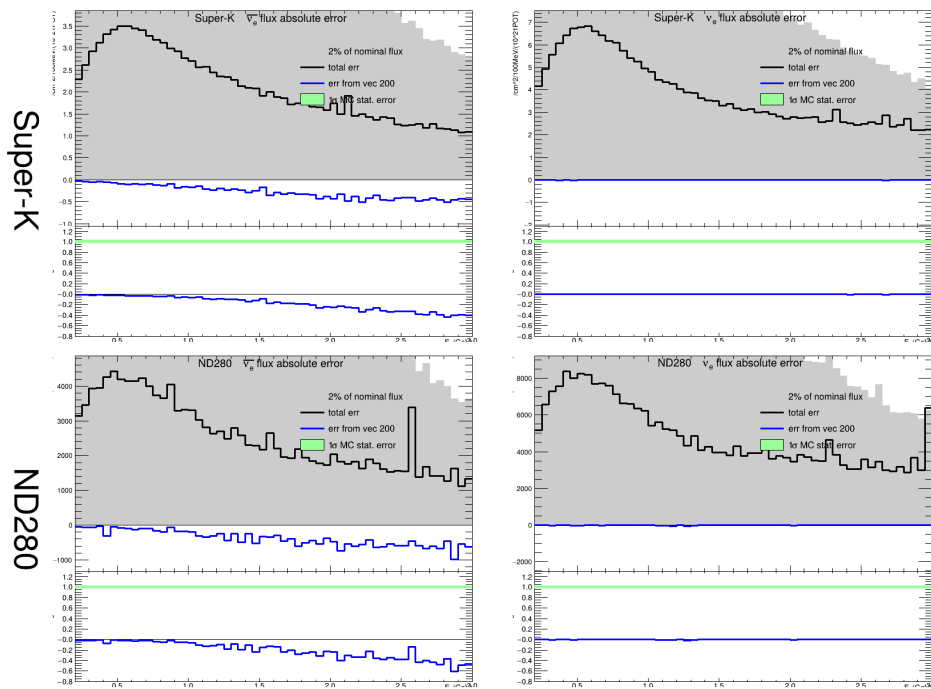
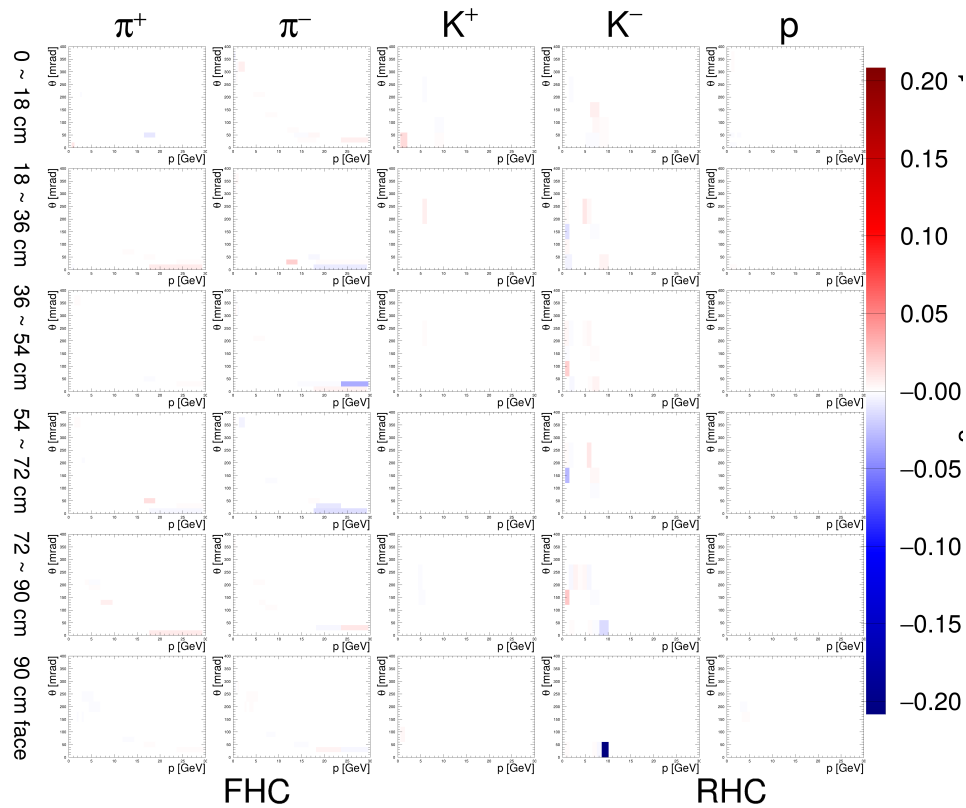


図 3.19: 200 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率と Wrong-sign ν_e フラックスの応答。ターゲット下流端の面から出た K^- の散乱角最小、運動量最大のビンが特に大きく変化している。

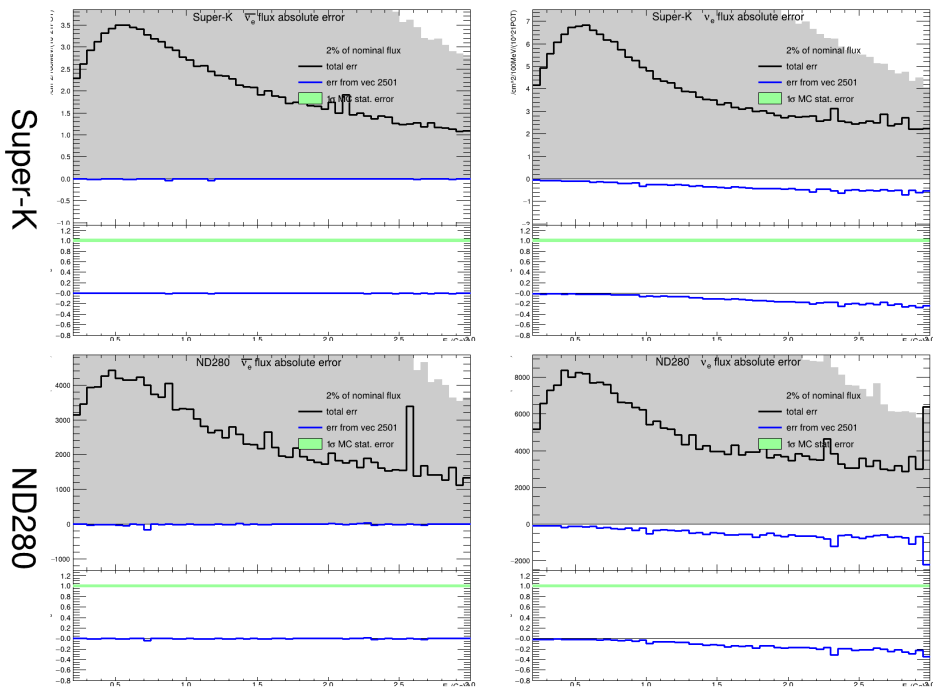
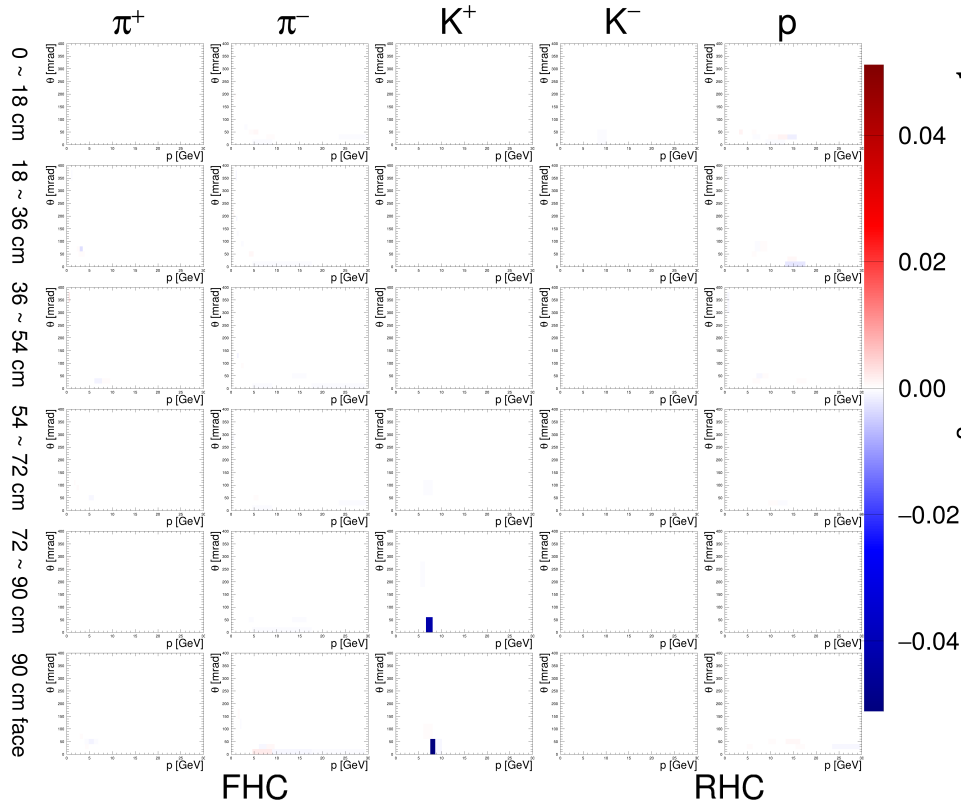


図 3.20: 2501 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率と Wrong-sign ν_e フラックスの応答。ターゲット下流端の面と、その一つ上流の Bin から出た K^+ の散乱角最小、高運動量の Bin が正相関で変化している。

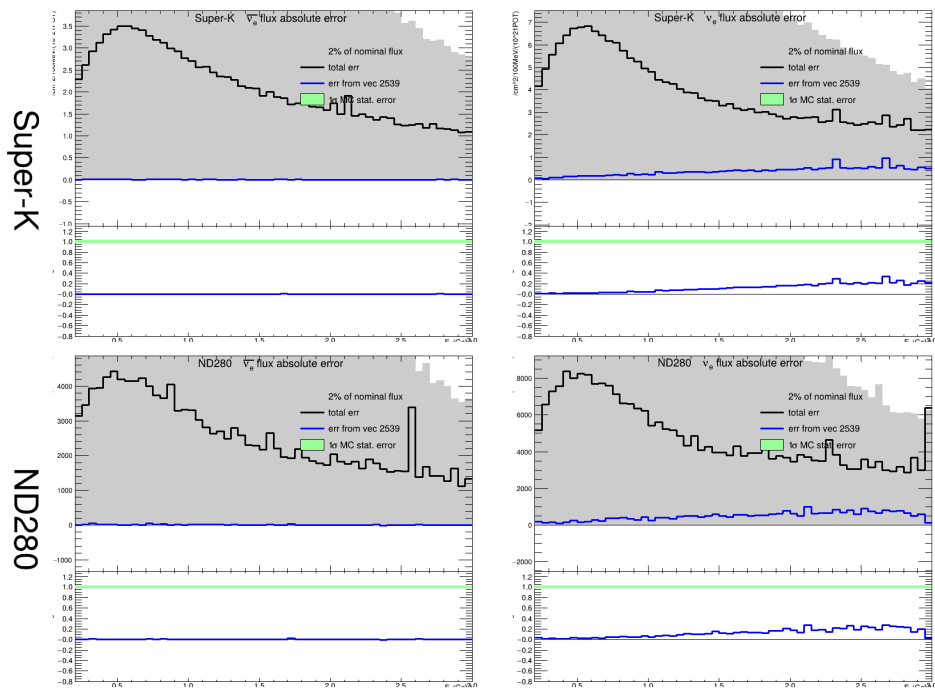
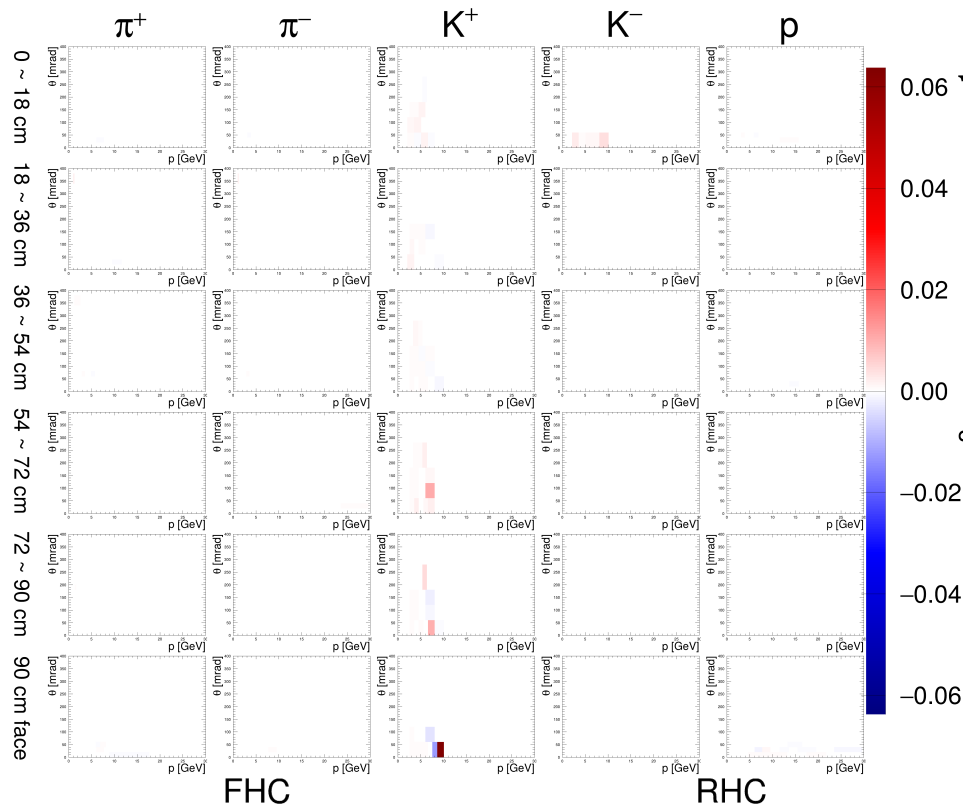


図 3.21: 2539 番目の固有ベクトルに対するハドロン生成確率と Wrong-sign ν_e フラックスの応答。ターゲット下流端の面から出た K^+ の散乱角最小、運動量最大のビンが特に大きく変化している。

3.3 測定で制限されていないハドロン相互作用の不定性の取り扱い

ニュートリノ生成標的の外での2次散乱など、一部のハドロン相互作用については、NA61/SHINE 実験などの外部実験の測定結果を使ったチューニングをしていない。これは使えるデータが十分に存在しないためである。その中の一部の反応では誤差評価にのみ外部実験の結果を用いることもあるが、そのような誤差評価に使えるデータもないような反応である場合、“未拘束の反応”となる。これはT2KではUnconstrained Interactionsと呼ぶ。このような反応については、複数の現象論的モデルを比較して大まかに誤差を計上している。図3.22にUnconstrained Interactionsに由来するニュートリノフラックスの誤差を示す。過小評価を避けるため比較的大きな誤差が計上されているため、Wrong-sign ν フラックスなどで特に大きく、Nominal Fluxの10%程度の大きさとなる。

3.3.1 Unconstrained Interactions の誤差を記述する新しい変数

Unconstrained Interactions は、7種類の始状態の粒子 ($\pi^\pm, K_L^0, K^\pm, n, p$) と5種類の終状態の粒子 (π^\pm, K_L^0, K^\pm)、すなわち合計で35種類の散乱モードについて考慮されている。それぞれのモードは図3.23に示した例のように、ファインマンスケリング [27, 25] の考え方に基づいた定義の位相空間で記述される。位相空間は特徴的な6つの領域に分割され、それぞれの規格化変数がフラックスを決定する変数となる。同じ散乱モードの中の変数には相関が実装されており、50%の無相関の誤差と50%の相関のある誤差を計上した、 6×6 の共分散行列を使っている。この変数を新しいフラックスの変数として考えると、 $7 \times 5 \times 6 \times 2 = 420$ 個の変数を要する⁵ことになる。そこで、NA61 Replicaで行った開発と同様に、この変数を減らすことに取り組む。

NA61 Replicaの実装は完全に線形応答であったが、Unconstrained Interactionなどは複数回にわたって発生する可能性があり、特に同じモードの散乱が一つのニュートリノイベント中で複数回発生すると、誤差の伝播は1次式ではなく非線形応答となる。図3.24に示すように、各変数を $+1\sigma$ 変化させたときの応答と、 -1σ 変化させたときの応答から、以下の式のように対称な成分 ($\frac{1}{2}\Delta\Phi_+ - \frac{1}{2}\Delta\Phi_-$) と非対称な成分 ($\frac{1}{2}\Delta\Phi_+ + \frac{1}{2}\Delta\Phi_-$) を分離することができる。

$$\Delta\Phi\Delta\Phi^T = \frac{1}{2}(\Delta\Phi_+\Delta\Phi_+^T + \Delta\Phi_-\Delta\Phi_-^T) \quad (3.17)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\Delta\Phi_+ - \frac{1}{2}\Delta\Phi_-\right)\left(\frac{1}{2}\Delta\Phi_+ - \frac{1}{2}\Delta\Phi_-\right)^T + \left(\frac{1}{2}\Delta\Phi_+ + \frac{1}{2}\Delta\Phi_-\right)\left(\frac{1}{2}\Delta\Phi_+ + \frac{1}{2}\Delta\Phi_-\right)^T \quad (3.18)$$

$$= \Delta\Phi_{\text{sym}}\Delta\Phi_{\text{sym}}^T + \Delta\Phi_{\text{asym}}\Delta\Phi_{\text{asym}}^T \quad (3.19)$$

3次以上の効果は無視して考えれば、対称な成分とは線形応答に対応する成分であり、非対称なものが非線形成分である。

図3.25に、非線形成分の誤差と合計の誤差の比較を示す。ここでは3.2.1節と同じく、ニュートリノエネルギーが0.2 GeVから3 GeVの範囲を示した。また、これをより広いエネルギー領域で描画したものを図3.26に示す。非線形成分は小さいが特に低エネルギーでは無視できない大きさの誤差を生じることが分かる。

ここで、非線形成分の主な原因となる成分を明らかにする。図3.27に、FLUKAとJNUBEAMが生成したMC sampleのニュートリノイベントにおいて、ニュートリノを放出するまでに $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ と $\pi^+ \rightarrow \pi^-$ の散乱がそれぞれ何回発生したかの分布を示す。 $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ 散乱が2回以上起こるようなニュートリノイベント数は、全体のおよそ1%程度であることが分かる。このような同じ散乱モードが2回以上発生すると、散乱確率の比をその回数だけかけることになり、非線形応答を

⁵非線形な応答を持つ変数であるため、2のファクターがかかる。

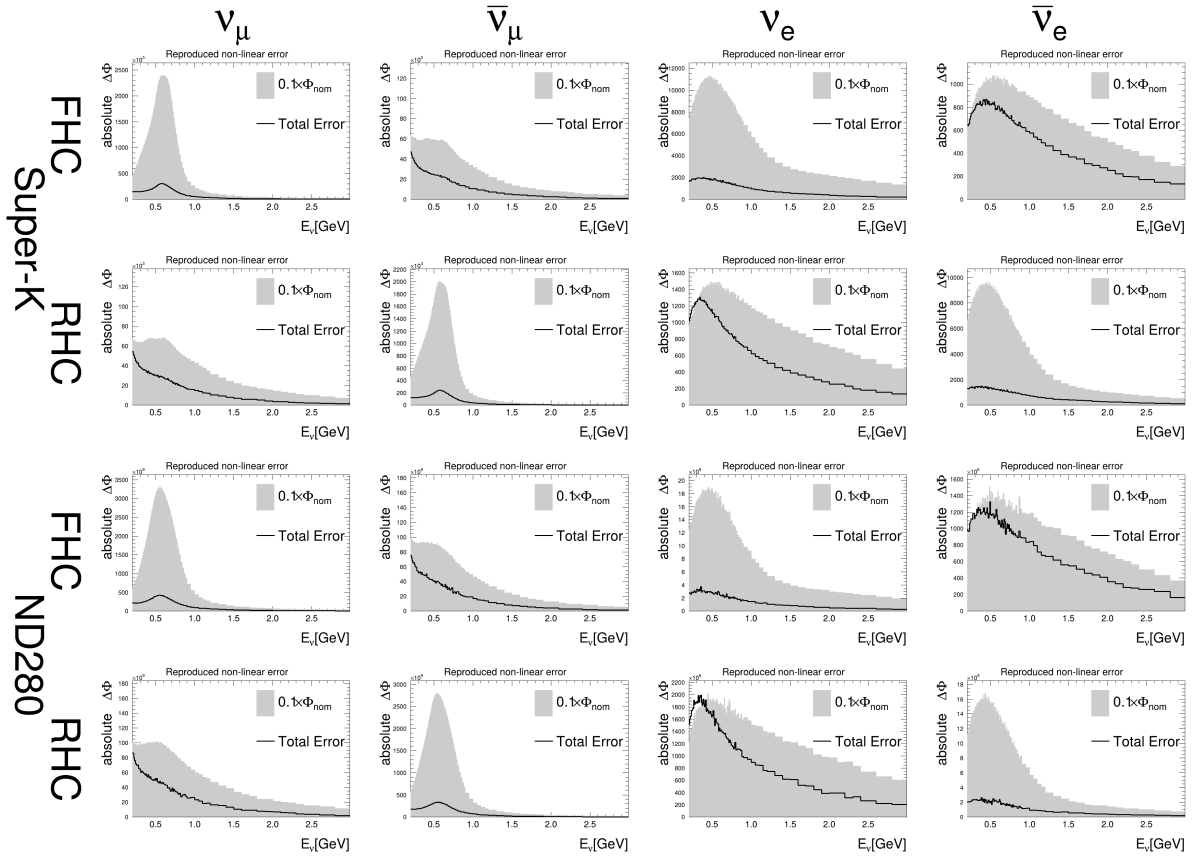


図 3.22: Unconstrained Interactions によるフラックス誤差 (黒)。背景に Nominal Flux を 0.1 倍にスケールしたものを示した。特に Wrong-sign ν フラックスで大きく、Nominal Flux の 10% 程度の大きさとなる。

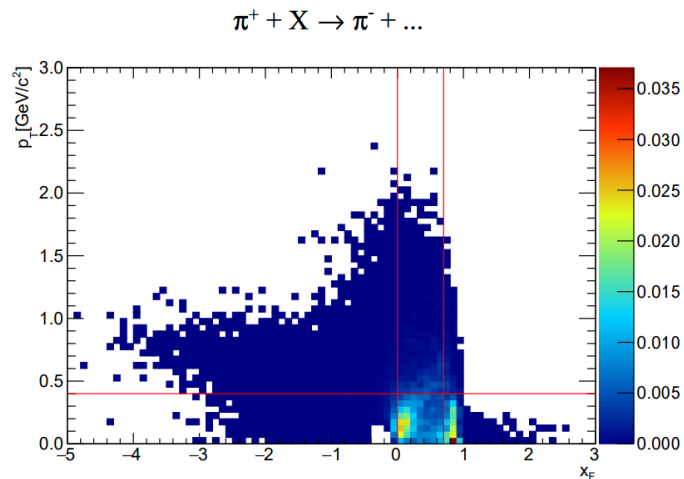


図 3.23: Unconstrained Interactions の位相空間の例。 x_F と p_T で表される位相空間を、散乱確率の特徴的な分布に従い 6 つの領域に分割している。それぞれの領域の散乱確率がフラックスを決定する変数である。図は [40] より引用した。

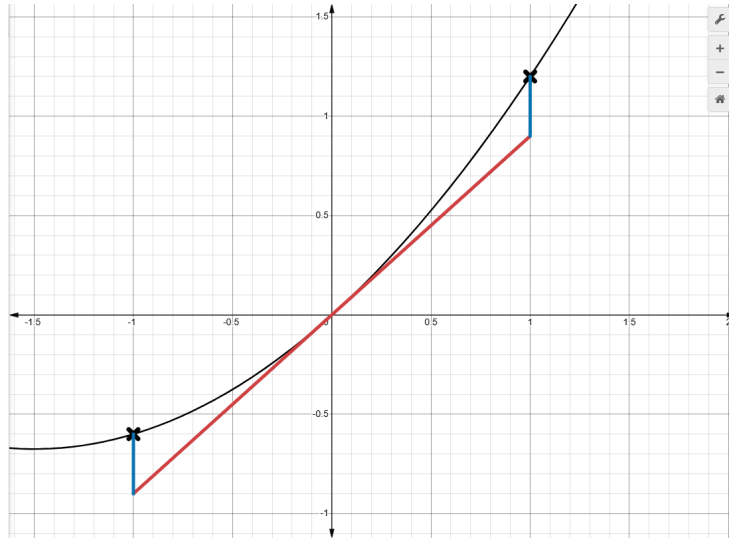


図 3.24: 非線形応答の要素から線形成分と非線形成分を分離する方法のイメージ図。赤線が対称な応答を示す成分で、青線が非対称な成分である。

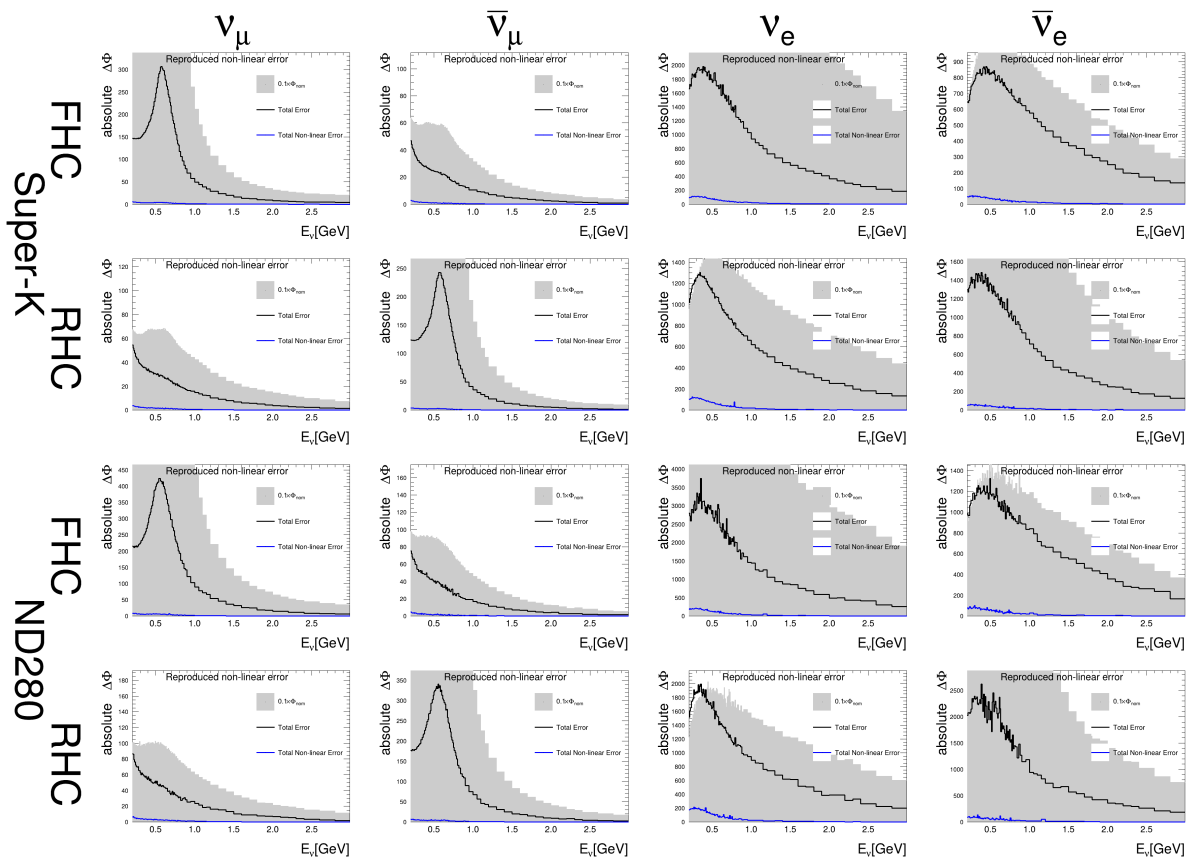


図 3.25: Unconstrained Interactions に由来するフラックス誤差の合計 (黒) と非線形成分の合計 (青) の比較。

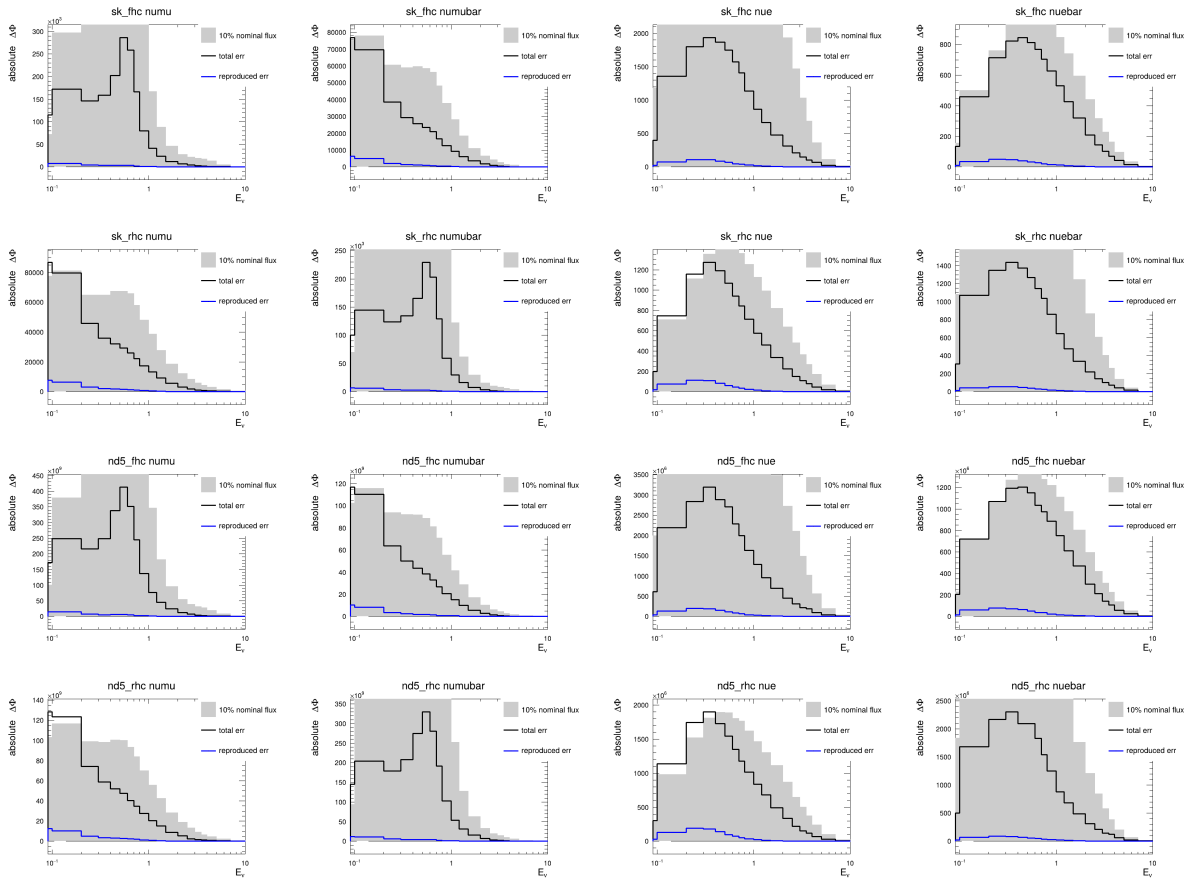


図 3.26: Unconstrained Interactions に由来するフラックス誤差の合計 (黒) と非線形成分の合計 (青) の比較。0.09 GeV から 10 GeV の範囲を示した。特に低エネルギーで非線形成分の寄与が比較的大きい。

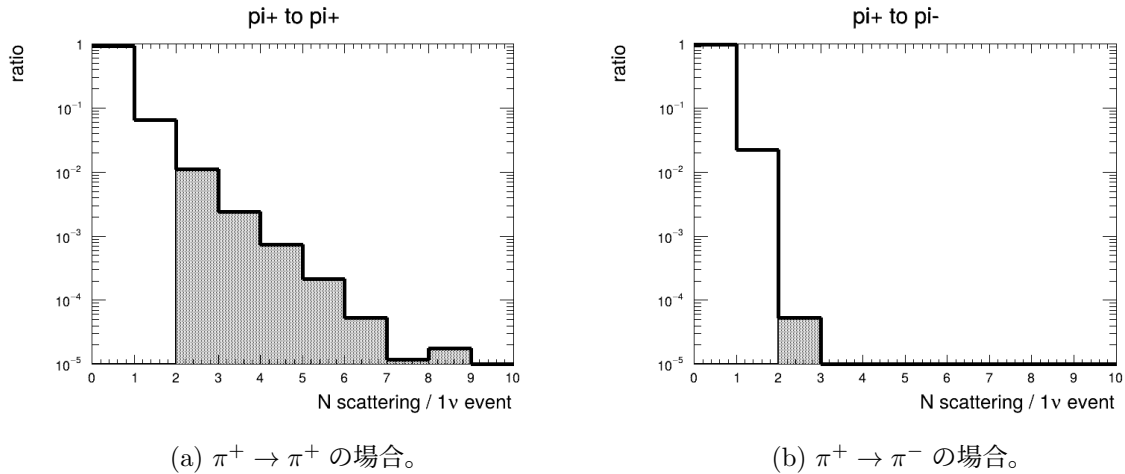


図 3.27: $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ と $\pi^+ \rightarrow \pi^-$ の散乱モードについての崩壊してニュートリノを生成するまでの散乱回数の分布。

示す要素になりうる。それに対して $\pi^+ \rightarrow \pi^-$ が 2 回以上発生する確率は非常に小さい。 $N = 1$ となる確率も $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ の方が高く、これは弾性散乱の寄与があるためである。また、 $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ の確率分布は N に対して指数関数的な分布だが、 $\pi^+ \rightarrow \pi^-$ は $N = 2$ で急速に確率が低くなる。これは、 $\pi^+ \rightarrow \pi^-$ が 2 回発生するには 3 次散乱以上が必要なためである。実際にはこの全てが Unconstrained Interaction となるわけではなく、例えば 2 回の散乱の内片方だけが Unconstrained Interaction となり線形成分となるような場合もありうるが、非線形成分を理解するための一つの指標とするには十分である。図 3.28 には、35 種類全ての散乱モードについて同様の図を示した。粒子の種類が変わらないような 5 つの散乱モードでは非線形な応答を引き起こす多重散乱イベントが最大 1 % 程度存在するのに対し、それ以外のモードではほとんど存在しないことがわかる。 $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ と $\pi^+ \rightarrow \pi^-$ を比較した際と同じ様子が見えている。

これにより、非線形応答のもととなる支配的な成分は、粒子の種類が変わらない 5 つの散乱モードであり、その他のモードで非線形性を考慮する必要はないと考えられる。そこで、5 つのモードそれぞれの 6 つの変数の中から、固有値が最大のベクトルの非線形成分に対応する変数だけを取り出す。図 3.29 のように、210 個の非線形成分の変数の代わりに、これら 5 つだけの変数の合計の誤差を使って、誤差の非線形成分が十分に再現できることがわかった。

NA61 Replica についての開発と同様に、 χ^2 値に従ってフラックスの応答が大きい変数を洗い出し、線形成分の変数として 44 個の変数を選んだ。図 3.30 に示すように、非線形成分の 5 つの変数と合わせて 49 個の変数から計算した Unconstrained Interactions の誤差は従来の手法で計算された誤差を十分な精度で再現する。

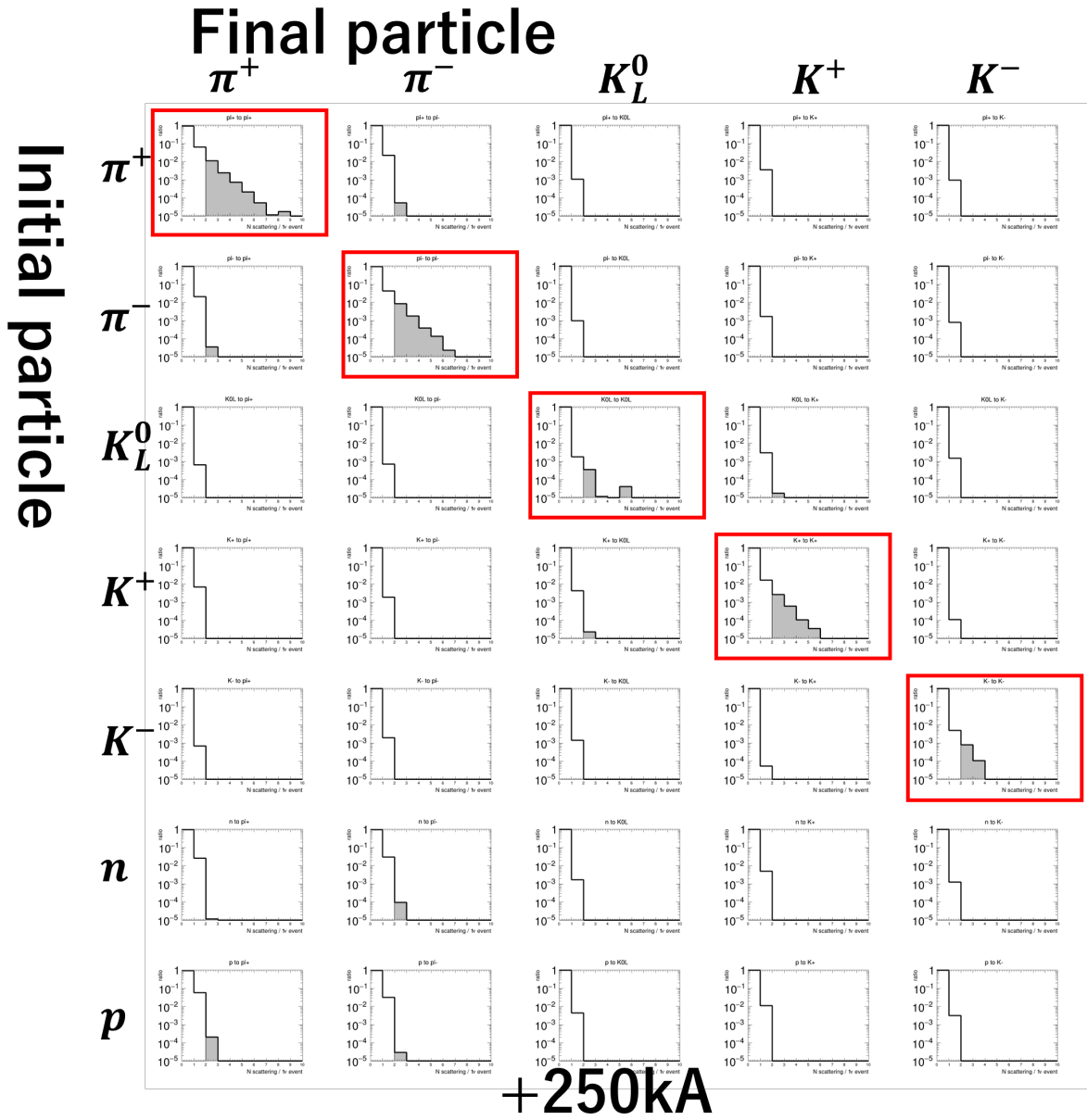


図 3.28: ハドロンが崩壊してニュートリノを生成するまでの散乱回数分布。35 種類全ての散乱モードについての分布を示した。FHC で生成されたサンプルのみ示したが、RHC でも同じ特徴を示した。

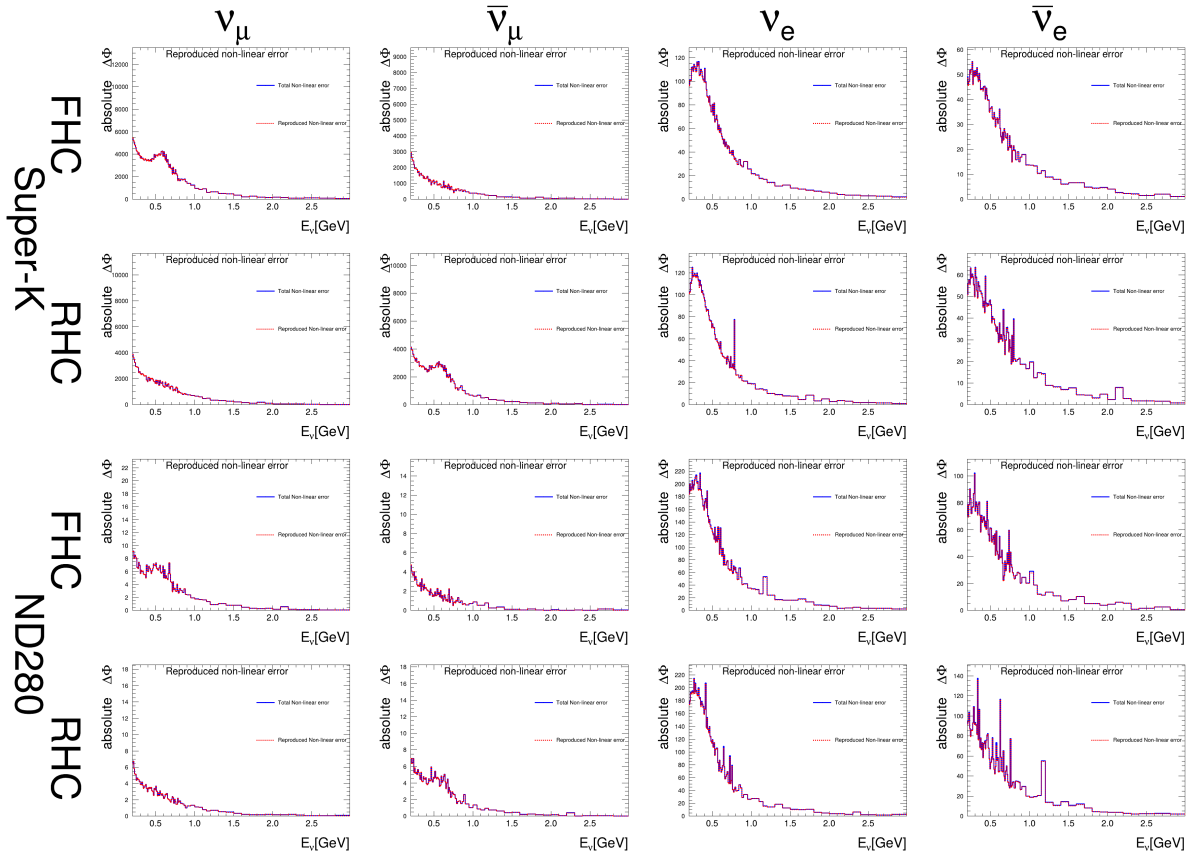


図 3.29: Unconstrained Interactions の誤差の非線形成分を 5 つの変数で再現したもの。210 個の非線形の変数の合計の誤差 (青、実線) を、粒子の種類が変わらない 5 つの散乱モードの固有値最大の固有ベクトルに対応する変数だけで十分に再現できる (赤、破線) ことが分かった。

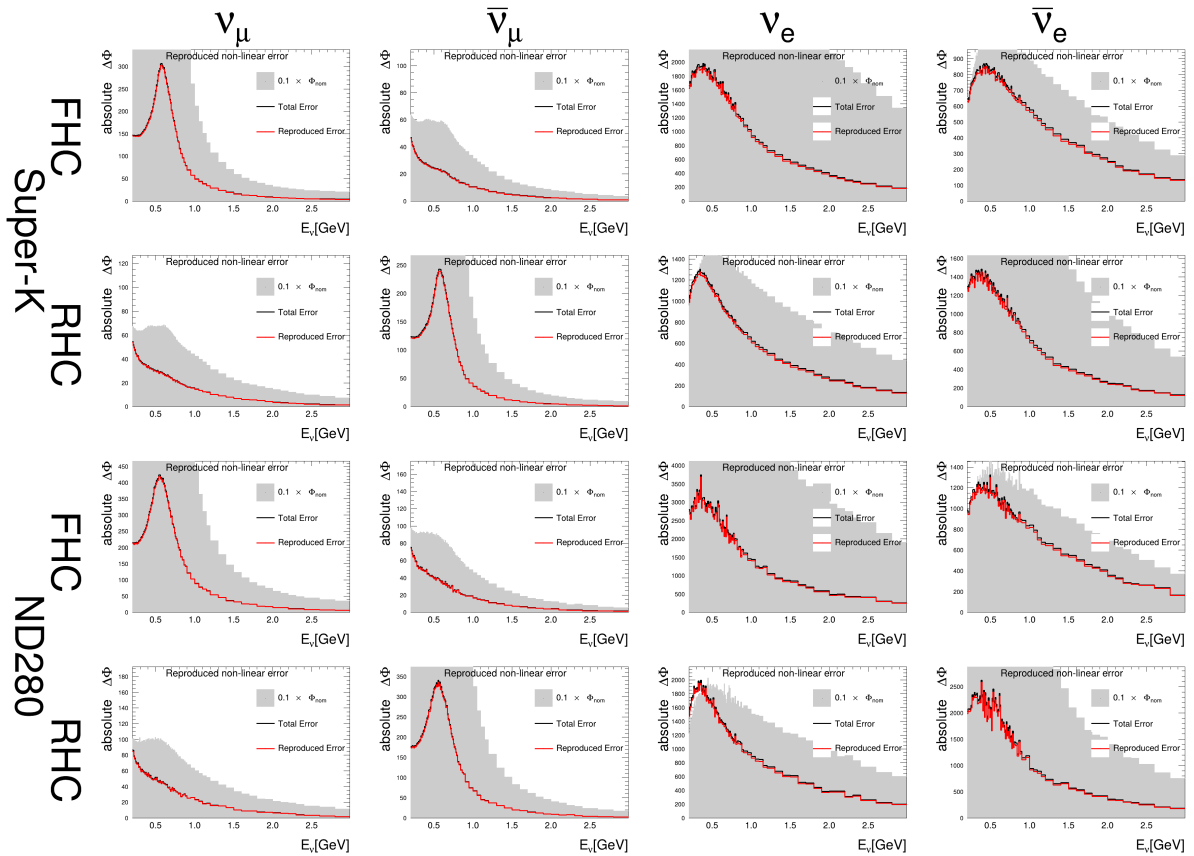


図 3.30: 5つの非線形な変数に44個の線形な変数を追加して再現した Unconstrained Interactions に由来する誤差(赤)。420個全ての変数を使う従来手法で計算されたフラックス誤差(黒)を良い精度で再現している。

3.3.2 Unconstrained Interactions について選ばれた変数の一覧とその物理的解釈

表 3.3 に選ばれた 49 個の変数の一覧を示す。35 種類ある散乱モードのうち、20 個のモードからしか変数が選ばれなかった。また、一つのモードから複数の固有ベクトルが選ばれる場合があった。それぞれの散乱モードの中で最もフラックス誤差への寄与が大きいのは 0 番目の固有ベクトルに対応する変数である。このベクトルは対応する散乱モードの位相空間全体の散乱確率を同時に変化させるものである。

Unconstrained Interactions としてどの散乱モードが大きな寄与を持つのか、という特徴には物理学的な背景があるものとそうでないものがある。 $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ や $\pi^- \rightarrow \pi^-$ などの、粒子の種類が変わらない散乱モードの寄与は大きく、これは原子核内核子との準弾性散乱の寄与により発生しやすい散乱モードである。 $\pi^- \rightarrow \pi^+$ などの粒子の電荷の符号が変わるような散乱の寄与は小さい。また、 $\pi^+ \rightarrow K^+$ など、ストレンジネスを交換する散乱過程の寄与も比較的小さい。

$p \rightarrow X$ の散乱モードは、全てのニュートリノイベントの始状態が 30 GeV の陽子ビームである以上、最も大きな寄与を持つ散乱モードである。NA61/SHINE 実験を始め陽子を始状態とする反応の測定データが豊富にあるため、Unconstrained Interactions としての寄与が小さくなっている。その中で $p \rightarrow \pi^\pm$ の生成確率は非常に高く、測定データの位相空間を出るイベント数が無視できなかったため新しい変数として残ったと考えられる。 $p \rightarrow K_L^0$ は、中性粒子の測定が荷電粒子よりも難しい⁶のために選ばれた変数であると考察できる。 $n \rightarrow X$ の散乱モードについては、 $p \rightarrow X$ のデータをアイソスピン対称性を考慮して拡張すれば利用できるため、Unconstrained Interaction としての寄与が小さい。

また、非線形成分は $X \rightarrow X$ のような粒子の種類が変わらない散乱モード以外無視できる。既に述べたように、粒子の種類が変わるある一つの散乱モードが 2 回発生するには最低でも 3 次散乱が必要になるためである。

ある 1 回の散乱を考えた時、その終状態の粒子はその後また散乱するか、散乱せずにニュートリノの親粒子として崩壊する。従って選ばれた変数を散乱の終状態の粒子ごとに分けてニュートリノフラックスへの寄与を見ると、終状態の粒子の崩壊で生じるニュートリノのフラックスに大きな寄与があると予想できる。図 3.31、図 3.32、図 3.33、図 3.34、図 3.35 に、それぞれ終状態が π^+ 、 π^- 、 K_L^0 、 K^+ 、 K^- となる散乱モードによるフラックス誤差への寄与を示した。それぞれの粒子を親粒子とするようなニュートリノフレーバーで特に大きな寄与があることが分かる。

非線形成分は線形成分に対し小さいが、ここでは無視せずに実装した。ND によるフラックス変数のフィッティングを見据えると、現状は非線形応答も傾きの違う 1 次関数として扱われるが、5 つ程度の少ない変数であれば、2 次式などを使ったより高精度の応答関数を使うという方法も選択できる。ただし本研究では 1 次式の応答関数を使う。

⁶例えば NA61 Replica の K_L^0 のデータが取り入れられていない。

表 3.3: Unconstrained Interactions を記述する変数の一覧。420 個あった中から、フラックス誤差として特に大きな寄与を持つものだけを選んだ。

散乱モード	固有ベクトルの ID
$\pi^+ \rightarrow \pi^+$	0, 2, 3, 4, 5 + non-lin
$\pi^+ \rightarrow \pi^-$	0, 4, 5
$\pi^+ \rightarrow K_L^0$	0
$\pi^- \rightarrow \pi^-$	0, 2, 3, 4, 5 + non-lin
$\pi^- \rightarrow \pi^+$	0
$\pi^- \rightarrow K_L^0$	0
$K_L^0 \rightarrow K_L^0$	0, 4, 5 + non-lin
$K_L^0 \rightarrow K^+$	0
$K_L^0 \rightarrow K^-$	0
$K^+ \rightarrow K^+$	0, 3, 4, 5 + non-lin
$K^+ \rightarrow \pi^+$	0
$K^+ \rightarrow K_L^0$	0, 3, 4, 5
$K^- \rightarrow K^-$	0 + non-lin
$K^- \rightarrow K_L^0$	0
$n \rightarrow \pi^+$	0
$n \rightarrow \pi^-$	0, 4
$n \rightarrow K^+$	0
$p \rightarrow \pi^+$	0, 3, 4
$p \rightarrow \pi^-$	0, 4
$p \rightarrow K_L^0$	0, 3, 4

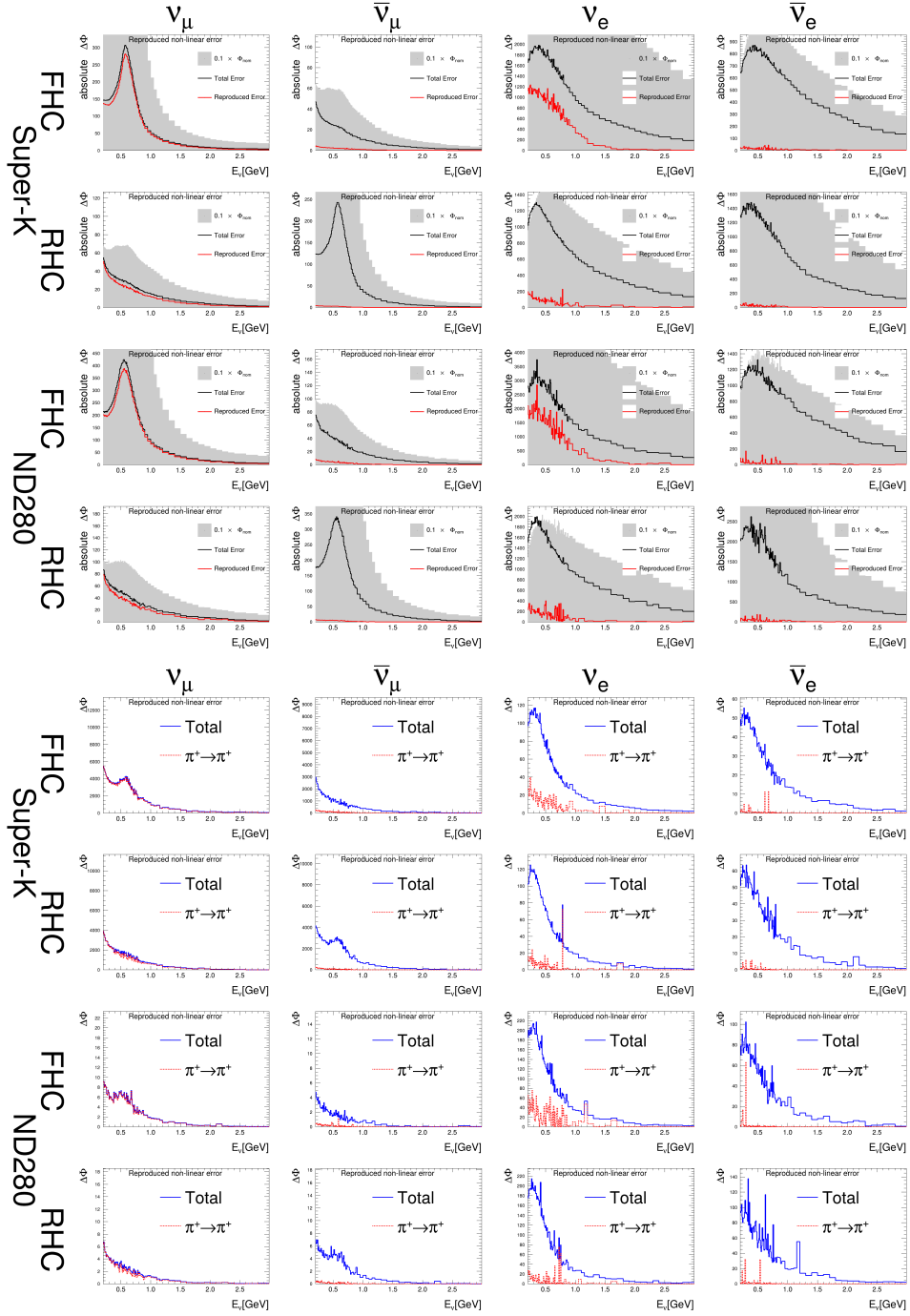


図 3.31: 最終的に選ばれた変数の内、終状態が π^+ となる散乱モードの変数によるフラックス誤差への寄与 (上図赤) と、誤差の非線形成分の内 $\pi^+ \rightarrow \pi^+$ の寄与 (下図赤)。Unconstrained Interactions 全体の誤差 (上図黒、下図青) と比べると、これらは ν_μ の誤差の支配的な成分であることが分かり、 ν_e でも大きな誤差を生む。

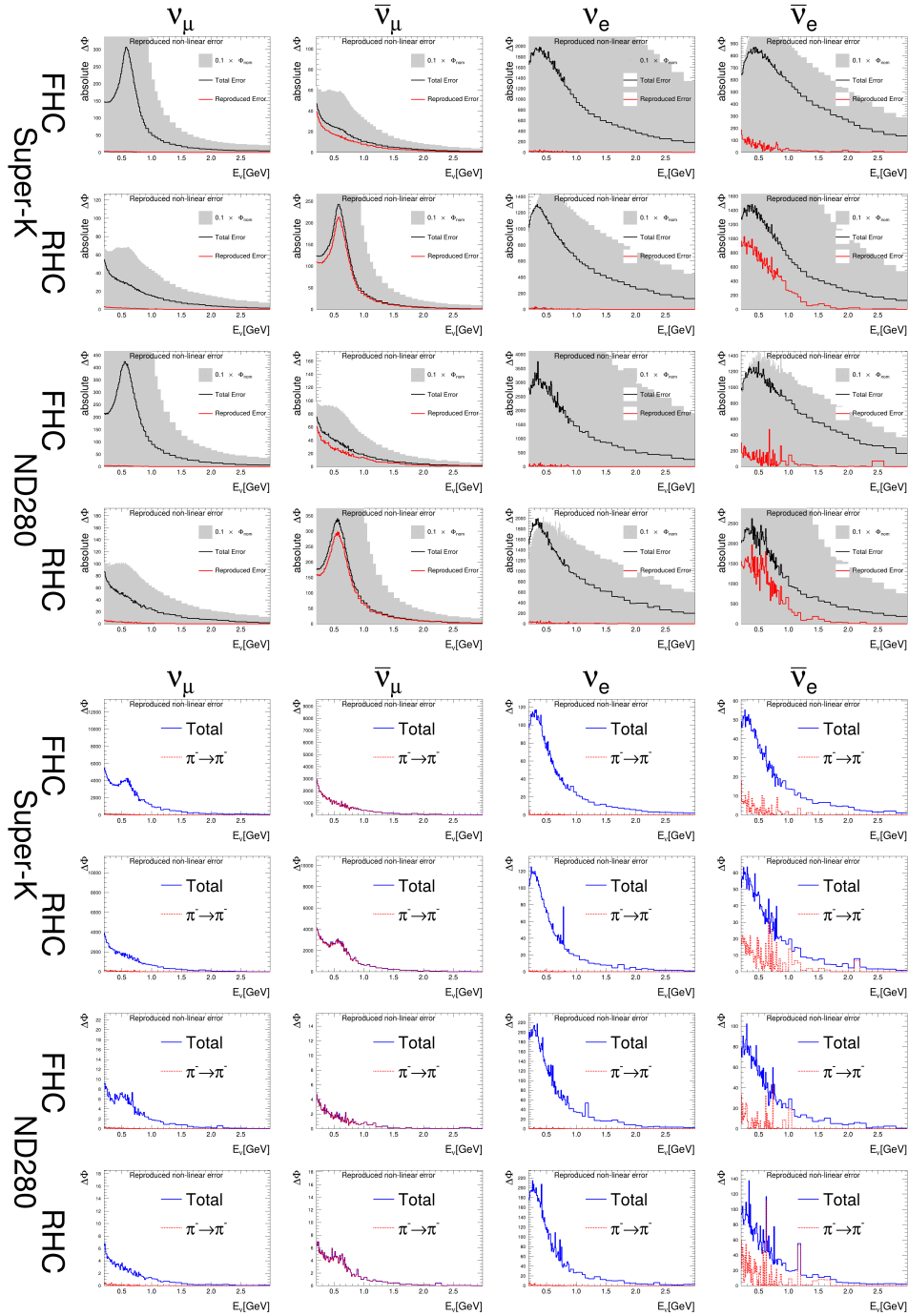


図 3.32: 最終的に選ばれた変数の内、終状態が π^- となる散乱モードの変数によるフラックス誤差への寄与 (上図赤) と、誤差の非線形成分の内 $\pi^- \rightarrow \pi^-$ の寄与 (下図赤)。Unconstrained Interactions 全体の誤差 (上図黒、下図青) と比べると、これらは $\bar{\nu}_\mu$ の誤差の支配的な成分であることが分かり、 $\bar{\nu}_e$ でも大きな誤差を生む。

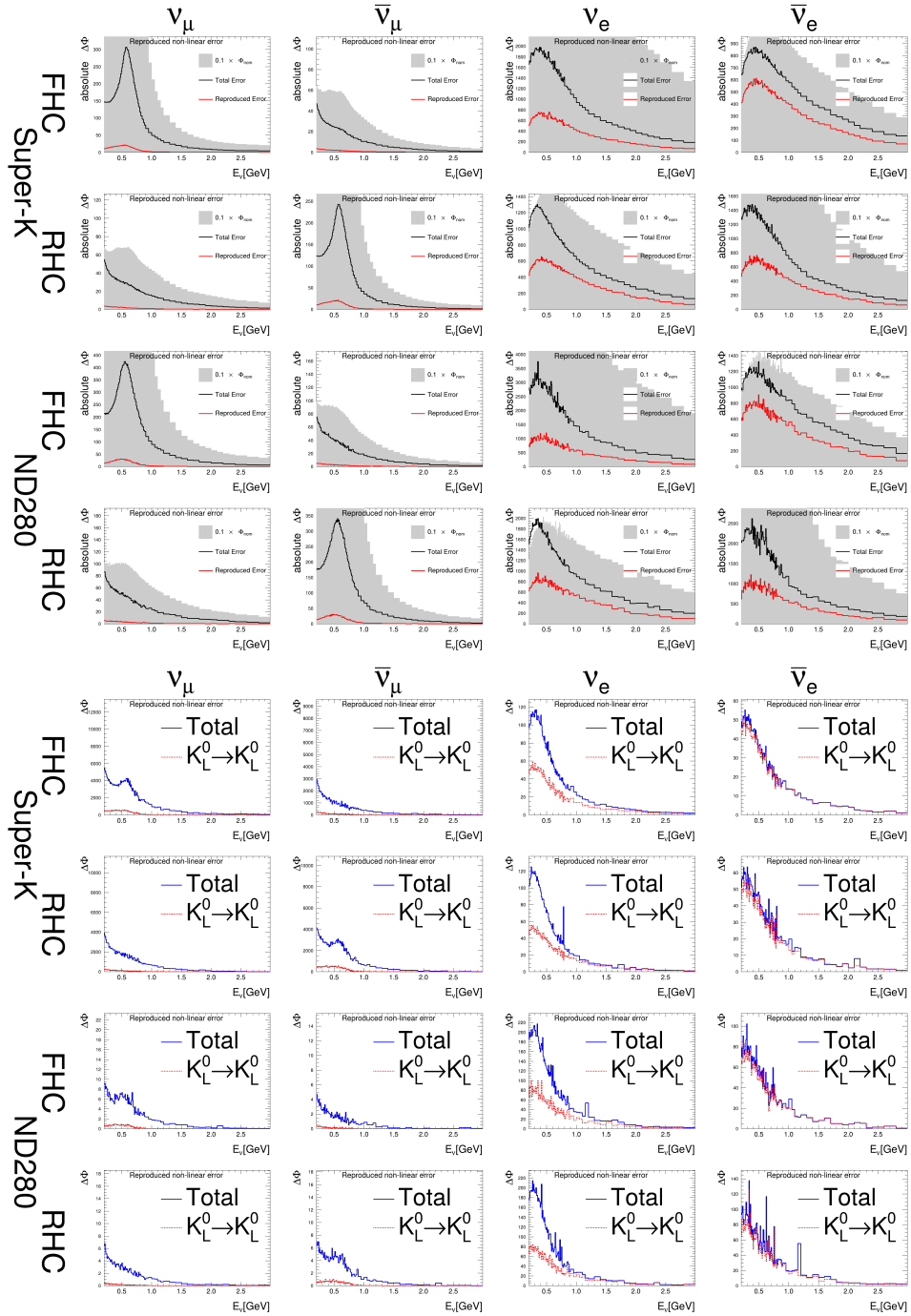


図 3.33: 最終的に選ばれた変数の内、終状態が K_L^0 となる散乱モードの変数によるフラックス誤差への寄与 (上図赤) と、誤差の非線形成分の内 $K_L^0 \rightarrow K_L^0$ の寄与 (下図赤)。Unconstrained Interactions 全体の誤差 (上図黒、下図青) と比べると、これらは ν_e と $\bar{\nu}_e$ の主要な誤差の成分であることが分かる。特に $\bar{\nu}_e$ の非線形成分はこれが支配的である。

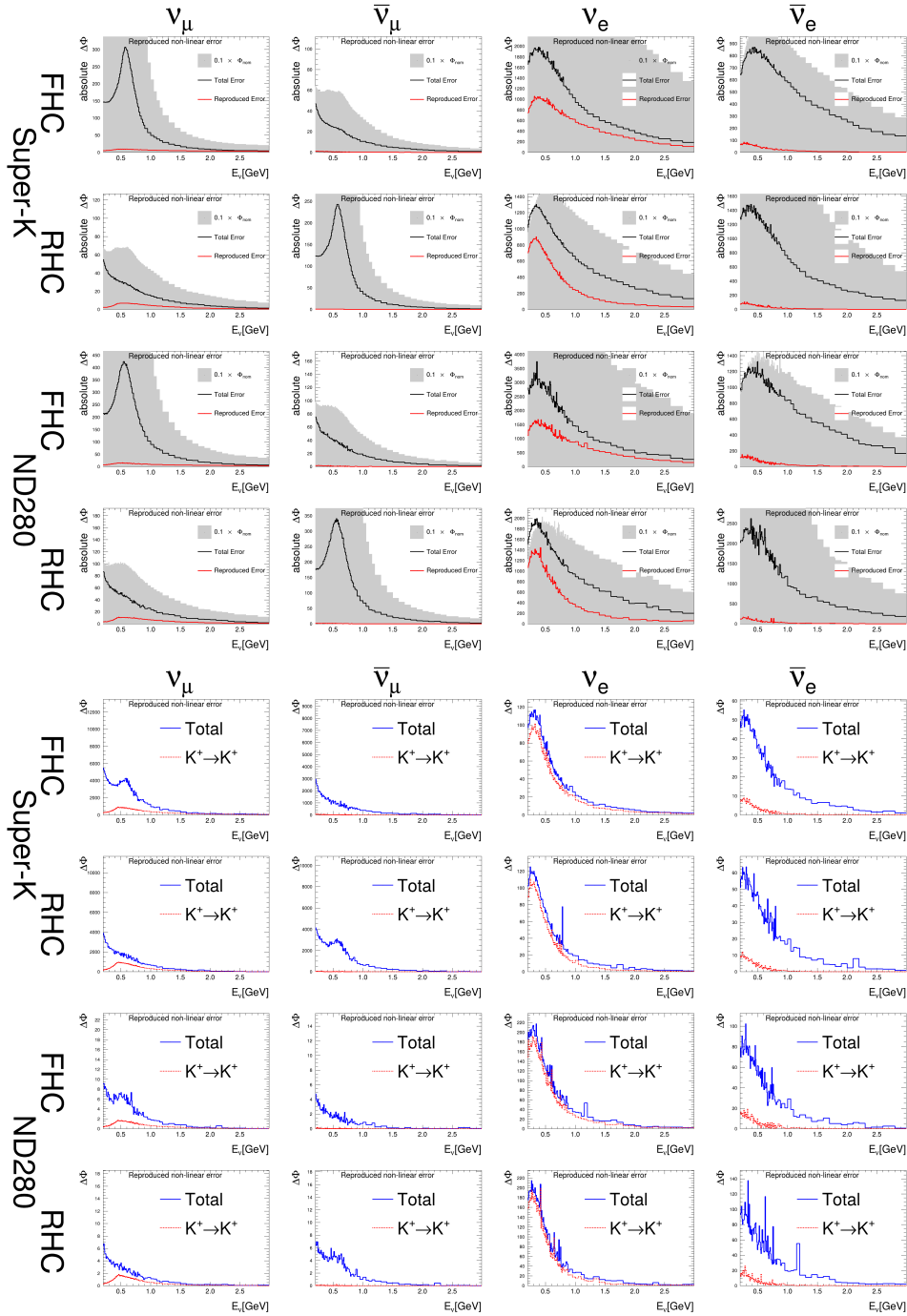


図 3.34: 最終的に選ばれた変数の内、終状態が K^+ となる散乱モードの変数によるフラックス誤差への寄与 (上図赤) と、誤差の非線形成分の内 $K^+ \rightarrow K^+$ の寄与 (下図赤)。Unconstrained Interactions 全体の誤差 (上図黒、下図青) と比べると、これらは ν_e の主要な誤差成分であることが分かる。

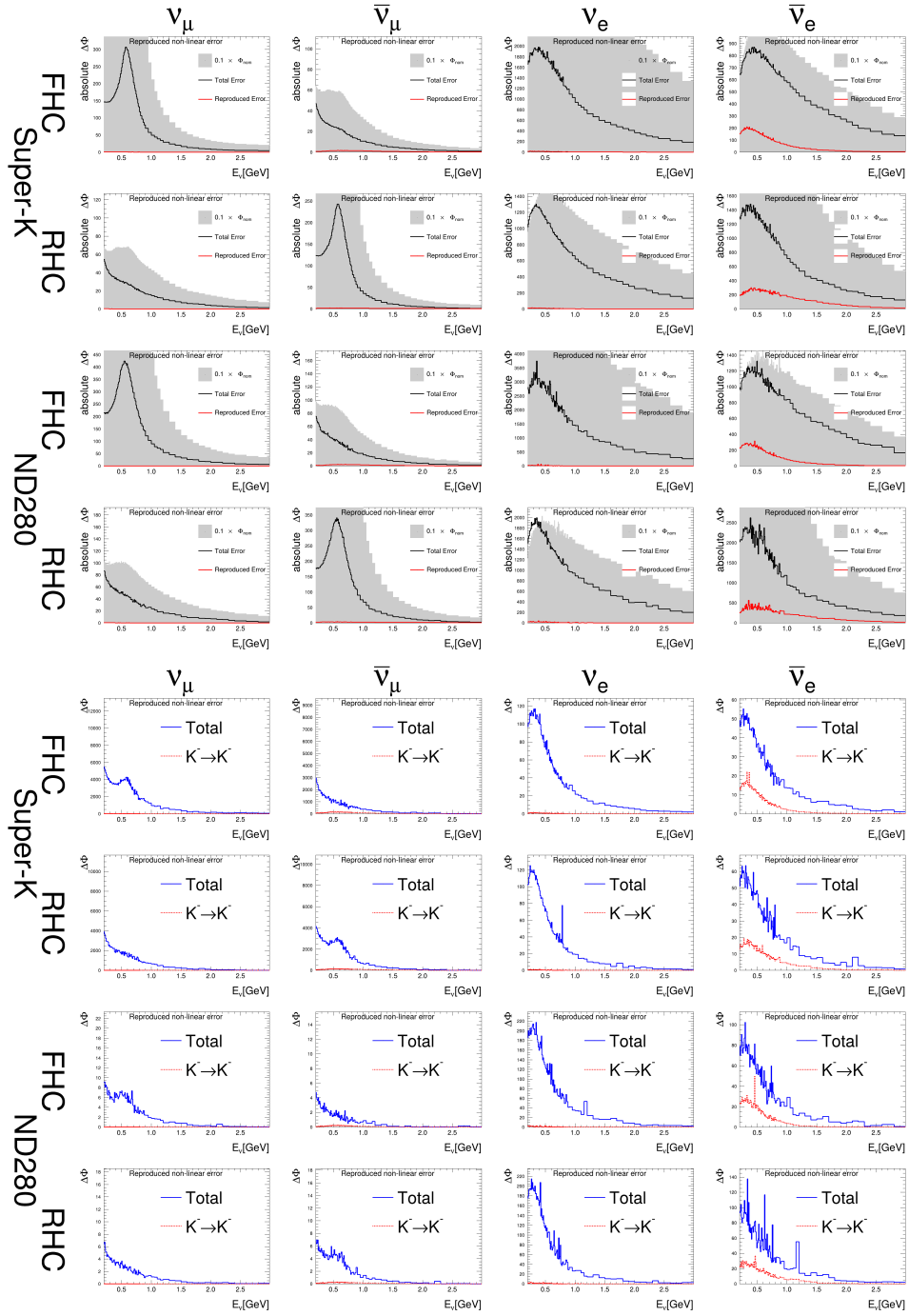


図 3.35: 最終的に選ばれた変数の内、終状態が K^- となる散乱モードの変数によるフラックス誤差への寄与 (上図赤) と、誤差の非線形成分の内 $K^- \rightarrow K^-$ の寄与 (下図赤)。Unconstrained Interactions 全体の誤差 (上図黒、下図青) と比べると、これらは $\bar{\nu}_e$ の主要な誤差成分であることが分かる。

第4章 新しい手法がニュートリノ振動解析に与える影響の検証

3章で、将来のNDによる多地点のニュートリノ観測に向け、多地点間のニュートリノフラックス相関をより少ない数の変数で記述するための開発に取り組んだ。ニュートリノフラックスの誤差をニュートリノ生成系の系統誤差を記述する変数を使って実装するとともに、膨大な変数があるHadronicな誤差については一部の主要な要素だけを取り出してフラックス誤差を十分に再現することに取り組み、変数を大幅に減らした。これは、誤差の一部を無視するということであるため、フラックス誤差は過小評価されている。従来の手法で評価されたフラックス誤差と比較して、各フラックスビンの分散を再現する上ではその違いは無視できるものであることを確かめたが、本章では振動解析の様々な段階においても、フラックス誤差の情報量を減らしたことの影響が無視できるものであることを確認する。ここでは2023年に公表されたT2Kの振動パラメータ測定結果 [5] を使用して、NA61 Replicaの変数を減らす前後の違いについて行った検証結果を述べる。

4.1 前置検出器による制限に与える影響

2.6節で述べた通り、T2K実験は前置検出器ND280による測定でニュートリノフラックスとニュートリノ反応断面積に制限をかけ、振動解析における系統誤差を削減している。新しい方法でニュートリノフラックス誤差の情報量を減らしたことがこの解析に与える影響について調べ、それが無視できる程度であることを確かめる。また、新しいニュートリノフラックスの変数がどのように制限されるのかについても調べた。

4.1.1 検証のための数学的な操作

前置検出器による制限における変化を検証するには測定データを用いたフィッティングをする必要があるが、以下に示す操作により、フィッティングをしたのと等価な結果を軽量の計算で得られる。

多変量正規分布のフィッティングにおける共分散行列の関係

ニュートリノフラックスや反応断面積を記述する変数は多変量正規分布に従うとして扱われる。確率変数を \mathbf{x} 、その中心値を $\boldsymbol{\mu}$ とし、変数の共分散行列を V 、確率変数の数を n とすると、確率分布 P は以下を満たす。

$$P = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det V}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T V^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (4.1)$$

ベイズ推論¹の言葉を使うと、以下の式のように前置検出器によるフィット前の確率分布 P_{pre} (事前分布) に、前置検出器の測定で得られた尤度 \mathcal{L} をかけることでフィット後の確率分布 P_{post} (事後

¹古典的な頻度主義的な解析でも同じであり、その場合 pre-fit は constraint term と読み替えればよい。

分布) が得られる。

$$P_{\text{post}}(\mathbf{x}) = \frac{P_{\text{pre}}(\mathbf{x})\mathcal{L}(\mathbf{x})}{Z} \quad (4.2)$$

ただし、 Z は規格化定数で、 $Z = \int d\mathbf{x} P_{\text{pre}}(\mathbf{x})\mathcal{L}(\mathbf{x})$ である。尤度 \mathcal{L} にはポアソン分布で扱われる成分などが含まれるため、厳密には正規分布ではないが、正規分布であると近似して取り扱う。その場合 $P_{\text{post}}(\mathbf{x})$ も正規分布となり、式 (4.2) の両辺の対数を取れば²、

$$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\text{post}})^{\text{T}} V_{\text{post}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\text{post}}) = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\text{pre}})^{\text{T}} V_{\text{pre}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\text{pre}}) - 2 \ln(\mathcal{L}) + \text{const.} \quad (4.3)$$

と表わされる。

$$-2 \ln(\mathcal{L}) = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\mathcal{L}})^{\text{T}} V_{\mathcal{L}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{\mathcal{L}}) \quad (4.4)$$

ここで、 \mathbf{x} の 2 次の項を比較することで、3 つの共分散行列の逆行列の関係が得られる。

$$V_{\text{post}}^{-1} = V_{\text{pre}}^{-1} + V_{\mathcal{L}}^{-1} \quad (4.5)$$

同様に、 \mathbf{x} の 1 次の項を比較することで、3 つの中心値の関係も得られる。

$$V_{\text{post}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\text{post}} = V_{\text{pre}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\text{pre}} + V_{\mathcal{L}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathcal{L}} \quad (4.6)$$

ただし、 $V_{\mathcal{L}}^{-1}$ は V_{pre}^{-1} や V_{post}^{-1} と表記を合わせたものであり、行列の階数が足りず逆行列 $V_{\mathcal{L}}$ が存在しない場合があるが、この計算では $V_{\mathcal{L}}$ は必要ない。[5] での前置検出器によるフィットのデータとして、T2K Collaboration は事前分布と事後分布を提供している。上記の関係から、前置検出器のデータによる尤度を近似的に得ることができる。新しいフラックス変数の事前分布を作ることができれば、[5] の尤度から、新しい変数の事後分布を計算することができる。

新しい事前分布を作る方法

独立な誤差要因については独立に共分散行列を作り、それらを足すことで合計の共分散行列を得られる。T2K では 2.5 節で述べた方法によりニュートリノフラックスの事前分布を提供しており、各フレーバー、エネルギービンごとのフラックスのスケールファクターを要素とした共分散行列を誤差の要因ごとに独立に作成している。例えば NA61 Replica による誤差の共分散行列を、新しく選ばれた変数を要素とする共分散行列で置き換える。

フラックス誤差を記述する新しい変数からなるベクトル \mathbf{n} と、フラックスの応答 $\Delta\Phi$ が以下のように書けるとき、

$$\Delta\Phi = A\mathbf{n} \quad (4.7)$$

フラックス強度を変数として使う、従来の共分散行列は、応答行列 A を使って次のように計算することができる。

$$\begin{aligned} V_{\Phi} &= E[\Delta\Phi\Delta\Phi^{\text{T}}] \\ &= E[(A\mathbf{n})(A\mathbf{n})^{\text{T}}] \\ &= A E[\mathbf{n}\mathbf{n}^{\text{T}}] A^{\text{T}} \\ &= A V_{\mathbf{n}} A^{\text{T}} \\ &= A A^{\text{T}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

3.2.1 節の定義に従うと、 $E[\mathbf{n}] = \mathbf{0}$, $E[\mathbf{n}\mathbf{n}^{\text{T}}] = V_{\mathbf{n}} = I$ を満たす。

² $n \ln 2\pi + \ln(\det V)$ などの項は定数 (const.) である。

文献 [5] では 2010 年の NA61 Replica のデータが使われておらず、2009 年までのデータが使われている³ため、事前分布のフラックス共分散行列から、Meson 生成率に関する共分散行列を引き、対応する NA61 Replica の共分散行列を足すことで、新しい事前分布のフラックス共分散行列を作る。Meson 生成の誤差には厳密には NA61 Replica 以外の成分も含まれるが、誤差の成分としては小さいものである上、NA61 Replica の変数を削減したこと以外は条件を完全にそろえて比較するため、今回の検証では違いは無視できる。具体的には、式 (4.9) 中の応答行列 A として元の 2609 個の変数を全て残したものと、3.2.1 節で選んだ変数に対応する列だけを取り出したような行列を使って 2 通りの共分散行列を作成する。この行列は検出器ごとのフラックス強度の相関をまとめた従来の定義に合うものであるため、4.2 節で述べる T2K の既存のツールを使った検証で利用可能である。

なお、現在の T2K の解析ではこれらの共分散行列は、検出器一つ当たりのフラックスパラメータの数が 50 個となるように圧縮されている。前半の 25 個は FHC、後半は RHC のフラックスであり、 $\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_e, \bar{\nu}_e$ の順に並んでいる。Right-sign ν_μ は 11 個、Wrong-sign ν_μ は 5 個、Right-sign ν_e は 7 個、Wrong-sign ν_e は 2 個に分割されている。

新しいフラックス変数にかかる制限を知るための操作

以下に示す方法で検出器の位置に依存しない、新しいフラックス誤差変数で定義された共分散行列を使った場合に前置検出器のデータから得られる制限を、以下のような操作から知ることができる。フラックスの共分散には NA61 Replica 以外の誤差も含まれており、それらを記述する変数を m とする。NA61 Replica の変数を n とし、それぞれのフラックスへの応答行列を作れば、フラックスの応答は以下のように書ける。

$$\Delta\Phi = (A_n, A_m) \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$= A_n n + A_m m \quad (4.10)$$

$$= \Delta\Phi_{\text{Replica}} + \Delta\Phi_{\text{others}} \quad (4.11)$$

これらを合わせた新しい変数のベクトルを n_{all} とすれば、 n_{all} の共分散行列は、

$$V_{n_{\text{all}}} = E \left[\begin{pmatrix} n \\ \Delta\Phi_{\text{others}} \end{pmatrix} (n^T, \Delta\Phi_{\text{others}}^T) \right] \quad (4.12)$$

$$= E \left[\begin{pmatrix} nn^T & n\Delta\Phi_{\text{others}}^T \\ n^T\Delta\Phi_{\text{others}} & \Delta\Phi_{\text{others}}\Delta\Phi_{\text{others}}^T \end{pmatrix} \right] \quad (4.13)$$

n と $\Delta\Phi_{\text{others}}$ を独立として、

$$V_{n_{\text{all}}} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & V_{\Delta\Phi_{\text{others}}} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

全ての誤差要因について置き換えが完了すると、フレーバーとエネルギービンで定義された共分散行列は無くなる。

次にフラックス以外の変数との共分散を考える。フラックス以外の全ての誤差変数をベクトル p にまとめる。事前分布ではフラックスとそれ以外の変数は独立である。従ってフラックスの変

³本論文の執筆中に 2010 年の結果を使った解析 [6] が出版されたうえ、2010 年以降の NA61/SHINE 実験のアップデートは 2022 年の測定であり、これが T2K の解析に含まれるまでしばらくは 2010 年までのデータを使うことになる。

数を n_{all} に拡張した事前分布の共分散行列 \tilde{V} は以下のように作ることができる。

$$\tilde{V} = \begin{pmatrix} V_n & 0 & 0 \\ 0 & V_{\Delta\Phi_{\text{others}}} & 0 \\ 0 & 0 & V_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & V_{\Delta\Phi_{\text{others}}} & 0 \\ 0 & 0 & V_p \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

次に、尤度 \mathcal{L} を同様に拡張する。拡張する前後の変数のベクトルをそれぞれ \mathbf{x} , $\tilde{\mathbf{x}}$ とし、それぞれの中心値を $\boldsymbol{\mu}$, $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ とする。 $\mathbf{x} = (\Delta\Phi, \mathbf{p})$, $\tilde{\mathbf{x}} = (n, \Delta\Phi_{\text{others}}, \mathbf{p})$ である。 $\Delta\Phi = A\mathbf{n} + \Delta\Phi_{\text{others}}$ と書けることから、 $\tilde{\mathbf{x}}$, $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ と \mathbf{x} , $\boldsymbol{\mu}$ は以下の関係である。

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} A & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.16)$$

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} A & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{\mu}} \quad (4.17)$$

従って、

$$\begin{aligned} -2 \ln \mathcal{L} &= (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T V_{\mathcal{L}}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \\ &= (\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}})^T \begin{pmatrix} A^T & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} V_{\mathcal{L}}^{-1} \begin{pmatrix} A & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} (\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}) \\ &= (\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}})^T \tilde{V}_{\mathcal{L}}^{-1} (\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}) \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\tilde{V}_{\mathcal{L}}^{-1} = \begin{pmatrix} A^T & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} V_{\mathcal{L}}^{-1} \begin{pmatrix} A & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

というように新しい変数に対応した前置検出器の制限が得られる。事前分布の共分散行列の逆行列にこれを足すことで、事後分布の共分散行列の逆行列が得られる。 $\tilde{V}_{\mathcal{L}}^{-1}$ は $\tilde{V}_{\text{pre}}^{-1}$ や $\tilde{V}_{\text{post}}^{-1}$ と表記を合わせたものであり、行列の階数が足りないため実際には逆行列 $\tilde{V}_{\mathcal{L}}$ が存在しない。

式 (4.19) の関係から、

$$\begin{pmatrix} A^T & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} V_{\mathcal{L}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathcal{L}} = \tilde{V}_{\mathcal{L}}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\mathcal{L}} \quad (4.20)$$

よって拡張した変数の事後分布の中央値 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{post}}$ は以下のように得ることができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{post}} &= \tilde{V}_{\text{post}} (\tilde{V}_{\text{pre}}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{pre}} + \begin{pmatrix} A^T & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} V_{\mathcal{L}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\mathcal{L}}) \\ &= \tilde{V}_{\text{post}} (\tilde{V}_{\text{pre}}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{\text{pre}} + \begin{pmatrix} A^T & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} (V_{\text{post}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\text{post}} - V_{\text{pre}}^{-1} \boldsymbol{\mu}_{\text{pre}})) \end{aligned} \quad (4.21)$$

4.1.2 ニュートリノフラックスに対する制限への影響

まず、前置検出器のデータによるフラックスに対する制限について検証する。NA61 Replica の誤差変数を減らす前後での、事後分布を含めた Super-K でのフラックスの比較を図 4.1 に示す。図

4.2には事前分布と事後分布それぞれのフラックス誤差の差を示す。その変化はどちらもほとんどの領域で1%未満であったが、一つだけ事前分布で約4%、事後分布で約5%変化したビンが存在する。これはRHCにおける5 GeV以上7 GeV未満の $\bar{\nu}_\mu$ フラックスの誤差である。図4.3に示すように、3.2.1節で選んだNA61 Replicaの誤差変数は0.2 GeVから3 GeVのフラックス誤差を再現するように選ばれたものであるため、約5 GeV以上の高エネルギーのフラックス誤差の再現誤差が収束していない。また、図4.4に示すように、NA61 Replicaはこのフラックスビンの主要な誤差であるため、全てのフラックス誤差要因の和を使った解析にも関わらずこれほど突出した違いになったのだと考えられる。ただし、5 GeV以上の高エネルギーのニュートリノはフラックス強度が低い上に振動の効果も低く、ニュートリノ振動解析への影響は小さいと考えられるため、このような選択をしている。

4.1.3 ニュートリノ反応断面積に対する制限への影響

次にニュートリノと原子核の反応断面積に対する制限について検証する。図4.5に反応断面積の変数の、事後分布における誤差の大きさの違いを示す。NA61 Replicaの変数の数を減らす前後で、誤差の大きさの違いは全て0.04%未満と、無視できるものであることが分かる。

一つひとつがどのような変数であるかは割愛するが、比較的大きな違いを示したものについてのみ触れる。Indexが2、27、32の3つの変数は0.04%近い違いを示したが、これらはそれぞれ、2p2h norm nubar、CC BY DIS、CC DIS MultiPi norm nubarと呼ばれるものである。2p2h norm nubarは反ニュートリノの2p2h反応の反応断面積のスケールファクターである。CC BY DISは、深非弾性散乱の荷電カレント反応の断面積を記述する変数であり、高エネルギーのニュートリノと関係する。CC DIS MultiPi norm nubarも、反ニュートリノの深非弾性散乱の荷電カレント反応に関する変数である。これらは4.1.2節で述べた、高エネルギーの $\bar{\nu}_\mu$ フラックスの誤差が事前分布で4%低く見積もられていたことの影響を受けた結果、比較的大きな違いを示したと考えられる。

4.1.4 新しいフラックス変数の前置検出器による制限

フラックスの誤差を記述する新しい変数が、前置検出器のデータでどのように制限されるかを、事前、事後分布の共分散行列で確認する。

例として、図4.6にNA61 Replicaの0番目の固有ベクトルに対応する変数と、反応断面積を記述する変数の一つである、 M_A^{QE} の関係を示す。 M_A^{QE} は準弾性散乱の擬ベクトル質量(Axial Vector Mass of Quasi-Elastic Scattering)である。この二つは事前分布では相関の無い変数だが、事後分布ではわずかに負の相関が現れることが確認できる。NA61 Replicaの0番目の固有ベクトルはニュートリノフラックス全体の強度を同時に増減させる応答を示す変数である。特に、Right-sign ν_μ の2 GeV以下のフラックスのNA61 Replicaによる誤差の支配的な成分である。擬ベクトル質量は、陽子の弱電荷の広がりを制御する現象論的パラメータで、運動量移行の関数として断面積が変わるが、ニュートリノエネルギーに対して概ね一様な応答となる変数である。 M_A^{QE} の場合は準弾性散乱が支配的な比較的低エネルギーのニュートリノイベントに対して大きな影響を持つ。従って、どちらも低エネルギー帯で検出されるニュートリノイベント数を増減させるという効果を持つため、NDによるフィッティングで負の相関を持つようになる。

図4.7に、同様の図をNA61 Replicaの6番目の固有ベクトルに対して示す。6番目の固有ベクトルは、準弾性散乱の寄与が比較的小さい、高エネルギーの ν_μ フラックスに大きな寄与を持っているため、事後分布でも明らかな相関は見られない。図4.8に、固有値最小のベクトルである、2608番目の固有ベクトルに対して同様の図を示す。このベクトルは3.2.1節で選ばれなかった誤差変数

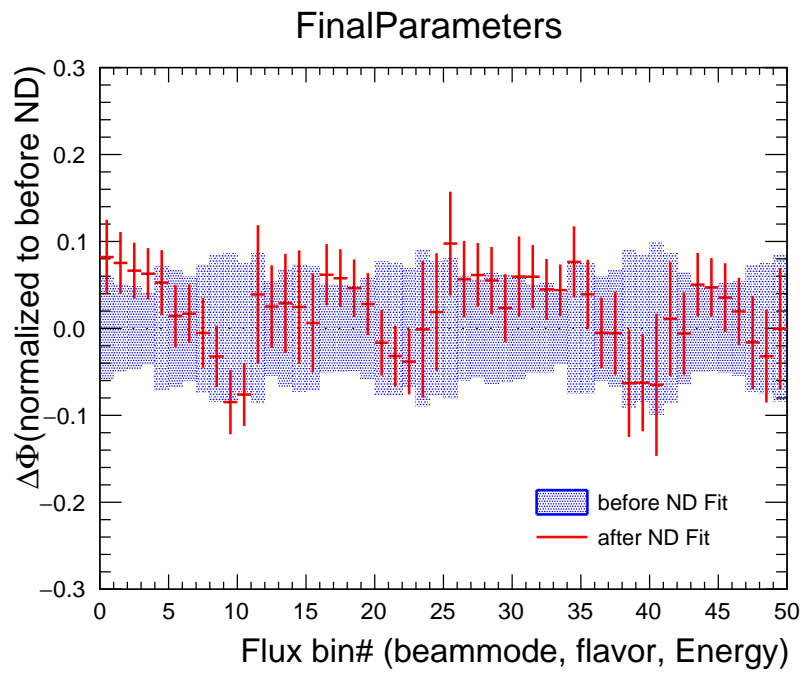
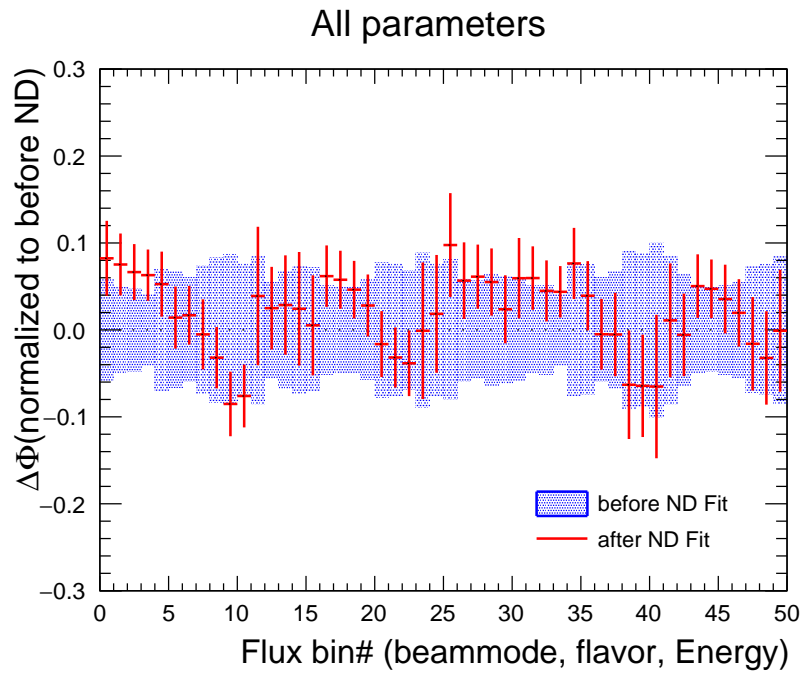


図 4.1: NA61 Replica の 2609 個全ての誤差変数を計上した場合 (図上) と 3.2.1 節で選ばれた一部の誤差変数だけを計上した場合 (図下) の、Super-K のフラックス変数の 1σ の範囲。前置検出器による制限の事前分布 (青) と事後分布 (赤) は変数を減らす前後でそれぞれ良い精度で一致している。

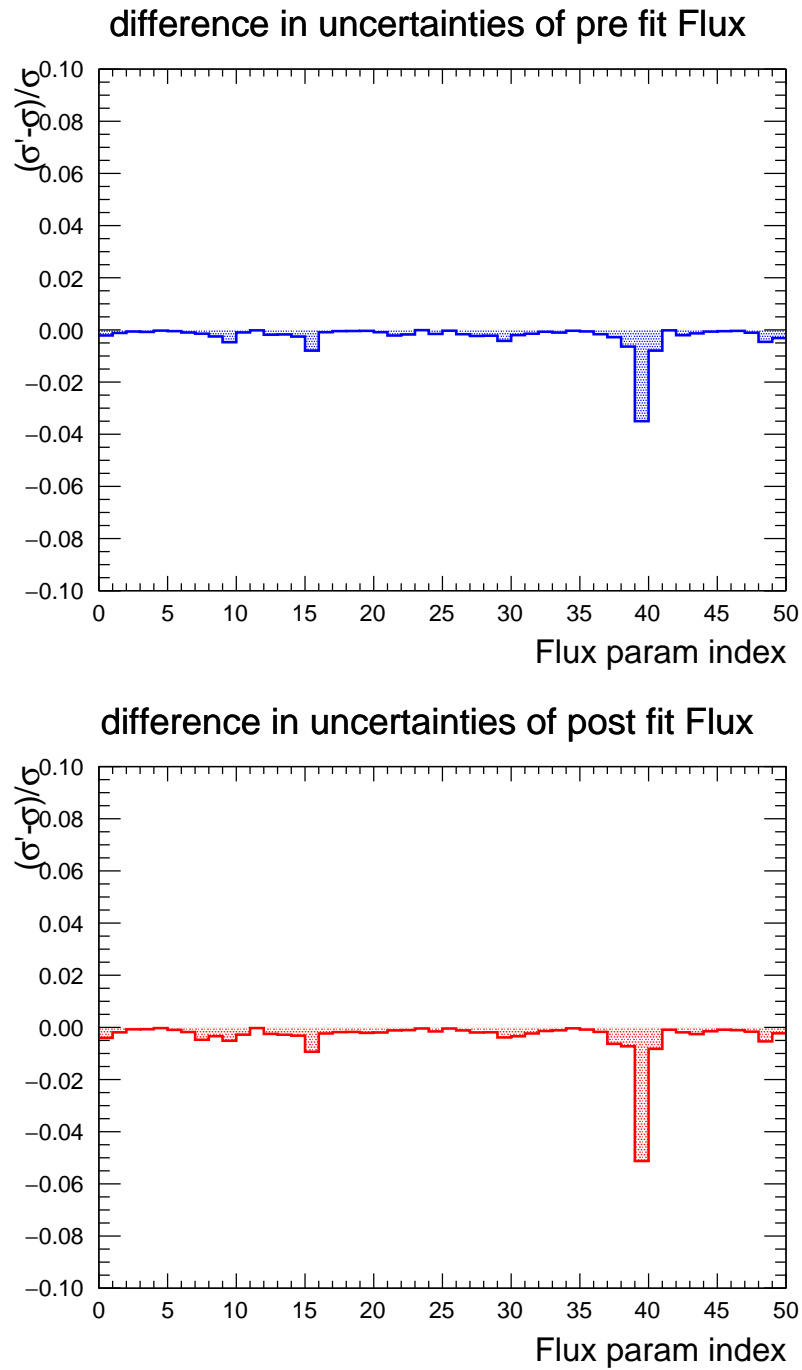


図 4.2: ニュートリノフラックス変数の事前分布 (図上) と事後分布 (図下) の 1σ の範囲について、NA61 Replica の変数を減らす前後の違いを示した。変化の比はほとんどのビンで 1%未満であるが、一つだけ事前分布で約 4%、事後分布で約 5%変化したビンが存在する。このビンは RHC における 5 GeV 以上 7 GeV 未満の $\bar{\nu}_\mu$ フラックスである。

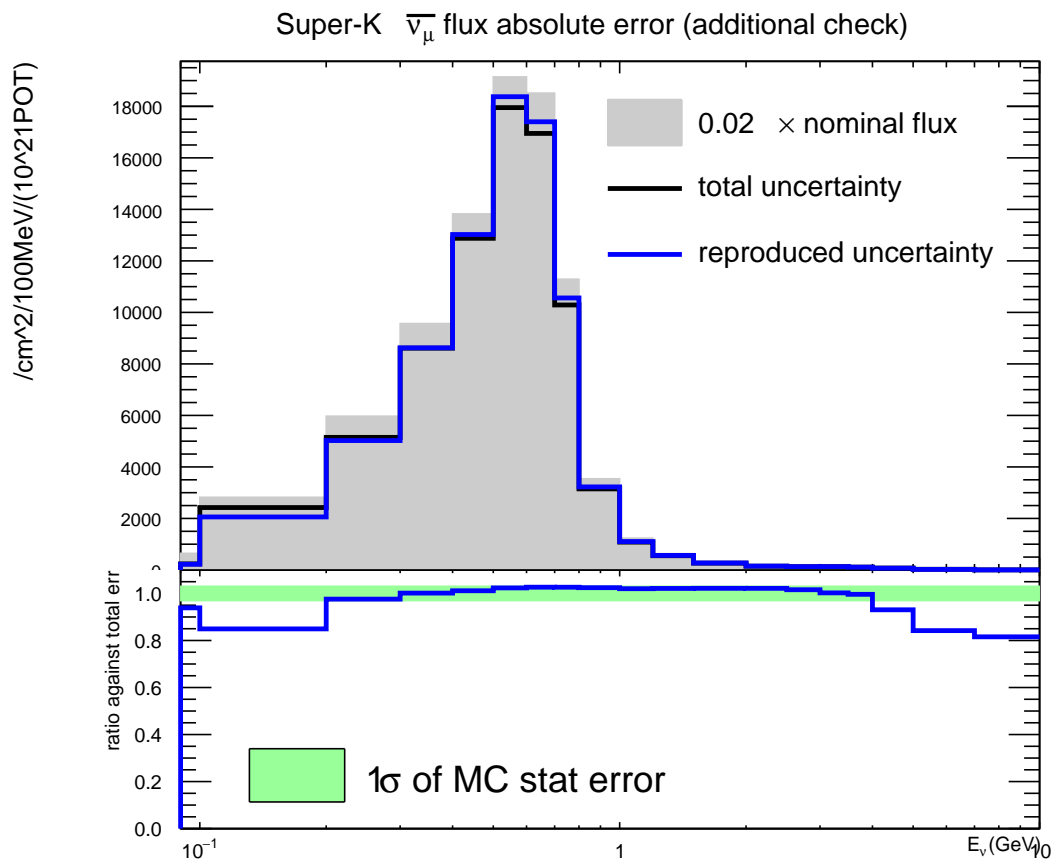


図 4.3: RHC における Super-K の $\bar{\nu}_\mu$ フラックスの、NA61 Replica に由来する合計の誤差 (黒) と 3.2.1 節で選ばれた変数で再現された誤差 (青) の比較。0.2 GeV から 3 GeV のフラックス誤差を再現するように開発したため、5 GeV 以上のエネルギー帯で再現誤差が収束していない。

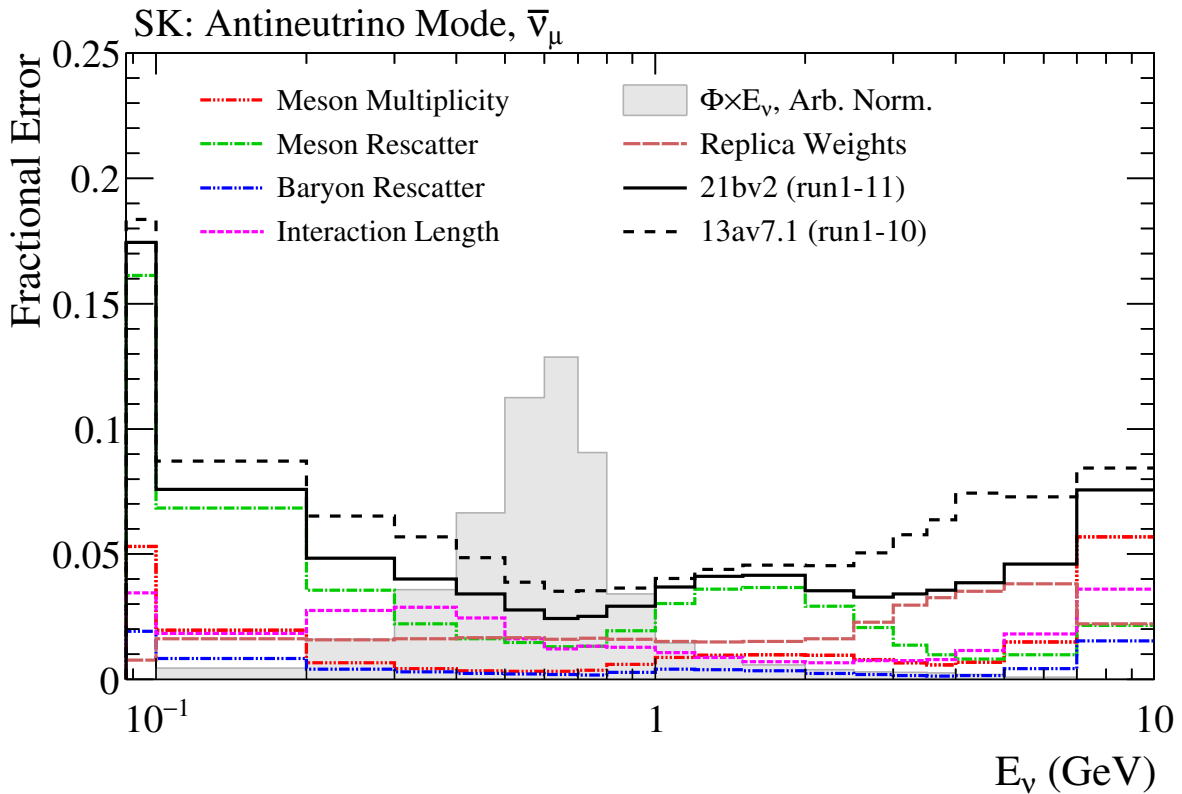
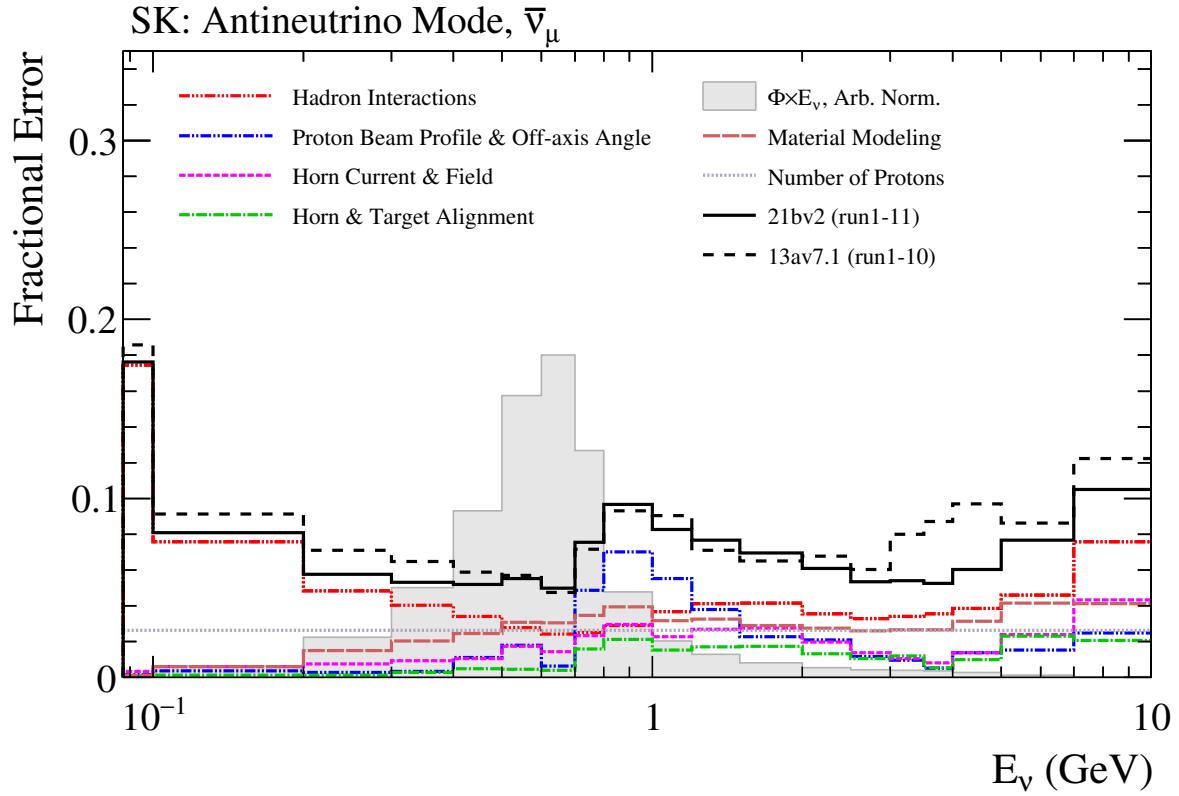


図 4.4: RHC における Super-K の $\bar{\nu}_\mu$ フラックスの不定性の内訳。5 GeV 以上 7 GeV 未満のフラックス誤差は合計 (上図黒) で約 8 % であり、NA61 Replica に由来する誤差 (下図、Replica Weights) は約 4 % と、主要な成分であることが分かる。図は [20] から引用した。

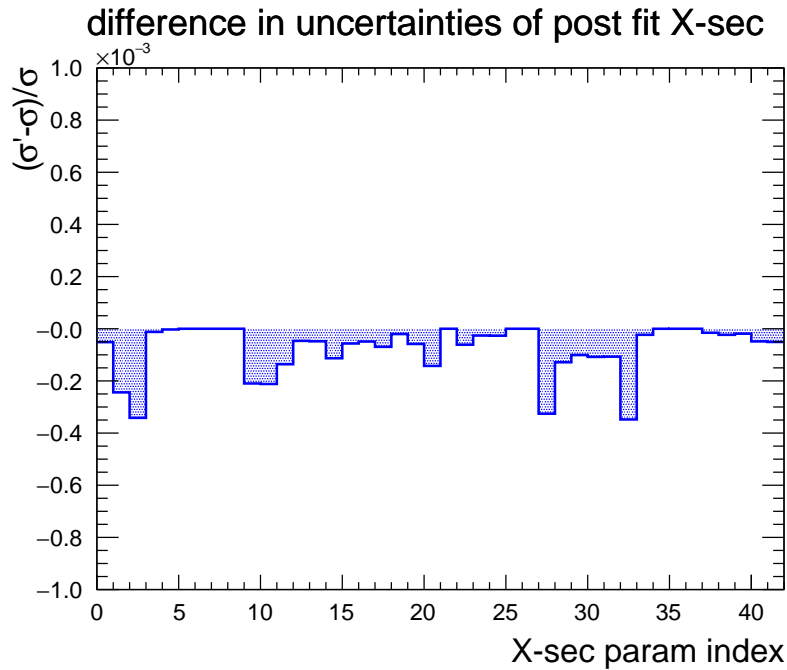


図 4.5: ニュートリノの反応断面積を記述する変数の事後分布の 1σ の範囲について、NA61 Replica の変数を減らす前後の違いを示した。NA61 Replica の変数を減らす前の誤差に対する変化の比 $(\frac{\sigma'-\sigma}{\sigma})$ はいずれも 0.04 % 未満である。フラックスの事前分布の誤差がわずかに減少しているため、事後分布でも誤差の変化は減少方向である。

である。横方向の誤差の大きさが変化していないことが分かる。これは、事前分布の時点で十分に小さい誤差であり、前置検出器の制限でも変化しないため、無視できる誤差であることを示している。

反応断面積測定において重要なフラックス変数とは何か、という観点でもフラックス変数と反応断面積の変数の関係を見ることができる。図 4.9 に、 M_A^{QE} の事後分布の誤差について、NA61 Replica の変数の中から一つだけを取り除いたときの変化を示す。0 番目の固有ベクトルだけを取り除いたときに最も大きく変化しており、これが M_A^{QE} の測定において NA61 Replica の変数の中で最大の系統誤差である。また図 4.10 に、共鳴散乱の擬ベクトル質量 (Axial Vector Mass of Resonant Scattering, M_A^{RES}) の事後分布の誤差について、同様の図を示す。ここでいう共鳴散乱はニュートリノ反応で荷電レプトンの他に 1 つの π 中間子を生じる、 $CC1\pi$ 反応である。 M_A^{QE} と同じく、0 番目の固有ベクトルの寄与が最も大きい、6 番目のベクトルの寄与などがやや大きな寄与を持つことがわかる。この共鳴散乱は T2K のエネルギーピークよりも高いエネルギーで発生しやすい。そのため、FHC における高エネルギーの ν_μ フラックス誤差の主要な成分である、6 番目のベクトルの測定への寄与は比較的大きくると解釈できる。

このような解析は、ニュートリノフラックスの系統誤差の何が重要かをより良く理解するのに役立つものである。たとえば、T2K の系統誤差を削減するための取り組みとして、 M_A^{QE} の測定のために NA61 Replica で削減すべき系統誤差は、0 番目の固有ベクトルに対応する再構成効率である、ということが出来る。ただし、これを 0 にできたとしても、 M_A^{QE} の測定誤差は 0.7 % しか削減されないことには注意が必要である。NA61 Replica はフラックス誤差の中では比較的小さく、その他のフラックス誤差の要素が M_A^{QE} の誤差としてより大きな寄与を持っている可能性がある。また、フラックス誤差以外の系統誤差の寄与もここでは議論していない。

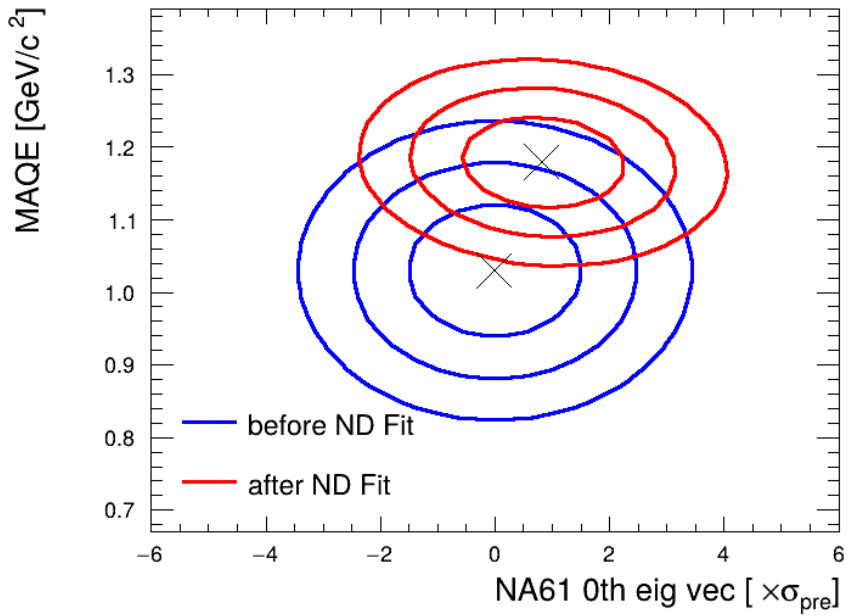


図 4.6: M_A^{QE} と 0 番目の固有ベクトルの事前 (青)、事後 (赤) の 2 次元分布。楕円形の曲線は内側から 1σ , 2σ , 3σ の範囲である。事前分布では相関は無いが、事後分布ではわずかに負の相関を示す。どちらの変数もニュートリノイベント数を増減する応答を持っているため、このような相関が現れたと考えられる。

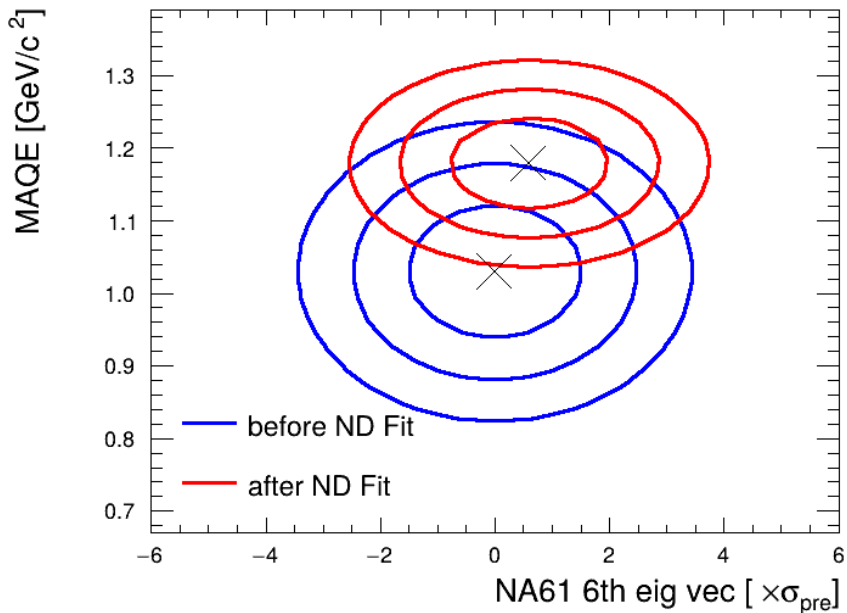


図 4.7: M_A^{QE} と 6 番目の固有ベクトルの事前 (青)、事後 (赤) の 2 次元分布。楕円形の曲線は内側から 1σ , 2σ , 3σ の範囲である。6 番目の固有ベクトルは FHC の高エネルギーの ν_μ フラックスを変化させる変数であるため、 M_A^{QE} との相関は事後分布でもほとんど見られない。

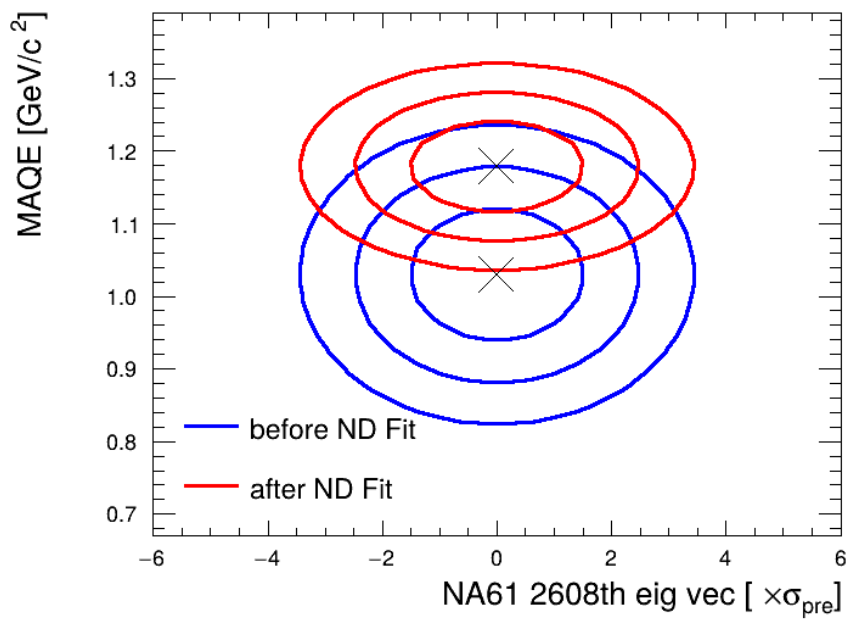


図 4.8: M_A^{QE} と 2608 番目の固有ベクトルの事前 (青)、事後 (赤) の 2 次元分布。楕円形の曲線は内側から 1σ , 2σ , 3σ の範囲である。2608 番目の固有ベクトルは 3.2.1 節で選ばれなかった、無視できる誤差の変数であり、事前分布の時点ですべて小さい誤差であるため、ND Fit で横方向に追加の制限がかかっていないことが分かる。

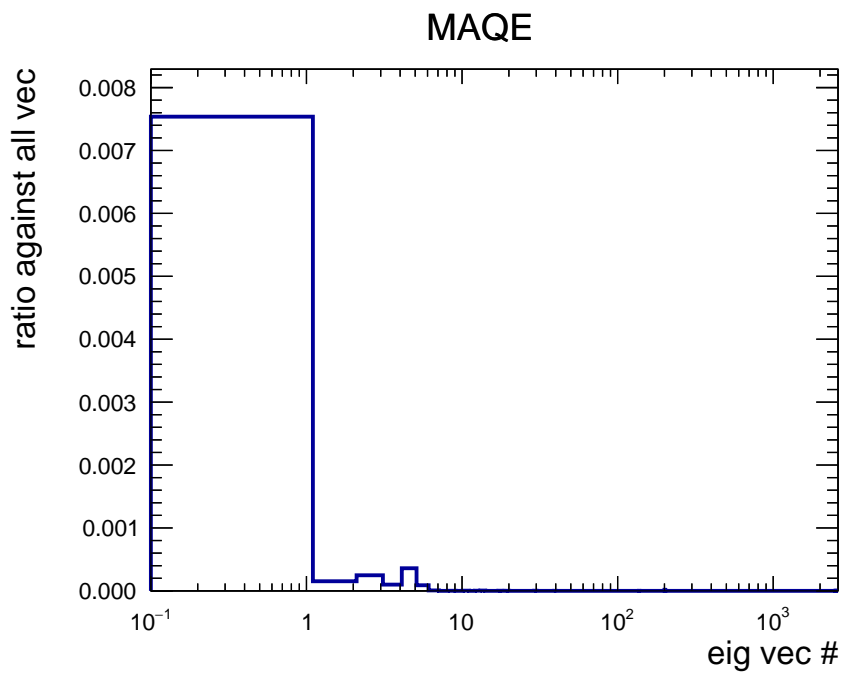


図 4.9: NA61 Replica の 2609 個の変数の中から一つだけを取り除いたときの M_A^{QE} の事後分布の誤差の変化。横軸には NA61 Replica の変数から取り除かれた固有ベクトルの ID、縦軸には事後分布の誤差について、全ての変数を残した場合からの変化の比率を示す。この値が大きくなる変数は、 M_A^{QE} の測定誤差として特に大きな寄与を持つということを表す。最大値をとった 0 番目のベクトルは、フラックス全体の強度を変化させるものである。

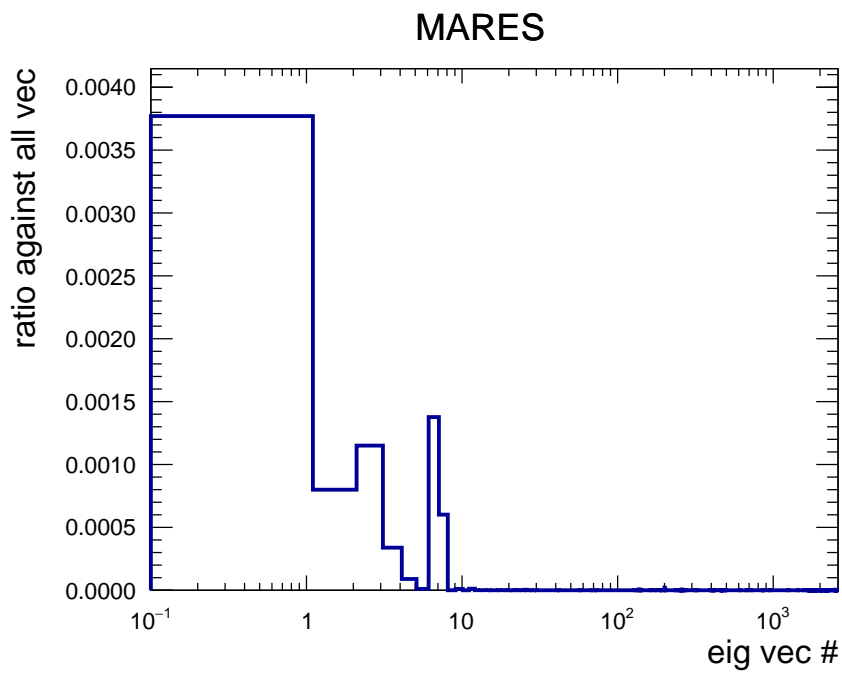


図 4.10: NA61 Replica の 2609 個の変数の中から一つだけを取り除いたときの M_A^{RES} の事後分布の誤差の変化。横軸には NA61 Replica の変数から取り除かれた固有ベクトルの ID、縦軸には事後分布の誤差について、全ての変数を残した場合からの変化の比率を示す。この値が大きくなる変数は、 M_A^{RES} の測定誤差として特に大きな寄与を持つということを表す。最大値をとった 0 番目のベクトルは、フラックス全体の強度を変化させるものである。次に大きな値を取る 6 番目のベクトルは高エネルギーの ν_μ のフラックスに大きな寄与を持つ変数である。

4.2 ニュートリノ振動解析に与える影響

前置検出器によるフラックスと反応断面積についての解析に続き、後置検出器のデータを加えて行うニュートリノ振動解析に与える影響を検証する。本節では T2K で開発されたモンテカルロやパラメータ応答を実装した振動解析コード P-theta を用いた。

4.2.1 後置検出器でのイベント分布予測

2.7 節で述べた通り、後置検出器でのイベント分布を再構成エネルギーの関数として予測し、これを最もよく再現するように振動パラメータの中心値と信頼区間が決定される。

SK の 5 種類のサンプルについて、図 4.11 から図 4.14 に NA61 Replica の誤差変数を減らす前後の予測分布と誤差を示す。フラックス不定性による誤差と、前置検出器で制限されたニュートリノ反応断面積パラメータの不定性による誤差、またそれらの合計の不定性による誤差をそれぞれ示した。変更を加えた変数はフラックスの変数であるが、前置検出器でフラックスとニュートリノ反応断面積を同時に制限することを踏まえると、これら 3 つが今回の開発による影響を受ける可能性がある成分である。どの分布も誤差の大きさは約 1 % の精度で再現されている。これは、T2K 実験の系統誤差評価の精度⁴と比べて十分小さな違いであると考えられる。また、これらの他に検出器誤差などのより大きな誤差を生じる成分があるため、誤差の合計で比較するとさらに影響は小さくなる。

4.2.2 振動パラメータの決定に与える影響の検証

最後に、ニュートリノ振動パラメータの決定に対する影響を調べる。

従来の T2K 実験の統計量での影響

まず、これまでに T2K 実験で得られている統計量での、振動パラメータ測定への影響を調べる。

図 4.15 に、2609 個存在する NA61 Replica の誤差変数全ての合計のフラックス誤差を使った場合と、3.2.1 節で選んだ 11 個の誤差変数だけを使って再現したフラックス誤差を使った場合の、ニュートリノ振動パラメータへの制限の違いを示す。3 種類の振動パラメータについて調べたが、いずれも違いは無視できるものであった。

図 4.16 に、NA61 Replica の誤差を全て無視したときの振動パラメータに対する制限の変化を示す。NA61 Replica に由来するフラックス誤差を 0 とみなす極端な例であるにもかかわらず、振動パラメータに対する制限に違いは見られなかった。現在の T2K 実験にとって、振動パラメータの不定性として最も大きなものは統計誤差である。現在の統計量では系統誤差の変化が振動パラメータの制限に与える影響は小さい。しかし、HK 実験で統計量が大幅に増加することで、相対的に系統誤差の変化は大きな影響を持つようになる。今回の開発が将来的にどのような影響を持つか調べるには、HK 実験で予測される統計誤差を計上した上で、同様の検証をする必要がある。

⁴すなわち誤差の誤差。これを具体的に見積もるのは難しいが、現実的には 10 % 程度だと考えられる。

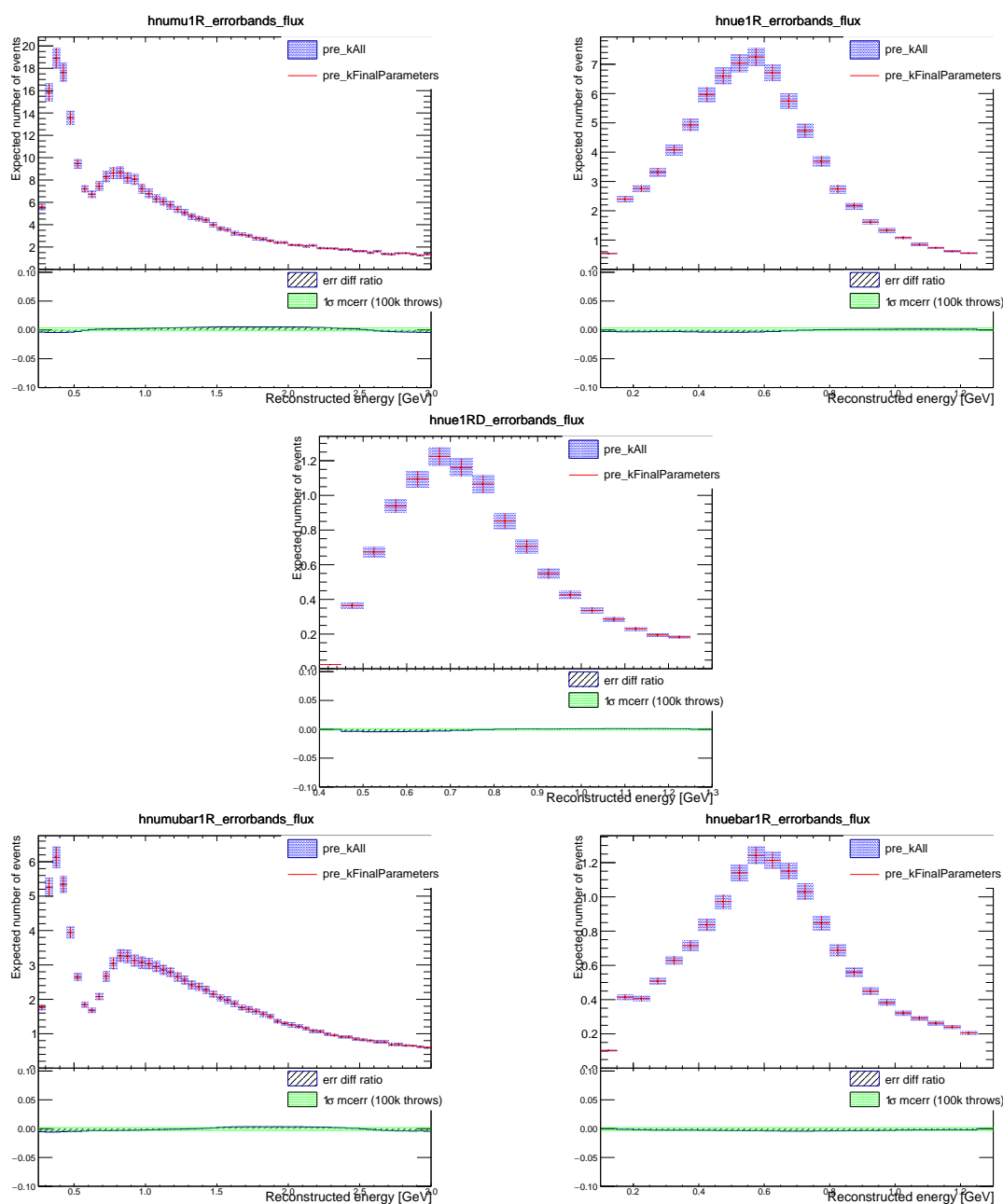


図 4.11: SK 各サンプルの再構成エネルギー分布の予測。上段左に FHC における $1R \mu$ -like サンプル、上段右に FHC における $1R e$ -like サンプルの分布、中段に FHC における $1R e$ -like + decay e サンプルの分布、下段左に RHC における $1R \mu$ -like サンプルの分布、下段右に RHC における $1R e$ -like サンプルの分布をそれぞれ示した。また、前置検出器の制限の事前分布のフラックスの不定性による誤差を示した。NA61 Replica の誤差評価に 11 個の変数だけを選んだ場合 (赤) と、2609 個全ての変数を残した場合 (青) を比較すると、分布の中央値と誤差に違いは見られないことが分かる。各図の下部に全ての変数を残した場合の誤差に対して、一部の变数を選んだ場合の誤差の違いの比率を $\pm 10\%$ の範囲で示した。誤差の違いはいずれも T2K の誤差評価の精度よりも十分小さいことが分かる。

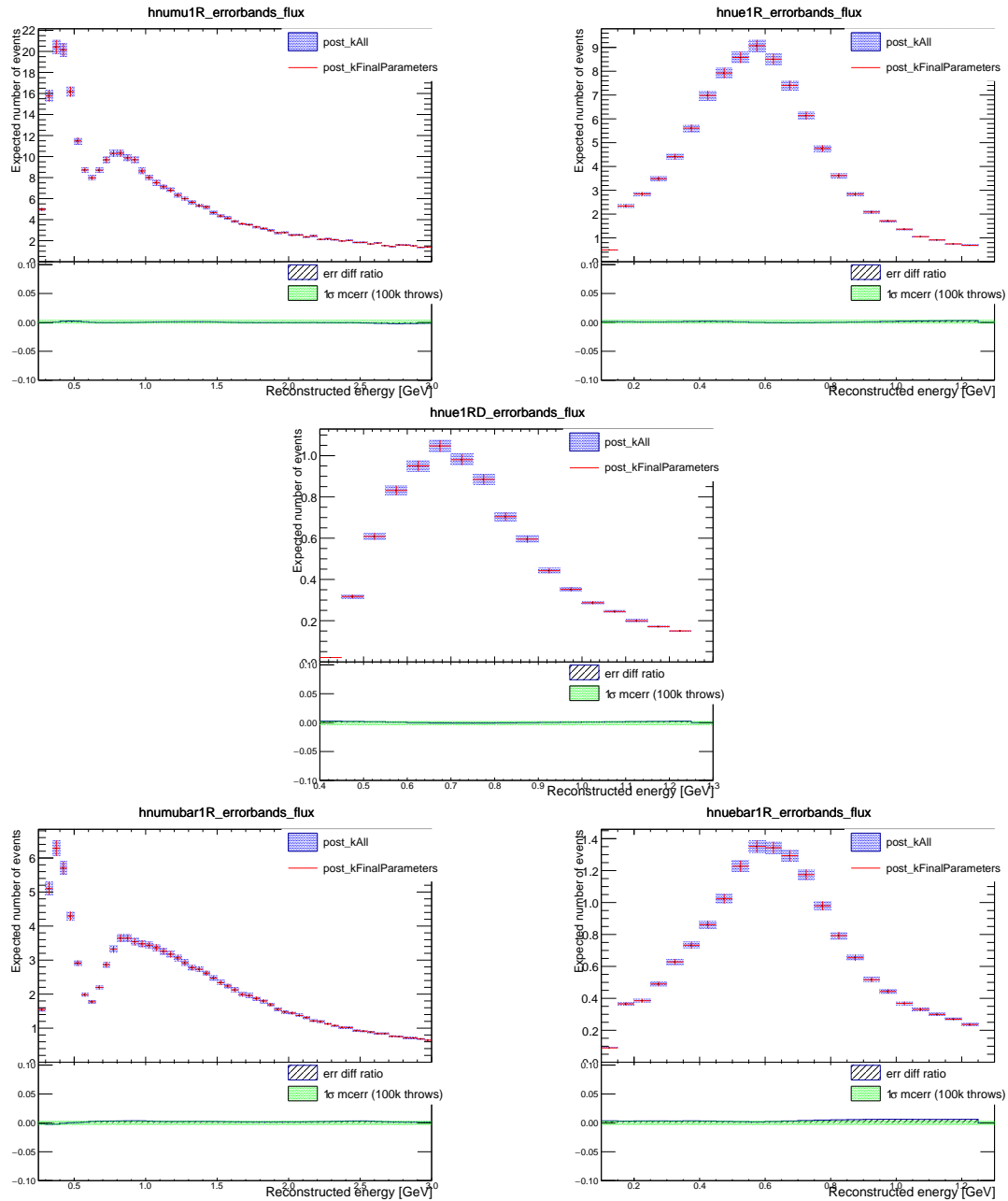


図 4.12: 図 4.11 と同様。ただし前置検出器の制限の事後分布のフラックスの不定性による誤差を示した。

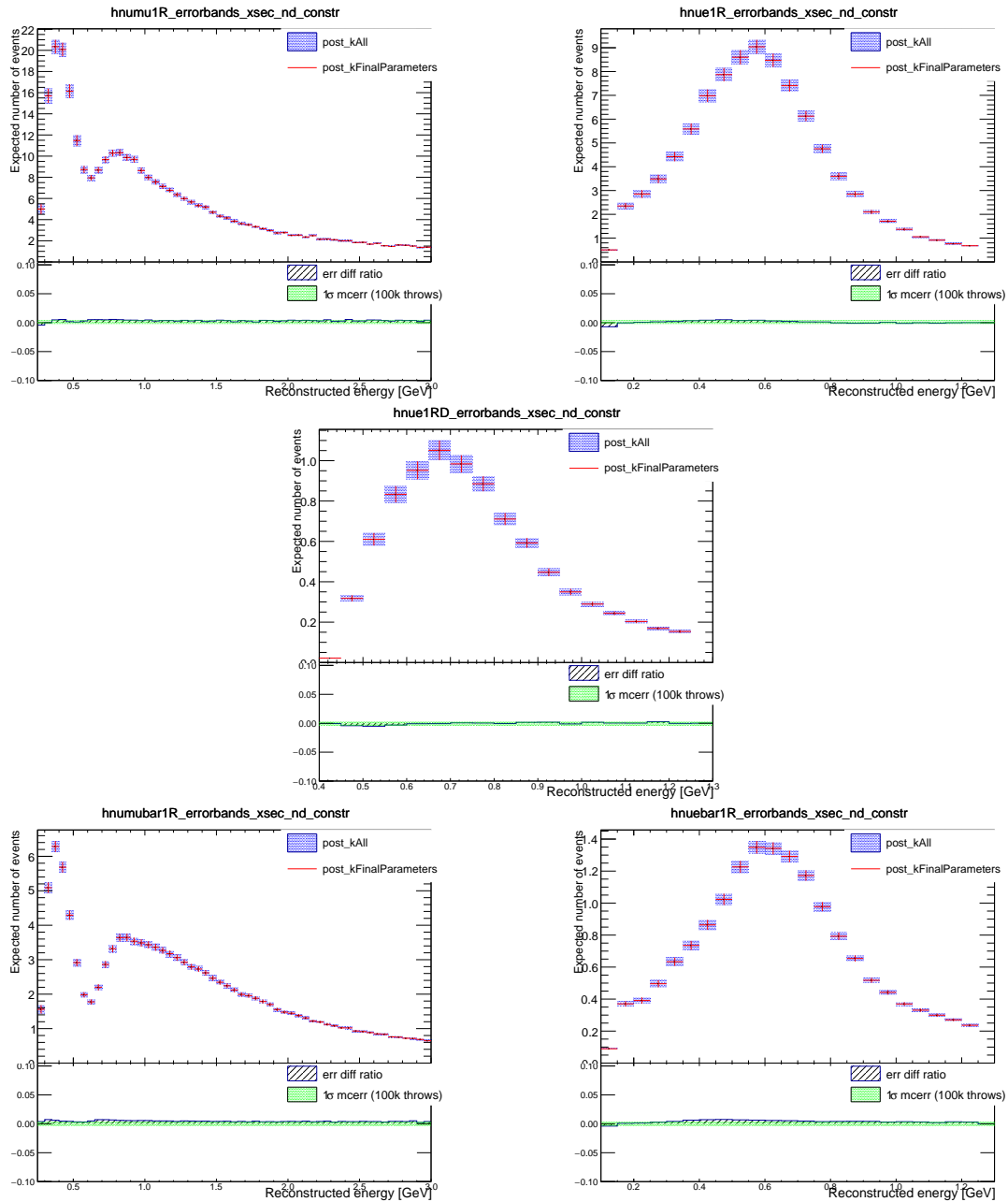


図 4.13: 図 4.11 と同様。ただし前置検出器で制限された反応断面積変数の不定性による誤差を示した。

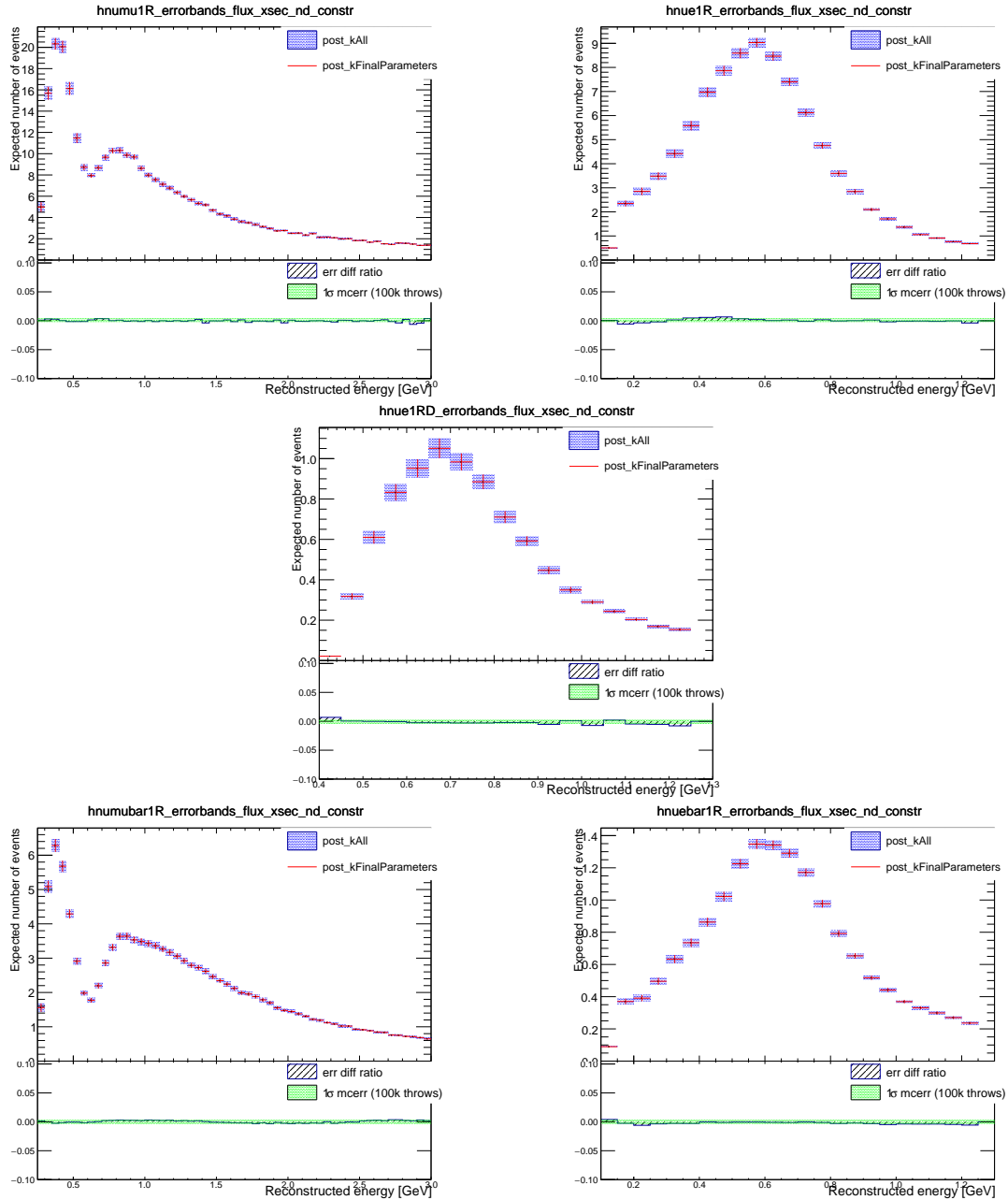


図 4.14: 図 4.11 と同様。ただし前置検出器で制限されたフラックスと反応断面積変数の不定性の合計による誤差を示した。

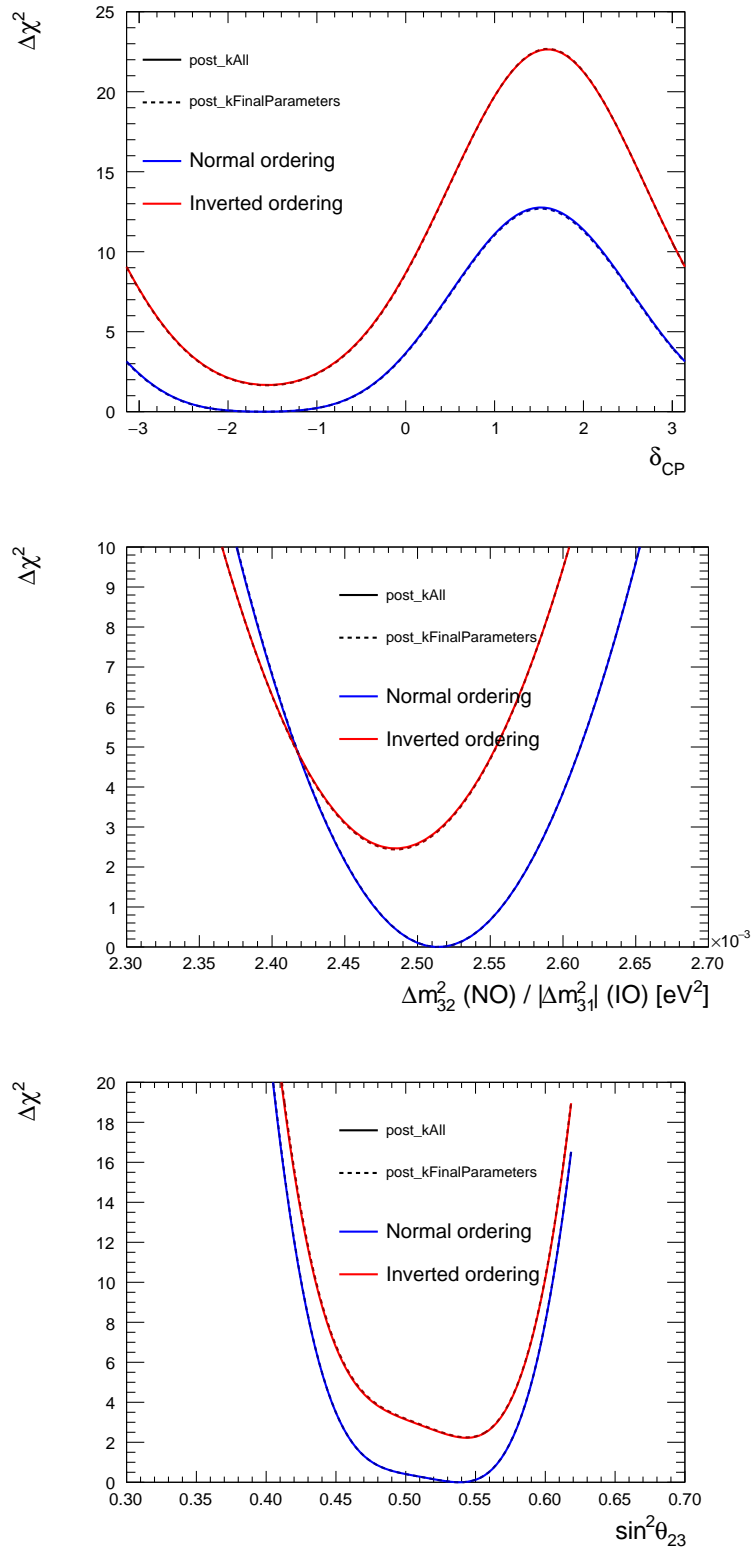


図 4.15: 2609 個の NA61 Replica の変数全ての誤差を使った場合 (実線) と、3.2.1 節で選ばれた 11 個の変数の誤差だけを残した場合 (破線) のニュートリノ振動パラメーターへの制限。縦軸は各パラメーターに対してデータが与える $\chi^2 - \chi_{\text{best}}^2$ の値。図上部に δ_{CP} 、左下に Δm^2 、右下に $\sin^2(\theta_{23})$ に対する制限を示す。青線は質量順序が順階層の場合、赤線は逆階層の場合を示しており、T2K は順階層を示唆している。振動パラメーターへの制限でも NA61 Replica の変数の数を減らしたことによる違いは見られなかった。

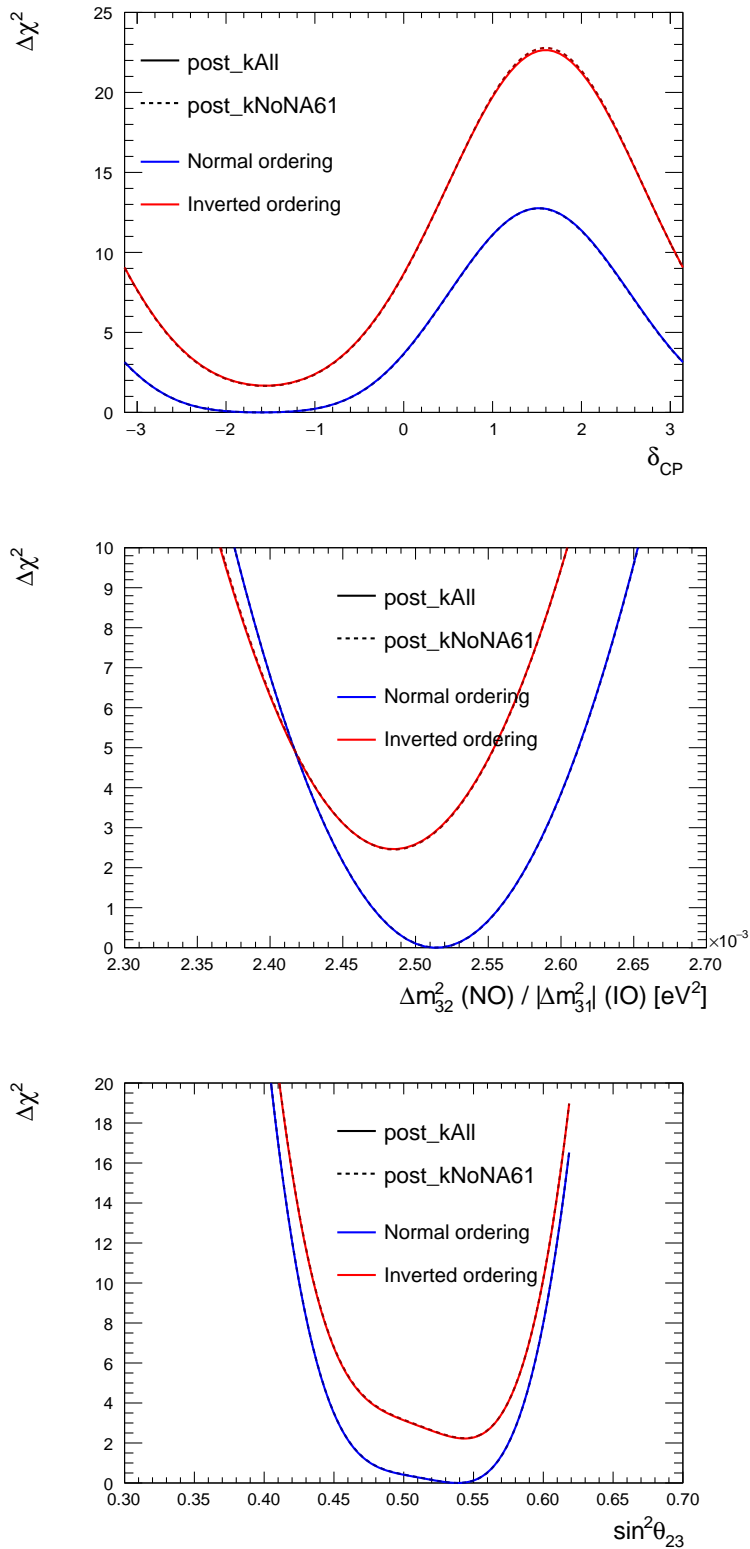


図 4.16: NA61 Replica の誤差を全て無視したときのニュートリノ振動パラメーターへの制限 (破線) との比較。このような極端な場合にも NA61 Replica の全ての誤差変数を残した場合 (実線) と比較して違いは見られない。これは、振動パラメーターの測定においては、NA61 Replica に由来する系統誤差が現在の T2K の統計誤差よりも十分小さく、無視できることを示している。

HK 実験で期待される感度との比較

本研究の開発が振動パラメータ測定に与える影響について、HK 実験を想定して比較する。HK 実験による大統計の測定で、振動パラメータの統計誤差が大きく抑えられる。統計誤差が抑えられることで系統誤差が変化した場合の違いが T2K での結果よりも大きく見えるようになる。

現在 HK 実験では 10 年間のビーム運用が予定されており、この間に得られるビームの統計量は約 27×10^{21} POT が見込まれている。また反応断面積の違いを考慮して ν と $\bar{\nu}$ の測定量が概ね等しくなるよう、ビーム期間の 4 分の 1 を FHC、4 分の 3 を RHC で運用する。さらに後置検出器の有効体積が約 8 倍に増加することを考慮して統計量を計算する。各振動パラメータが、現在 T2K で示唆している値 [5] から変化しない場合を想定し、これまでに得られている SK サンプル数を今の割合のまま増加して検証した。ここでは簡単のため前置検出器の統計量の変化は考慮しない⁵。図 4.17 に、このような仮定のもと計算された振動パラメータへの測定感度を示す。統計量の増加で測定感度が大きく向上することが見込まれる。

NA61 Replica を記述する誤差変数を減らすことについて、T2K の統計量では十分にその影響を検証できず、NA61 Replica の測定誤差を完全に無視する、という極端なケースでも、振動パラメータの測定感度は全く変化しないことを既に述べた。図 4.19 に NA61 Replica の測定誤差を全て無視した場合の HK 統計での測定感度を示す。HK 統計でも図 4.16 と同様に NA61 Replica の誤差は主要な成分となっていない。さらに極端な例として、フラックス誤差の全てを無視した場合の測定感度を図 4.20 に示す。ただし、共分散行列の逆行列を計算する必要があるため、前置検出器による制限の事前分布のフラックス共分散行列について、対角項には 0 に近い定数 (元の値の 0.01 倍程度)、非対角項に 0 を代入した場合に得られる事後分布の共分散行列を使った。測定感度の違いは確認できるものの、極端な仮定にも関わらず変化が小さく、振動パラメータの測定誤差の主要な成分ではないことが分かる。

前置検出器による制限の有無で測定感度が変化する様子を図 4.21 に示す。これは前置検出器の重要性を示す結果でもあり、特に質量順序を決定づける感度の違いが大きいことが分かる。ここでは後置検出器の統計量だけを増加しており、前置検出器の統計量が増えた時の反応断面積不定性の変化や、IWCD による測定を考慮した測定感度解析が必要である。特に IWCD による反応断面積測定は、ニュートリノ反応モデルではなく場所ごとのフラックスの変化に依存するため、フラックス誤差の再現精度の要求はより厳しいものになる可能性がある。HK 実験にとってフラックス誤差の精度がどれだけ必要かは、本研究を含む開発により、IWCD による測定を含めた感度解析が可能になった際に改めて検討されるべきである。

⁵特に IWCD による測定を想定した検証は現時点でできない。

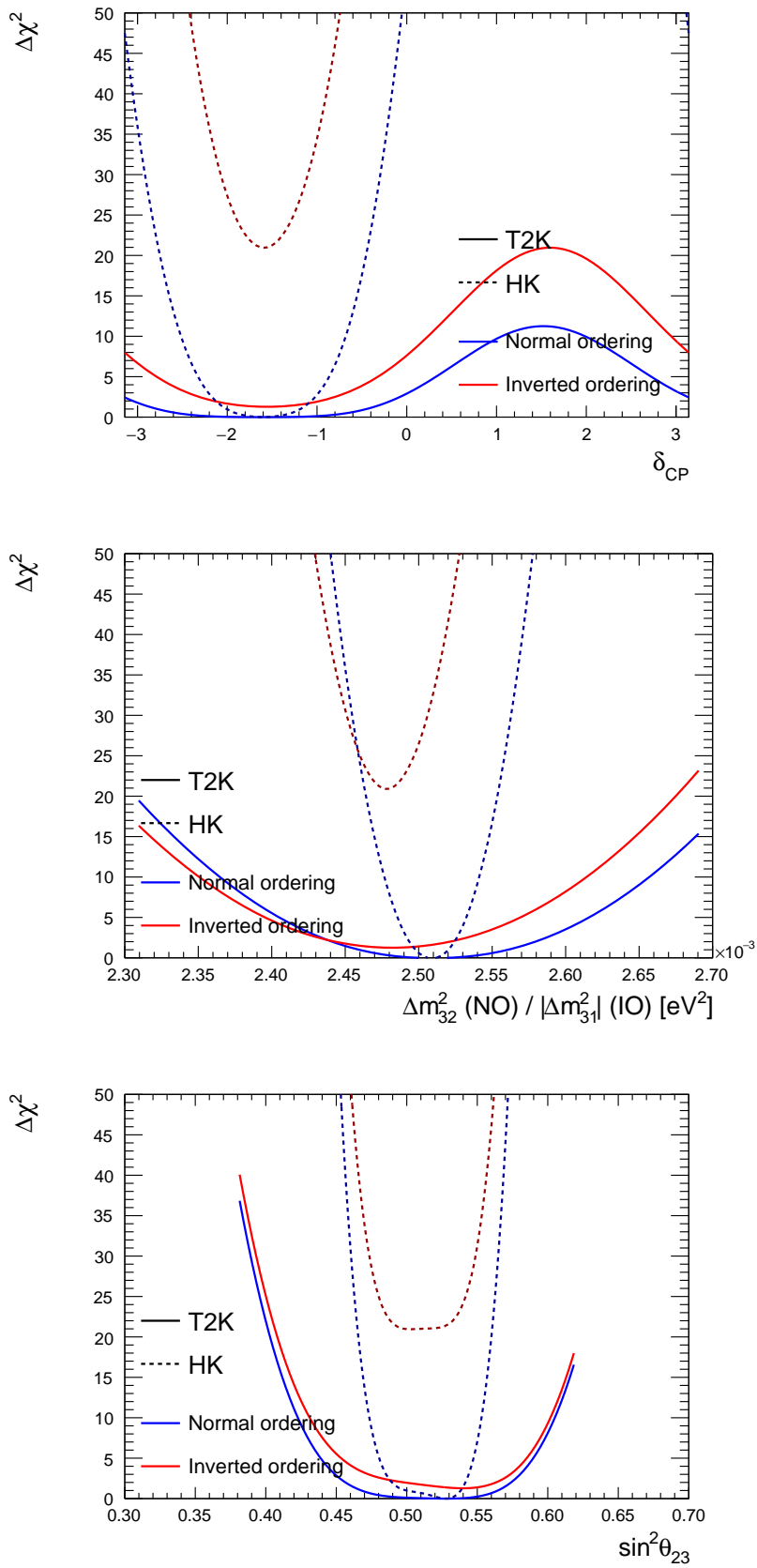


図 4.17: T2K の統計量と HK の統計量それぞれで得られる振動パラメーターへの測定感度の比較。後置検出器の統計量のみを増加させた。現在 T2K が示唆するパラメーターの値から変わらないとすると、CP 対称性が保存される $\delta_{CP} = 0, \pi$ を $\Delta\chi^2 > 25$ の感度で排除する。

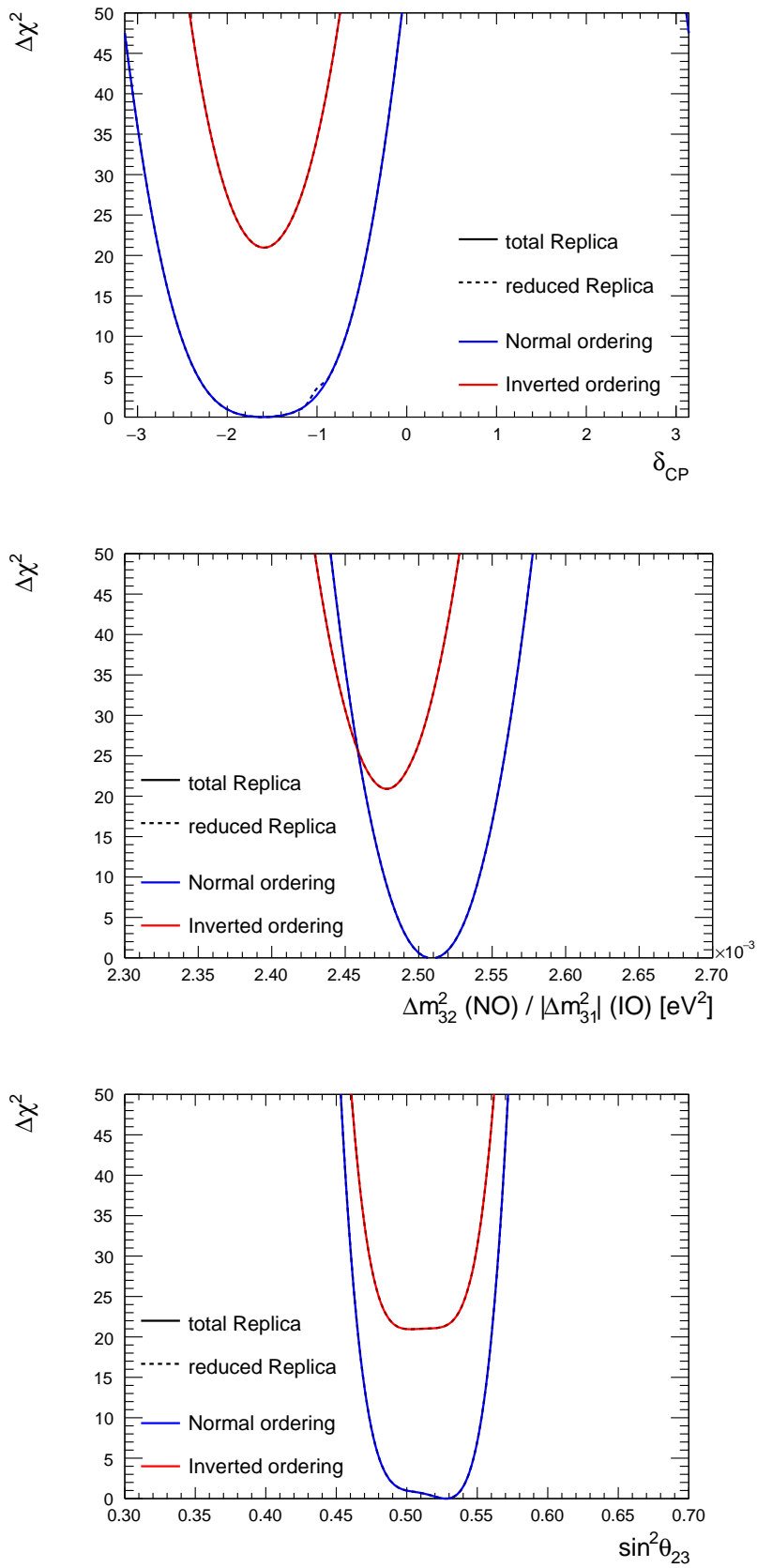


図 4.18: HK 実験の統計量を想定したニュートリノ振動パラメーターへの測定感度の予測。図 4.15 と同様に NA61 Replica の不定性の全ての成分を残した場合 (実線) と 3.2.1 節で選んだ主要な誤差変数だけを考慮した場合 (破線) を示す。

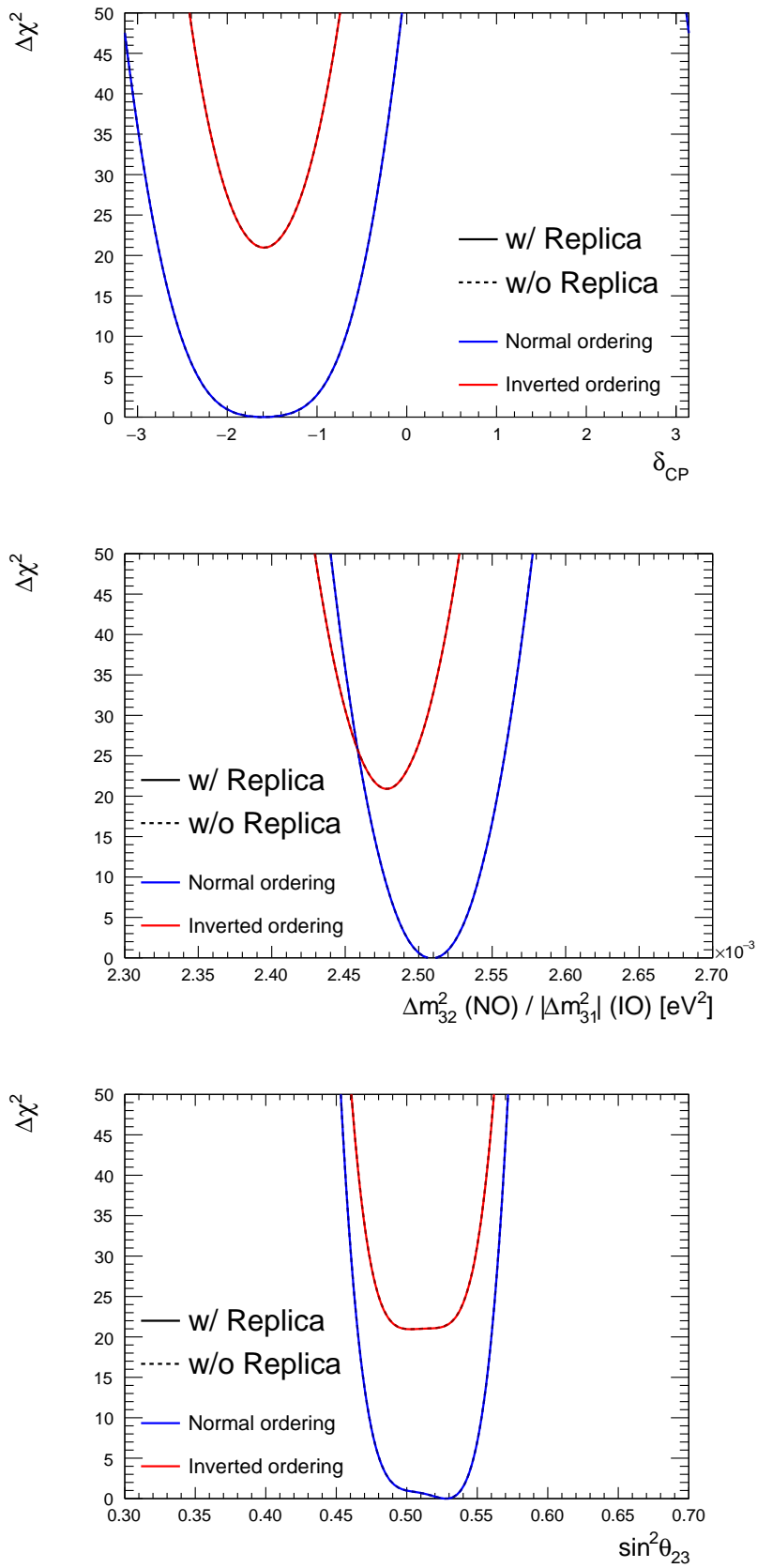


図 4.19: HK 実験の統計量を想定したニュートリノ振動パラメーターへの測定感度の予測。図 4.16 と同様に NA61 Replica の不定性の全ての成分を残した場合 (実線) と NA61 Replica の不定性を全て無視した場合 (破線) を示す。NA61 Replica の不定性は、HK 実験で統計誤差が抑えられたとしても、振動パラメーターの測定においては無視できる程度の寄与であることが分かる。

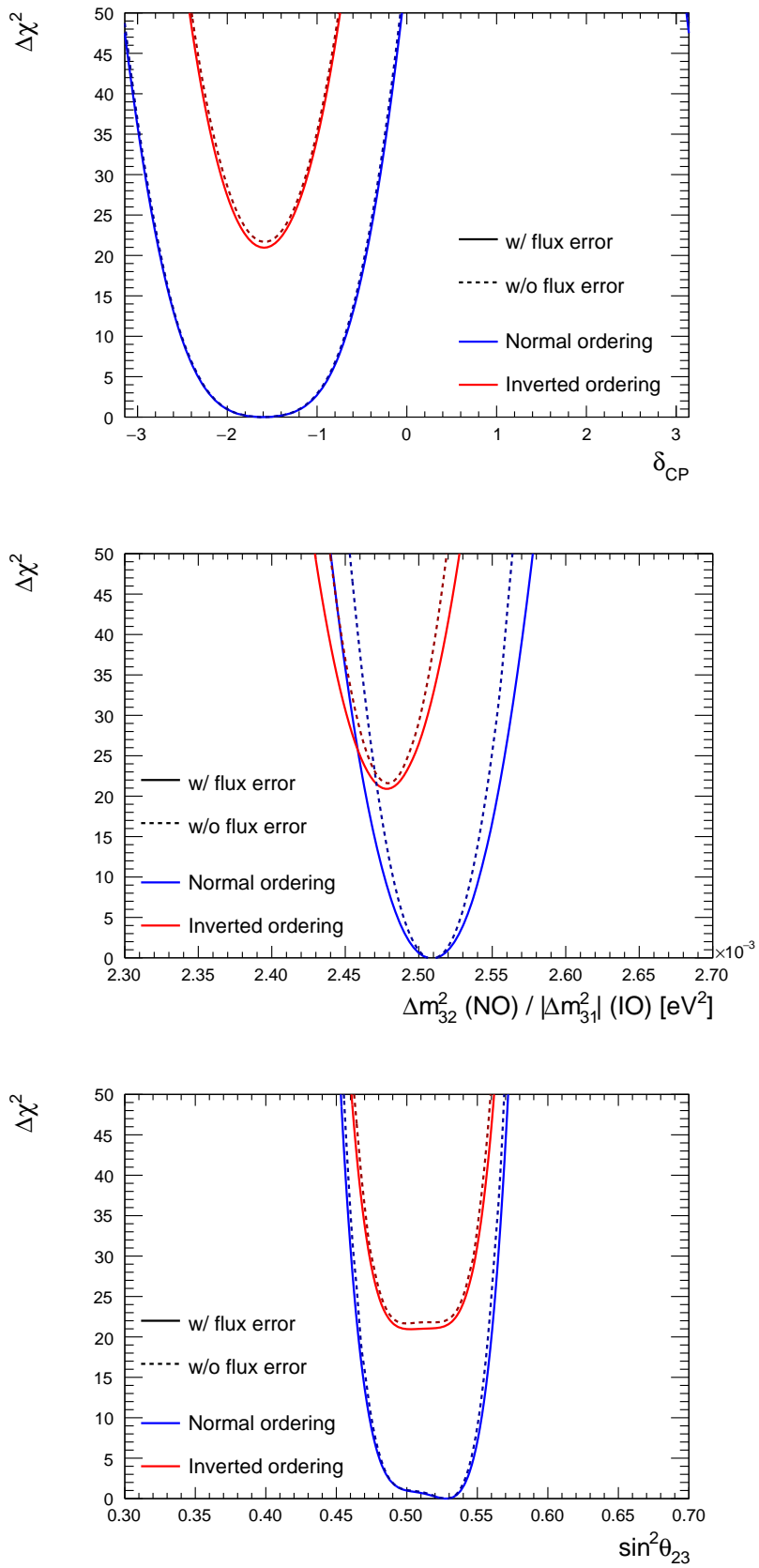


図 4.20: HK 実験の統計量を想定したニュートリノ振動パラメーターへの測定感度の予測。フラックス不定性を考慮した測定感度 (実線) とフラックス不定性を無視した場合の測定感度 (破線) の違いは小さく、フラックス不定性は測定誤差の主要因とはならないことが分かる。

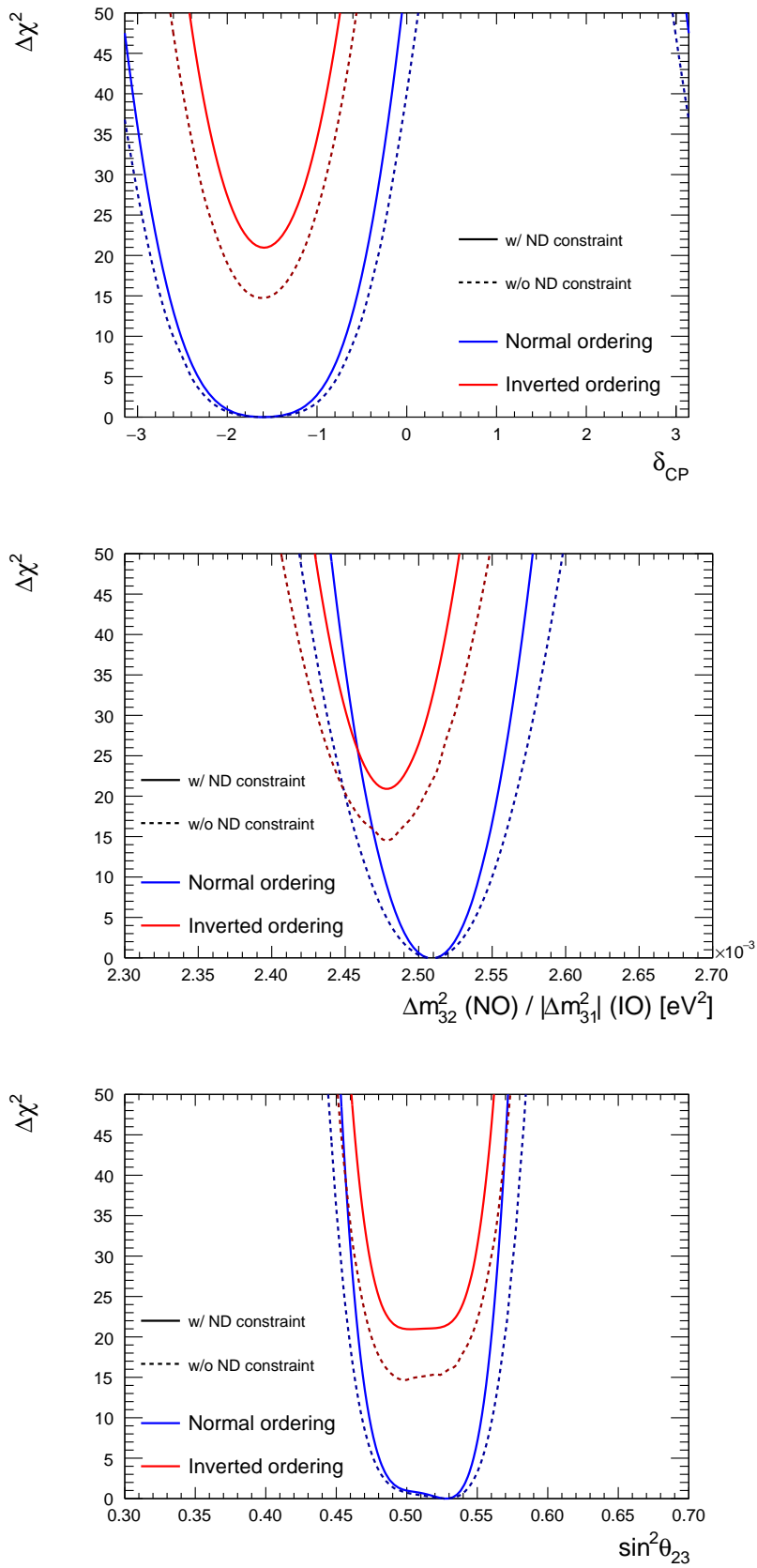


図 4.21: HK 実験の統計量を想定したニュートリノ振動パラメーターへの測定感度の予測。フラックスと反応断面積の不定性について、前置検出器による制限の事後分布を用いた場合 (実線) と事前分布を用いた場合 (破線) を示す。ただし前置検出器の統計量は文献 [5] から変更していない。

第5章 今後の展望

5.1 新しいフラックス変数の実装に関する展望

5.1.1 NA61 Thin の変数の実装

NA61/SHINE 実験での薄い炭素標的 (Thin Target) の測定結果 (以下 NA61 Thin) は、ターゲット内外のハドロン反応のチューニングに広く用いられる。その誤差は、NA61 Replica よりも多くの変数で記述されているため、同様に誤差変数を削減する必要がある。また、NA61 Replica とは違いニュートリノを放出するまでに複数回チューニングが起こりうる上、測定した位相空間外への外挿などもしているため、ニュートリノフラックスの応答は非線形である。NA61 Thin の誤差変数は、相互作用長、ハドロン生成率、核子の2次散乱などいくつかの要素に分けられており、特にハドロン生成率と核子の2次散乱を記述する変数の数が膨大である。それぞれの要素で独立に変数の数の削減に取り組む方針である。

5.1.2 Unconstrained Interactions の変数の最適化

Unconstrained Interactions の不定性として、現在6つに分割された位相空間の各領域に全て、50%の独立な不定性と、全ての領域を同時に50%変化させる不定性が与えられている。相関行列のどの行(列)をどの領域に割り当てたとしても相関が変わらないという対称性を持つ。しかしこの行列の固有ベクトルはそのような対称性を持っておらず、図 5.1a に示すように特定の領域だけを大きく変化させるようなものが存在する。本研究のように固有ベクトルの一部を選ぶ場合、それぞれの領域をどう割り当てるかを変えると、ニュートリノフラックスへの寄与が大きく変化する可能性があり、特に複数の固有ベクトルが選ばれた散乱モードでこれを最適化することで、必要な変数の数をさらに減らすことができる可能性がある。各領域の行列への割り当ては $6! = 720$ 通り存在し、現在は図 5.1b のように割り当てられている。同様の最適化として、6個の固有ベクトルを使った実装ではなく、各領域独立な不定性と全領域に相関する不定性に分けた7個の変数を使った実装に変える方法も考えられる。前者は2、3個程度の領域が他の領域よりも大きな寄与を持つ場合、後者はある一つの領域の寄与が特に大きかった場合に適している。後者は領域の割り当てに対し対称な誤差変数を実装するものであるため、前者とは違い1通りの割り当てを考えればよい。

5.1.3 その他の変数の実装

NA61/SHINE 実験に関わるものと、Unconstrained Interactions 以外のフラックス誤差を記述する変数の数は少ない。ハドロン反応に関わる誤差では、7つの変数で記述される相互作用長の誤差など、10個程度が残っている。それ以外には、20個の変数で記述される陽子ビームプロファイルの不定性など、合計で40個程度存在する。これらは計算コストの支配的な成分ではなく、変数を減らす必要はない。これらについてフラックスへの応答行列を作れば、フラックス誤差評価を完全に検出器の位置に依存しない形式で実装でき、かつ前置検出器からの制限とフラックスの系統誤差原因の関連がより明白になる。応答行列は検出器の位置に依存するが、計算コストを決め

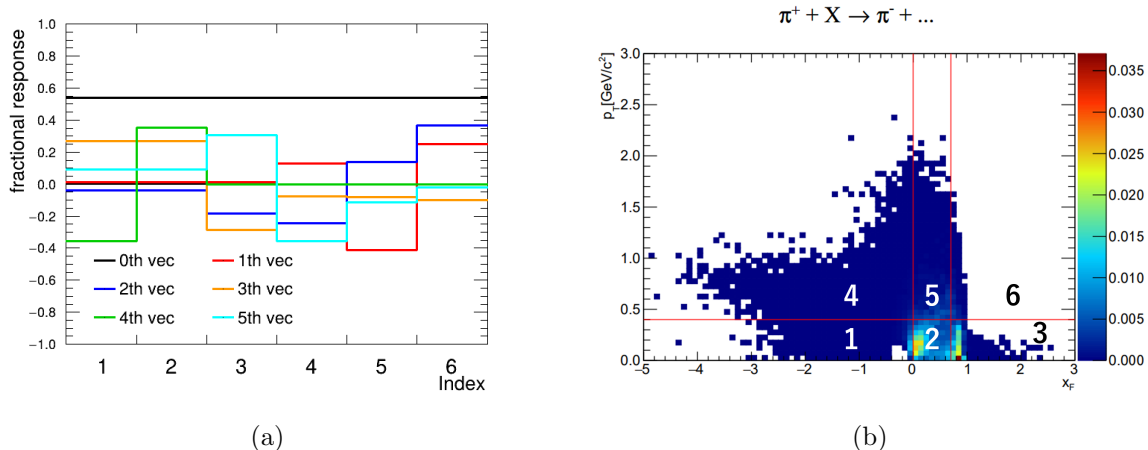


図 5.1: Unconstrained Interactions の誤差評価に使われる 6×6 サイズの相関行列の固有ベクトルの応答。最も固有値の大きい 0 番目の固有ベクトル以外は、Index ごとに異なる変化に対応する。(b) には (a) の Index と位相空間の領域の現在の対応を示した。全ての領域に対称な誤差と相関が考慮されているため、Index と領域の割り当てを変えても問題ない。(b) は [40] の図を一部編集したものである。

るのは変数間の相関が実装されている変数の数であり、これは検出器の位置に依存せず、解析の計算コストを大幅に削減できる。

NA61 Replica の誤差変数に対するフラックスの応答は線形だが、それ以外のほとんどの誤差変数は厳密には非線形である。非線形性が大きい要素がある場合、それらの誤差変数のフラックス応答関数を 2 次関数などで実装することで、従来よりも正確にフラックス誤差の伝播を扱うことができる。

5.1.4 振動解析への実装

現在の振動解析では、フラックス強度の共分散行列が用いられている。これを新しいフラックス変数の共分散行列とフラックス強度への応答行列を使った実装に変更する必要がある。

5.2 多地点のニュートリノ測定の統合解析に向けた開発

5.2.1 IWCD の Off-Axis 角を固定しないフラックスの実装

新しく開発した方法により、HK 実験の IWCD のフラックスを Off-Axis 角を固定せずに連続的に実装する方法について述べる。これまで様々なフラックスの系統誤差変数について述べてきたが、いずれも Off-Axis 角が変わればフラックス応答もそれに伴い変化するものである。ND280 では無視できた系統誤差変数が IWCD でも無視できるとは限らず、あらゆる位置でフラックス誤差を十分に再現できるように誤差変数を追加する必要がある。そのため、まず IWCD の測定範囲の中で、いくつかの代表的な位置のフラックスについて、本研究と同様の手順を繰り返すことで、必要な変数を得る。それらを使い間の位置へ滑らかに内挿することで、1 ニュートリノイベント毎にその反応点のフラックスとその誤差を得られる。

なお、WAGASCI/BabyMIND のフラックスは Off-Axis 角を固定しているため ND280 と同様に実装でき、IWCD よりも開発コストは低いと考えられる。

5.2.2 多地点でのニュートリノ測定とその統合解析

本研究の最終目的である、加速器ニュートリノを多地点で測定し、統合解析することについて述べる。IWCDが目指す、モデルに依存しないニュートリノ反応断面積測定については、2.3.3節で既に述べたが、ここではIWCD単体ではなくND280やWAGASCI/BabyMINDを含めた多地点観測の展望について議論する。IWCDの位置変更はニュートリノビームの運用が長期休止している期間に行われる。長期休止は年に1回ほどしかなく、IWCD単体で様々なOff-Axis角の測定を行うには、運用開始から長い時間を要する。それに対し、ND280とWAGASCI/BabyMINDは既に長期間のデータ取得を行っているため、IWCDの運用開始前から統合解析に取り組むことができる。WAGASCI/BabyMINDはOff-Axis角 1.5° に置かれ、ND280よりも高エネルギーにピークを持ったニュートリノビームを測定している。図5.2に示したように、ND280とWAGASCI/BabyMINDで測定した結果を組み合わせることで、疑似的に高エネルギーのニュートリノを取り除いた細かいエネルギーピークのニュートリノビームを用いた測定が可能である。この解析はIWCDの運用方針の参考にすることもできると考えられる。例えば、既存のデータで統計量の足りない範囲を知ることができれば、それを測定できる位置をIWCDの最初の測定地点として選ぶことで、効率的に多地点観測の効果を知ることができる。

また、IWCDをOff-Axis 2.5° や 1.5° に設置した測定をND280やWAGASCI/BabyMINDと比較することにも効果があると考えられる。図5.3に前置検出器群のビーム中心軸に対する大まかな配置を示した。Off-Axis角が一致していても、IWCDとND280やWAGASCI/BabyMINDは異なる向きのニュートリノを測定している。フラックス誤差の変数の中で、ビームの中心軸に対し回転対称な応答を持つものとそうでないものが存在する。例えば、NA61 Replicaの変数は回転対称だが、第1電磁ホーンの冷却水分布は非対称である。冷却水は電磁ホーンの中心に向けて噴射されるが、円筒形の分布ではなく重力で滴る水の分布が無視できない。冷却水の分布形状を記述する誤差変数は、縦方向に異なる位置のニュートリノフラックスに対して、異なる応答を示すと予測できる。IWCDをOff-Axis 1.5° に置いたときの位置はビーム中心よりも鉛直上側になるが、WAGASCI/BabyMINDは鉛直下側に設置されているため、これらの測定を比較することで、検出原理の違いはあるものの、回転対称なフラックス変数の寄与が打ち消され、冷却水分布などの非対称なフラックス変数をより強く制限できる可能性がある。なお、 1.5° のIWCDとWAGASCI/BabyMINDはビーム中心に対し点対称に近い向きであるのに対して、 2.5° のIWCDとND280はy軸に対してほぼ線対称な向きに位置する。これらの対称性を考慮した測定などの効果を調べるにも、本研究の進展が必要である。

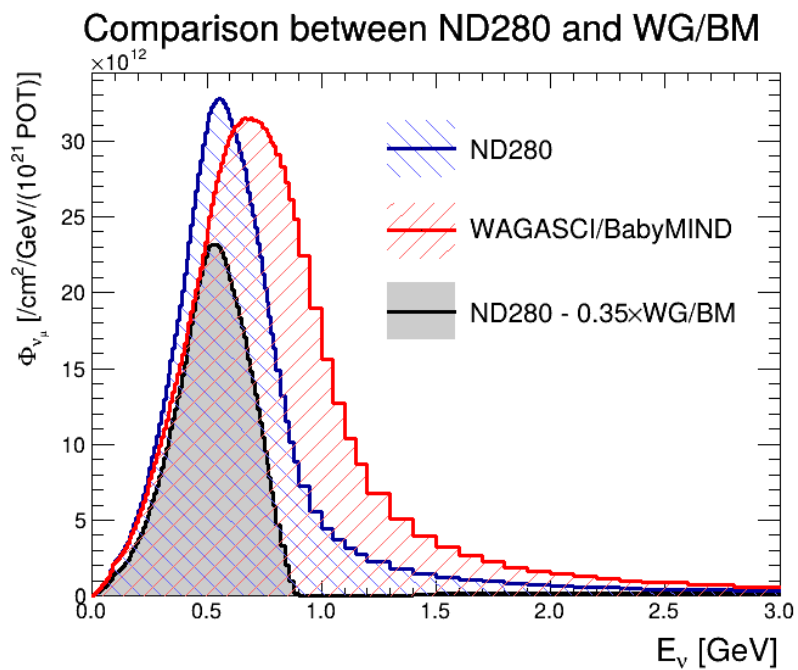


図 5.2: ND280 (青) と WAGASCI/BabyMIND (赤) のニュートリノフラックスの比較。WAGASCI/BabyMIND は ND280 よりも 100 MeV ほど高いエネルギーにピークを持つ。約 1 GeV 以上の成分は ND280 のおよそ 0.35 倍でありほぼ同じ形状となっている。ND280 の結果から WAGASCI/BabyMIND の結果の 0.35 倍を引く、というような解析で、疑似的に細いエネルギー幅 (黒) のビームに対する結果を得られる。

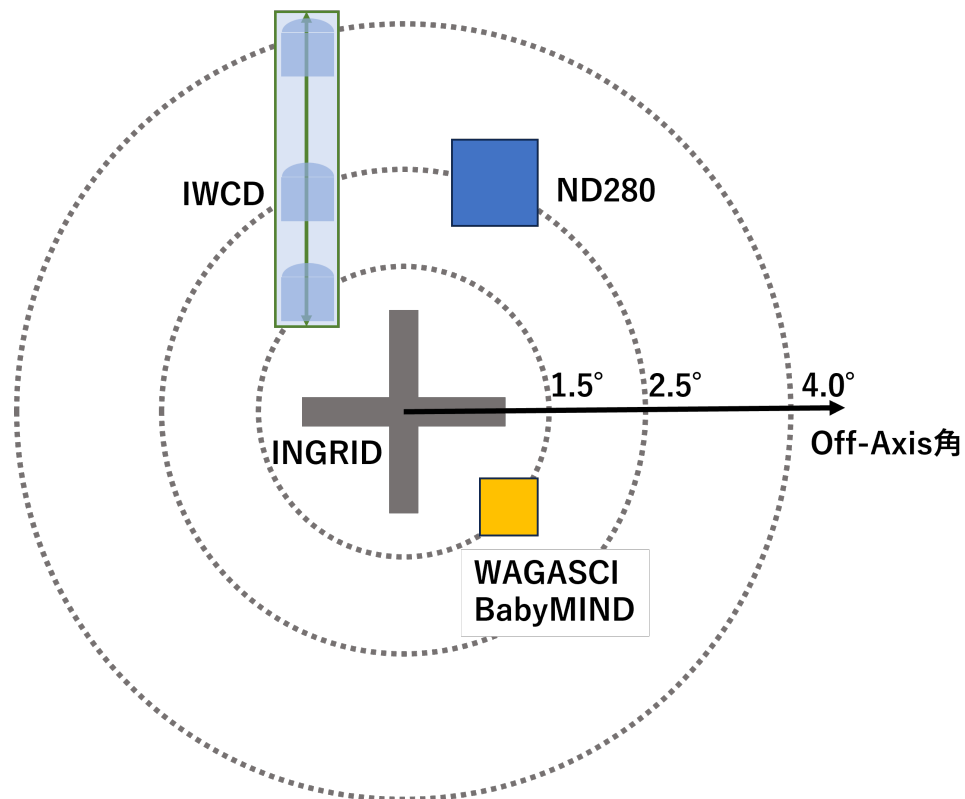


図 5.3: 前置検出器群のビーム軸に対する配置。ニュートリノは手前から紙面奥側に向かって運動する。ND280 と IWCD はビーム中心よりも鉛直上側に設置されているが、WAGASCI/BabyMIND は下側に設置されている。Off-Axis1.5° に置かれた IWCD と WAGASCI/BabyMIND や、2.5° に置かれた IWCD と ND280 を比較すると、対称性の違いで一部の誤差変数のフラックスへの寄与が異なっていると予想できる。なお、ND280 と同じ向きに Super-K があり、Off-Axis2.5° に IWCD が設置された際の向きに Hyper-K が建設されている。

5.3 フラックスのチューニングの改善

本研究に関連して、Flux Tuning における改善点を述べる。

Unconstrained Interactions の誤差評価にて、固有ベクトルの各要素に固有値の平方根をかけていない、というバグが見つかり、本研究からこれを修正した。大きな違いではなかったが、全体的にフラックス誤差が過大評価されていたことが分かった。本論文で示した図はいずれも修正後の誤差であるため、T2K が公表したものと差があるが、固有値をかける方が正しい評価方法である。

Unconstrained Interactions は実験データが不十分でデータに基づく修正ができない反応過程であり過小評価することを避けた大まかな誤差を割り当てている。NA61 Replica によるフラックス誤差が 2 % 程度であるのに対し、Unconstrained Interactions の誤差は Wrong-sign ν などで 10 % 程度になっている。できるだけ多くの反応の誤差を、測定データに基づいて正しく評価することで、フラックスの誤差を小さくすることができる。ここでは例として電磁ホーンの冷却水とハドロンの反応に触れる。第 1 電磁ホーンはターゲットの周りを囲んでいる。ホーンは水を使って冷却されているため、生成ハドロンの多くがターゲットから放出された直後に冷却水の層を通ることになる。冷却水の分布を測定できるようになったのは 2020 年ごろであり、水分布の不定性をいくつかの形状変化のパターンを仮定して実装している [20]。Flux Tuning では冷却水とハドロンの相互作用はまだ Unconstrained Interactions として扱われている。NA61 Thin は炭素標的の測定であるが、これを外挿したチューニングは鉄標的の相互作用などにも適用されており、炭素に対する原子核の違いは鉄より水の方が小さいため、冷却水との相互作用も NA61 Thin の外挿によりチューニングが可能である。これにより Unconstrained Interactions の成分を大きく減少させ、フラックス誤差を抑えることにつながると期待できる。

第6章 結論

T2K 実験はニュートリノ振動における CP 対称性の破れを探索するため、ニュートリノを前置検出器 ND280、及び 295 km 離れた Super-Kamiokande (SK) 検出器で測定している。2028 年からは同じニュートリノビームを用いて、Hyper-Kamiokande (HK) 実験が始まる。HK 実験では、SK に比べて検出器の有効体積が約 8 倍になる。HK で統計誤差が小さくなったときに最も主要な誤差になると考えられるのが、ニュートリノと原子核の反応断面積の不定性に起因する系統誤差である。そこで HK 実験では、生成直後のニュートリノを上下に移動して様々な位置で測定することが可能な検出器である IWCD を追加することにより、モデルに依存しないニュートリノ反応断面積測定に取り組む。これはニュートリノビーム軸に対する角度 (Off-Axis 角) に応じてニュートリノのエネルギースペクトルが変化することを利用するものである。

T2K 実験の現在の解析では、ニュートリノフラックスの不定性の相関をフレーバー、エネルギー、そして検出器の位置に依存する形で実装しているため、多地点のニュートリノ測定に拡張することで深刻な計算コストの増加を招く。フラックス誤差を記述する大元の誤差変数とフラックスの応答を用いることで、検出器の位置に依存しないフラックス相関の実装が可能である。これには解析における系統誤差の振る舞いを物理学的によりよく理解できるという利点もある。ところが、大元の誤差の内ハドロン相互作用を記述する変数の数は膨大であり、それでは計算コストを削減できない。そこで本研究でハドロン相互作用の不定性をニュートリノフラックスにとって主要な成分だけを使って記述し、変数の数を削減することに取り組んだ。

元々、位相空間のビンの数である 2609 個の変数で記述される、NA61/SHINE 実験による T2K レプリカターゲット測定 (NA61 Replica) の結果を記述する変数を、主に寄与する 11 個に減らしたとしても ND280 と SK のフラックス誤差を十分に再現できることを示した。また、変数を減らすことでフラックス誤差が変化することの影響を、ニュートリノ振動解析の様々な段階で調べた。NA61 Replica の変数を削減したことによる影響は、最も重要な測定量であるニュートリノ振動パラメーターの測定に至るまで、無視できるものであることが分かった。ただし、極端な例として NA61 Replica の誤差を全て無視した場合にも、ニュートリノ振動パラメーターに対する測定感度は変化しなかった。系統誤差の変化の影響を正確に知るため、HK 実験で予測される統計量の感度解析に取り組み、ここでも NA61 Replica の測定誤差は無視できるものであることが分かった。それに対し前置検出器による制限で得られる測定感度の変化は大きいため、IWCD による測定でフラックス誤差の再現精度がどの程度必要なかを今後調べる必要がある。また、測定で制限されていない反応 (Unconstrained Interactions) を記述する 420 個の変数については、49 個の変数を削減した。この他には NA61/SHINE 実験による Thin Target 測定 (NA61 Thin) の変数も膨大であり、今後はこれを削減することに取り組む。この他全ての誤差変数のニュートリノフラックスへの応答関数を作ることで、ニュートリノフラックス相関を検出器の位置に依存しない形で実装できるようになる。

本研究では Off-Axis 2.5° に置かれた検出器のフラックス誤差についてのみ開発に取り組んだ。本来の目的である、多地点のニュートリノフラックス相関を取り扱うには、様々な Off-Axis 角で同様の開発に取り組む、追加すべき変数を調べるとともに、フラックスの中央値や応答関数の Off-Axis 角に応じた変化を調べればよい。最終的には、新しいフラックス変数を使った反応断面積測定やニュートリノ振動解析を実装することで、HK 実験での高度なニュートリノ測定が可能となる。本

研究で取り組んでいる方法は、IWCD 単体ではなく、ND280 と WAGASCI/BabyMIND も含めた全ての前置検出器の統合解析を可能にするものである。既に T2K 実験で長期間データを取得している ND280 と WAGASCI/BabyMIND の統合解析に取り組むことで、ニュートリノ-原子核反応のより精密な測定を行うと共に、HK 実験の解析に活かすことができる。

付録 A 公式集

A.1 相対論に関する公式集

A.1.1 ローレンツ変換

ある慣性系 (ct, x, y, z) に対し x 軸方向に v の相対速度で移動する慣性系 (ct', x', y', z') へのローレンツ変換は以下のように書ける。

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

ただし $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

ある質量 m の粒子を静止系から実験系に変換することを考えれば、運動量と速度などの関係が分かる。ただし、 x 軸正の向きに進む粒子がある実験系はその粒子の静止系に対し x 軸負の向きに相対運動することに注意して、

$$\begin{pmatrix} E \\ p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

したがって、

$$E = \gamma m \quad (\text{A.3})$$

$$p = \beta\gamma m \quad (\text{A.4})$$

$$\beta\gamma = \frac{p}{m} \quad (\text{A.5})$$

$$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{\sqrt{m^2 + p^2}}{m} \quad (\text{A.6})$$

$$\beta = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{m^2 + p^2}} \quad (\text{A.7})$$

全て自然単位系で書いた。

荷電 π 中間子の崩壊

π^+ 中間子の崩壊について考えるが、 π^- についても全体の荷電共役を取れば同じである。 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ の 2 体崩壊なので全ての粒子が xy 平面状にあると考えてもよい。実験室系での π^+ 中間子の運動量方向に x' 軸をとり、静止系でこれと並行に x 軸を取る。静止系でのニュートリノの運動量ベクトルを $(p \cos \theta, p \sin \theta)$ とする。ニュートリノの質量は無視できるほど小さく、4 元運動量は

$(p, p \cos \theta, p \sin \theta, 0)$ である。運動量保存から、ミューオンの4元運動量は $(\sqrt{m_\mu^2 + p^2}, -p \cos \theta, -p \sin \theta, 0)$ である。エネルギー保存則から、静止系での崩壊時のニュートリノのエネルギーは以下の通り求まる。

$$\sqrt{m_\mu^2 + p^2} + p = m_\pi \quad (\text{A.8})$$

$$p = E_{\nu, \text{Rest}} = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} \quad (\text{A.9})$$

$$= 29.8 \text{ MeV} \quad (\text{A.10})$$

このニュートリノを実験室系で見た時の4元運動量は、実験室系での π^+ の速度を用いて Lorentz boost することで求まる。

$$\begin{pmatrix} E \\ p' \cos \theta' \\ p' \sin \theta' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ p \cos \theta \\ p \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma p + \beta\gamma p \cos \theta \\ \beta\gamma p + \gamma p \cos \theta \\ p \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

従って実験室系の θ' と π^+ の運動量が決めれば、以下のようにニュートリノのエネルギーが一意に定まる。

$$\cos \theta' = \frac{\beta + \cos \theta}{1 + \beta \cos \theta} \quad (\text{A.12})$$

$$\cos \theta = \frac{\beta - \cos \theta'}{\beta \cos \theta' - 1} \quad (\text{A.13})$$

$$E_\nu = p \left(\gamma + \beta\gamma \frac{\beta - \cos \theta'}{\beta \cos \theta' - 1} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$= \frac{p}{\gamma - \beta\gamma \cos \theta'} \quad (\text{A.15})$$

π^+ の運動量などを使えば以下のように書ける。

$$E_\nu = E_\nu^{\text{Rest}} \cdot \frac{m_\pi}{E_\pi - P_\pi \cos \theta'} \quad (\text{A.16})$$

E_ν は $P_\pi \sin \theta' = m_\pi$ を満たすときに最大値をとる。ある θ' に対する最大値は、

$$E_\nu^{\text{max}} = E_\nu^{\text{Rest}} \cdot \frac{\sin \theta'}{\sqrt{1 + \sin^2 \theta'} - \cos \theta'} \quad (\text{A.17})$$

$$= E_\nu^{\text{Rest}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \theta'} + \cos \theta'}{2 \sin \theta'} \quad (\text{A.18})$$

$$\approx \frac{E_\nu^{\text{Rest}}}{\theta'} \quad (\theta' \approx 0) \quad (\text{A.19})$$

相対論の効果を考慮した粒子の寿命

静止系での寿命が τ である粒子を考える。この粒子がx軸正の向きに運動している実験室系へのローレンツ変換を考えると、

$$\begin{pmatrix} c\tau' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\tau \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma c\tau \\ \beta\gamma c\tau \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.20})$$

寿命は γ 倍に伸び、この時間で $\beta\gamma c\tau$ の距離を移動できる。

π^+ 中間子の崩壊を考える。静止系の π^+ 中間子の平均寿命は 2.6×10^{-8} s だが、例えば運動量 1 GeV で運動する π^+ 中間子なら、寿命は

$$\gamma\tau = \frac{\sqrt{m_\pi^2 + p^2}}{m_\pi}\tau = 1.9 \times 10^{-7} \text{ s} \quad (\text{A.21})$$

まで伸び、この時間で移動する距離は

$$\beta\gamma c\tau = \frac{p}{m_\pi}c\tau = 56 \text{ m} \quad (\text{A.22})$$

である。

参考文献

- [1] Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration : K. Abe and Others. Hyper-kamiokande design report, 2018.
- [2] K. Abe, et al. Measurements of the t2k neutrino beam properties using the ingrid on-axis near detector. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Vol. 694, pp. 211–223, 2012.
- [3] K. Abe, et al. T2k neutrino flux prediction. Phys. Rev. D, Vol. 87, p. 012001, Jan 2013.
- [4] K. Abe, et al. Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations. Nature, Vol. 580, No. 7803, pp. 339–344, Apr 2020.
- [5] K. Abe, et al. Measurements of neutrino oscillation parameters from the t2k experiment using 3.6×10^{21} protons on target. Eur. Phys. J. C, Vol. 83, p. 782, 2023.
- [6] K. Abe, et al. Results from the t2k experiment on neutrino mixing including a new far detector μ -like sample. Phys. Rev. Lett., Vol. 135, p. 261801, Dec 2025.
- [7] K. Abe and Others. Indication of electron neutrino appearance from an accelerator-produced off-axis muon neutrino beam. Phys. Rev. Lett., Vol. 107, p. 041801, Jul 2011.
- [8] K. Abe and Others. The t2k experiment. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Vol. 659, No. 1, pp. 106–135, 2011.
- [9] N Abgrall, et al. Measurements of Cross Sections and Charged Pion Spectra in Proton-Carbon Interactions at 31 GeV/c. Phys. Rev., Vol. C84, p. 034604, 2011.
- [10] N. Abgrall, et al. Measurement of Production Properties of Positively Charged Kaons in Proton-Carbon Interactions at 31 GeV/c. Phys. Rev. C, Vol. 85, p. 035210, 2012.
- [11] N. Abgrall, et al. Pion emission from the T2K replica target: method, results and application. Nucl. Instrum. Meth., Vol. A701, pp. 99–114, 2013.
- [12] N. Abgrall, et al. Measurements of production properties of K_S^0 mesons and Λ hyperons in proton-carbon interactions at 31 GeV/c. Phys. Rev. C, Vol. 89, No. 2, p. 025205, 2014.
- [13] N. Abgrall, et al. Measurements of π^\pm , K^\pm , K_S^0 , Λ and proton production in proton–carbon interactions at 31 GeV/c with the NA61/SHINE spectrometer at the CERN SPS. Eur. Phys. J., Vol. C76, No. 2, p. 84, 2016.
- [14] N. Abgrall, et al. Measurements of π^\pm differential yields from the surface of the T2K replica target for incoming 31 GeV/c protons with the NA61/SHINE spectrometer at the CERN SPS. Eur. Phys. J., Vol. C76, No. 11, p. 617, 2016.

- [15] N. Abgrall, et al. Measurements of π^\pm , K^\pm and proton yields from the surface of the T2K replica target for incoming 31 GeV/c protons with the NA61/SHINE spectrometer at the CERN SPS. Eur. Phys. J., Vol. C79, No. 2, p. 100, 2019.
- [16] A. Acharya, et al. Measurement of the production cross section of 31 GeV/c protons on carbon via beam attenuation in a 90-cm-long target. Phys. Rev. D, Vol. 103, p. 012006, Jan 2021.
- [17] Q. R. Ahmad, et al. Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by 8b solar neutrinos at the sudbury neutrino observatory. Phys. Rev. Lett., Vol. 87, p. 071301, Jul 2001.
- [18] M. H. Ahn, et al. Measurement of Neutrino Oscillation by the K2K Experiment. Phys. Rev. D, Vol. 74, p. 072003, 2006.
- [19] Ali Ajmi. Status of the hyper-kamiokande experiment. p. 098, 04 2024.
- [20] L. Berns, et al. Flux Prediction and Uncertainty with NA61/SHINE 2010 Replica Target Measurements (T2K technical note 401). 2021.
- [21] T. T. Böhlen, F. Cerutti, M. P. W. Chin, A. Fassò, A. Ferrari, P. G. Ortega, A. Mairani, P. R. Sala, G. Smirnov, and V. Vlachoudis. The FLUKA Code: Developments and Challenges for High Energy and Medical Applications. Nucl. Data Sheets, Vol. 120, pp. 211–214, 2014.
- [22] M. Bonesini, A. Marchionni, F. Pietropaolo, and T. Tabarelli de Fatis. On particle production for high energy neutrino beams. The European Physical Journal C - Particles and Fields, Vol. 20, No. 1, pp. 13–27, Apr 2001.
- [23] N. Chikuma, et al. Measurement of CC0 π 0p cross sections on H2O and CH with WAGASCI and the Proton Module (T2K technical note 366). 2018.
- [24] Andrea Falcone. Deep underground neutrino experiment: Dune. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Vol. 1041, p. 167217, 2022.
- [25] E.L. Feinberg. On Feynman’s scaling in high energy multiple hadron production. Physics Letters B, Vol. 39, No. 2, pp. 237–239, 1972.
- [26] Alfredo Ferrari, Paola R. Sala, Alberto Fassò, and Johannes Ranft. FLUKA: A multi-particle transport code (Program version 2005). 2005.
- [27] Richard P. Feynman. Very High-Energy Collisions of Hadrons. Phys. Rev. Lett., Vol. 23, pp. 1415–1417, Dec 1969.
- [28] Masaaki Fujii, K. Hamaguchi, and T. Yanagida. Leptogenesis with almost degenerate majorana neutrinos. Phys. Rev. D, Vol. 65, p. 115012, Jun 2002.
- [29] Y. Fukuda, et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. Phys. Rev. Lett., Vol. 81, pp. 1562–1567, Aug 1998.

- [30] A. Habig. The nova experiment. Nuclear Physics B - Proceedings Supplements, Vol. 229-232, p. 460, 2012. Neutrino 2010.
- [31] Yoshinari Hayato and Luke Pickering. The NEUT neutrino interaction simulation program library. The European Physical Journal Special Topics, Vol. 230, No. 24, pp. 4469–4481, Dec 2021.
- [32] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. Progress of Theoretical Physics, Vol. 28, No. 5, pp. 870–880, 11 1962.
- [33] K. Matsuoka, et al. Design and performance of the muon monitor for the t2k neutrino oscillation experiment. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, Vol. 624, No. 3, pp. 591–600, 2010.
- [34] Kyoshi Nishijima. The super-kamiokande experiment. Radiation Physics and Chemistry, Vol. 61, No. 3, pp. 247–253, 2001. 8th International Symposium on Radiation Physics - ISRP8.
- [35] Matej Pavin. Doctor Thesis: Measurements of hadron yields from the T2K replica target in the NA61/SHINE experiment for neutrino flux prediction in T2K, 2017. Presented 27 Sep 2017.
- [36] B. Pontecorvo. Inverse Beta Processes and Nonconservation of Lepton Charge. Sov. Phys. JETP, Vol. 7, pp. 172–173, 1958.
- [37] A. D. Sakharov. Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz., Vol. 5, pp. 32–35, 1967.
- [38] Han Seunggho. Preliminary results from the first ninja physics run, Sep 2025.
- [39] T2K, 高エネルギー加速器研究機構. 東海-神岡間長基線ニュートリノ振動実験 (パンフレット).
- [40] T. Vladislavljjevic, et al. Flux Prediction and Uncertainty with NA61/SHINE 2009 Replica-Target Data (T2K technical note 354). 2018.
- [41] 高エネルギー加速器研究機構. J-PARC MR (パンフレット).
- [42] 東京大学. ハイパーカミオカンデ計画：超巨大空洞の掘削を完了 (press release, 2025).
- [43] 白井淳平, 末包文彦. ニュートリノ物理学. February 2021.
- [44] 末包文彦, 久世正弘, 白井淳平, 湯田春雄. 現代素粒子物理: 実験的観点からみる標準理論. December 2016.
- [45] 林青司. ニュートリノの物理学: 素粒子像の変革に向けて. March 2021.

謝辞

修士課程の終わりに、アメリカのサウスベンドという街を訪れています。NuFlux Workshop という、ニュートリノフラックスに関する内容だけを取り扱う、なんともマニアックな内容の国際会議に参加するためです。本論文の内容と深くかかわるテーマだったので、集大成と言っては大げさですが、そんな感覚で申し込みました。自分が経験した中で最長の30分もの発表機会をいただき、修士課程の最後にとってもいい経験ができました。

このテーマを選んだ時は、なんとなく重要な内容に聞こえたという程度の認識で、そもそも素粒子実験という業界に関して右も左もわからない状態でした。初めて参加した共同研究者会議でも、全く成果がないまま自己紹介程度の発表で臨んだのを覚えています。今では30分もらっても話きれないくらい、2年間で様々なことに取り組みましたし、非常に大きなプロジェクトであるT2Kについて、幅広く学ぶことができました。こんなにも面白く重要なテーマを選ぶことができスムーズに研究が続けられたのは、T2Kの全てを知っているかのような教員の皆様の、非常に力強い手助けがあったからに他なりません。特に市川さんとルカスさんの時に学生を置き去りにする勢いの熱い議論には大いに鍛えられ、この手の学会での議論も問題なく乗り切れるようになりました。2年間手厚くサポートしていただきありがとうございます。もうしばらくお世話になりますので、どうぞよろしく願いいたします。

私はとても優秀な同級生に恵まれました。しっかり者の佐々木君は、コロキウムがいつもとても分かりやすく、勉強になるものばかりでした。初見君の机で起きていることはいつも複雑怪奇で、ソフトなのかハードなのかもよくわからないものに、苦しみながらもゼロから挑んでいる姿にはとても感銘を受けました。博士進学に引きずり込めなかったことだけは残念ですが、新たな環境での二人の活躍をお祈りしています。ひょんなことから一緒に博士進学することになった小林君は、いつも人の心をつすぐにつかんでしまう人で、小林君を通して私もたくさんの友人ができました。酒豪の面倒を見る責任のある人が減ってしまうことだけは少し心配ですが、博士課程の苦勞を共有できる仲間として今後も頼りにしています。

私は大学入学がコロナ禍の始まりに重なり、その半引きこもり生活がいけなかったのか、最終的には手術を受けるほどの腰痛に悩まされました。家族の支えがなければ、この苦しい日々は乗り越えられませんでした。いつも楽しい日常をありがとうございます。

またこの場をお借りして、多元研佐藤卓研究室の皆様にも感謝申し上げます。この研究室には、腰痛もあってか学部の成績が悪く配属の希望が通らなかった、という経緯で学部4年次の1年間在籍しました。そんなネガティブな理由でやってきた学生にも関わらず、教員の皆様は温かく応援してくださり、さらに研究内容も1年後素粒子業界に移ることを考慮したテーマを提案してくださいました。また、後期の半年間を共に過ごした二人の留学生、ワイさん、トウカさんと夜遅くまで熱心に議論した日々もとても楽しいものでした。佐藤研で培った研究のいろはが、今でも私の研究生活の大きな支えになっています。

今回、私は約8年ぶりにアメリカに来ました。前は父の仕事の都合で、イサカという街に1年間母と妹も含め家族全員で住んでいました。当時は現地の公立高校に通い、日本とは全く違う景色に毎日のように驚かされました。街は違えど共通する景色は多く、とても懐かしいものをいくつも見ました。空が広く見える芝生のきれいな大学のキャンパス、クルミを食るリス、オレオのためだけの棚があるスーパーマーケット。そしてそんな景色を一人で見に来れるほど、自分が成

長していることに驚きました。私をここまで育ててくれた全ての方々に深く感謝しています。

最後に、拙い出来の論文だったかと思いますが、ここまでご精読いただいた皆様にも感謝いたします。謝辞から読み始めた皆様は、ぜひ本編もご一瞥くださると幸いです。



2026年3月
石田健浩